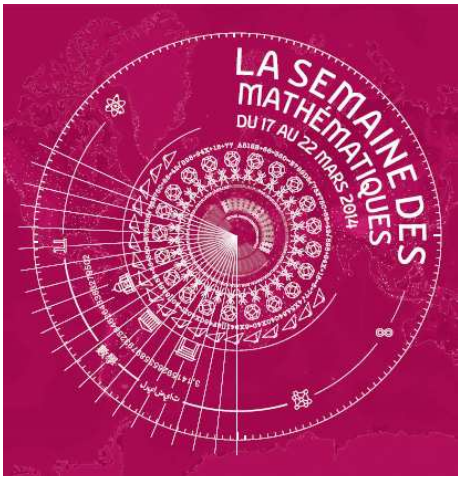
académie
Nantes
direction des services
départementaux
de l'éducation nationale
Vendée
éducation
nationale

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE



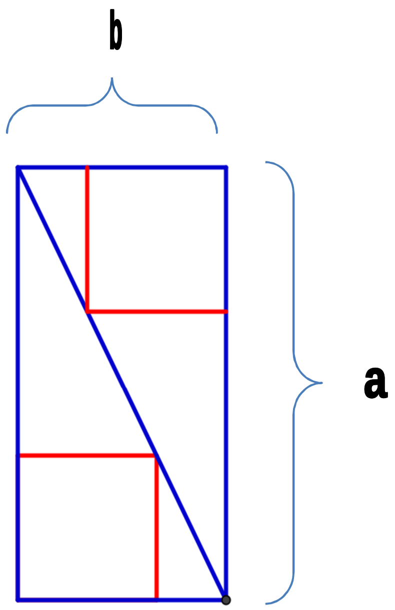
Enigmes pour les enseignants

Eléments de réponse

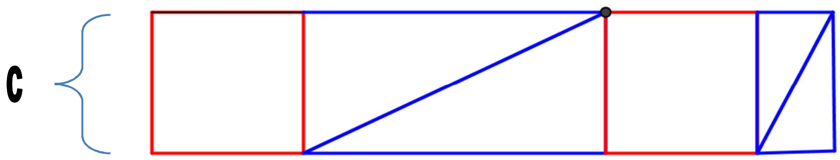
<u>Enigme 1/4 :</u>

Voici la solution proposée par Lui Hui :

1. On « duplique » la figure initiale pour former un rectangle dont les côtés sont les côtés de l'angle droit du triangle rectangle initial.



2. On découpe ensuite les six pièces qui apparaissent et avec ces six pièces on reconstitue un autre rectangle de largeur celle du carré « rouge ».



3. On obtient alors, par simple observation de la nouvelle figure, la réponse à la question à savoir la longueur du côté du carré inscrit dans le triangle rectangle est égale à la largeur de ce nouveau rectangle.

Les aires de ces deux rectangles sont identiques car elles sont conservées par découpage et réassemblage.

L'aire du premier rectangle est égale au produit des longueurs des côtés du triangle.

$$\boxed{A = a \times b}$$

L'aire du deuxième rectangle est égale à la somme des longueurs des côtés du triangle multiplié par le côté du carré.

$$\boxed{A = c \times (a + b)}$$

La longueur du côté du carré inscrit dans le triangle rectangle est donc égale au rapport du produit des longueurs des côtés du triangle par la somme de ces deux mesures.

$$a \times b = c \times (a + b)$$

donc $c = (a \times b) / (a + b)$

Remarque : cette énigme peut également être résolue en utilisant le théorème de Thalès.

Enigme 2/4 :

Un petit coup de pouce, la somme des nombres de chaque colonne, ligne ou diagonale est égale à 34… !

Pourquoi 34 ? Quelle est la somme de tous les nombres qui figurent dans ce carré magique ? C'est tout simplement la somme 1+ 2 + 3 + ……+ 15 + 16, c'est-à-dire 136.

La somme des nombres de chaque ligne est donc 136 / 4, soit 34. C'est la même chose pour les nombres de chaque colonne et aussi de chaque diagonale puisque ce carré est magique.

Enigme 3/4 :

Voici un raisonnement assez intuitif. Il est très facile à concrétiser en découpant dans du carton les faces possibles des polyèdres que l'on recherche ou en utilisant du matériel du type « Polyedron ».

Quel est le plus simple des polygones réguliers ? C'est le triangle équilatéral. Il est impossible d'assembler deux triangles équilatéraux pour constituer un sommet de polyèdre. Il en faut au moins trois. Si on poursuit cet assemblage « en tournant » pour fabriquer de la même façon les autres sommets on obtient un premier polyèdre : le tétraèdre régulier. On recommence, cette fois-ci avec 4 triangles équilatéraux : on obtient alors un deuxième polyèdre régulier, l'octaèdre. On continue avec 5…et avec un peu de patience on obtient un autre polyèdre : l'icosaèdre constitué de 20 triangles. Et si on assemble 6 triangles équilatéraux ? C'est impossible d'obtenir un sommet car 6 triangles équilatéraux s'assemblent pour former un assemblage « plat » (6 x 60° = 360°). Il est inutile d'aller a u-delà de 6 triangles équilatéraux.

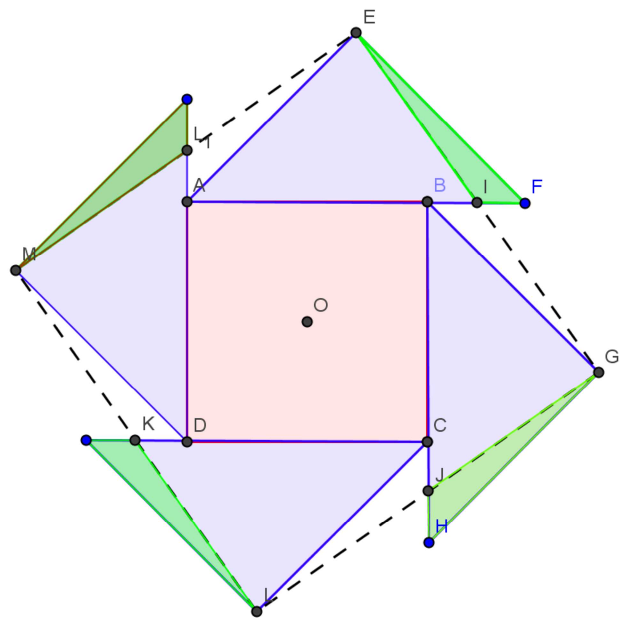
Recherchons maintenant les polyèdres réguliers dont les faces sont des carrés : avec 3 carrés par sommet, on obtient le cube. Avec 4 carrés, c'est impossible. L'assemblage est plat (4x90°=360). Inutile d'aller au-delà de 4 carrés car il y a superposition.

Essayons maintenant avec des pentagones réguliers : trois par sommet donnent le dodécaèdre. Au-delà, inutile de poursuivre car il y a superposition.

Et avec des hexagones réguliers ? Assemblés par 3, ils donnent un assemblage plat (3x60°=360°). Il est donc inutile de poursuivre ni avec les hexagones réguliers ni avec d'autres polygones réguliers dont le nombre de côtés est supérieur à 6.

Si on fait le bilan des polyèdres construits, on en obtient 5 : le tétraèdre, l'octaèdre, l'icosaèdre, le cube et le dodécaèdre.

Enigme 4/4 :



En coupant suivant les segments en pointillés, on obtient des « petits » triangles verts qui peuvent se replacer symétriquement par rapport aux points I, J, K et L. On obtient alors un quadrilatère EGLM qui est le carré triple du carré initial.

Il reste à justifier géométriquement que ce quadrilatère est bien un carré. On peut utiliser pour cela différentes propriétés dont le célèbre théorème de Pythagore. Mais on peut, plus simplement, utiliser les propriétés d'une transformation géométrique du plan : une rotation. En considérant la rotation de centre O (centre du carré initial) et d'angle 90° (dans le sens direct des aiguilles d'un e montre), le triangle rectangle isocèle AEF se transforme en BGH. Le point E a pour image dans cette rotation, le point G et donc OE=OG et l'angle EOG vaut 90°. On p eut démontrer de même que OG=OL et OL=OM et que les angles GOL et LOM sont droits.

Les diagonales du quadrilatère EGLM sont perpendiculaires, de même longueur, et se coupent en leur milieu commun O. On en déduit que EGLM est un carré.