Analyse (en S environ la moitié du temps ; ES&L environ les 2/3 du temps ; STI2D environ 70% du temps)

LES SUITES

Attendus de terminale S

Suites Raisonnement par récurrence. Limite finie ou infinie d'une suite. Limites et comparaison.	• Savoir mener un raisonnement par récurrence. ◇ Dans le cas d'une limite infinie, étant donnés une suite croissante (u_n) et un nombre réel A, déterminer à l'aide d'un algorithme un rang à partir duquel u_n est supérieur à A. ▣ Démontrer que si (u_n) et (v_n) sont deux suites telles que : - u_n est inférieur ou égal à v_n à partir d'un certain rang ; - u_n tend vers $+\infty$ quand n tend vers $+\infty$; alors v_n tend vers $+\infty$ quand n tend vers $+\infty$.	<u>Les objectifs des définitions de limite</u> : **La notion de limite de suite fait l'objet d'une étude approfondie** *(préambule analyse)* Familiariser les élèves à la caractérisation mathématique de la convergence ou la divergence vers l'infini d'une suite. Les rendre capables de redonner les définitions de limite finie ou infinie d'une suite et de les utiliser pour les démonstrations demandées dans le cadre du programme ou dans un cadre théorique, mais pas dans le cadre d'une résolution de problème usuel. On pose le principe d'unicité de la limite. On peut mobiliser la définition pour justifier ce principe, ce qui donne l'occasion de se l'approprier. Ces définitions n'ont pas pour vocation de démontrer ce qui doit continuer à relever de l'évidence : - Le comportement des suites de référence : les suites (n), (n^2), $(\sqrt{n})$ tendent vers $+\infty$, $(1/n)$ tend vers 0. - Les opérations sur les limites dans les cas non indéterminés. <u>Les démonstrations</u> : **occasion privilégiée de travailler les attendus sur les "notations et raisonnement mathématiques"** <u>Celles qui figurent dans les attendus</u> : • La première démonstration est une application directe de la définition de limite infinie. • L'autre démonstration à maîtriser : limite de q^n en $+\infty$ quand q > 1. L'inégalité de Bernoulli n'est pas à mémoriser. L'indication doit être redonnée aux élèves. Mettre en évidence l'aspect outil de ce type de démonstration : "*En analyse, quand le résultat n'est pas atteint directement, on compare : on majore, on minore*." <u>Celles qui figurent dans les commentaires</u> : • La démonstration ci-contre est à faire en classe devant tous les élèves, mais sa maîtrise n'est pas exigible pour tous les élèves. C'est une bonne occasion de **mener un raisonnement par l'absurde**. Il faut que des élèves qui vont ▣ On démontre que si une suite est croissante et admet pour limite l, alors tous les termes de la suite sont inférieurs ou égaux à l.

Opérations sur les limites.	• Étudier la limite d'une somme, d'un produit ou d'un quotient de deux suites.
Comportement à l'infini de la suite (q^n), q étant un nombre réel.	▣ Démontrer que la suite (q^n), avec $q > 1$, a pour limite $+\infty$. • Déterminer la limite éventuelle d'une suite géométrique.
Suite majorée, minorée, bornée.	• Utiliser le théorème de convergence des suites croissantes majorées.

Aucune connaissance théorique n'est attendue sur les suites récurrentes (en particulier le théorème du point fixe) ni sur les suites adjacentes.
Pas de restitution automatique de savoir-faire dans ce domaine (représentation, schéma de résolution, …).

Les outils tels que le tableur et l'algorithmique ont toute leur place dans le traitement de ces problèmes qui deviennent des problèmes ouverts.

poursuivre un cursus mathématique aient travaillé cette démonstration. On est clairement dans le cadre de la **différenciation pédagogique** qui peut exister même en évaluation.

- Suite croissante non majorée : travail sur la négation d'une proposition (suite NON majorée) et sur la définition de limite infinie.

Le théorème des suites croissantes majorées n'est pas à démontrer.
En revanche, les élèves ont à maîtriser les définitions de suites majorées, minorées et bornées.
Autre occasion de travailler les attendus sur les "notations et raisonnement mathématiques"

Limites et comparaison : on se contente des 4 théorèmes : comparaison par majoration, par minoration, théorème des gendarmes, les termes d'une suite croissante majorée par ℓ sont tous inférieurs à ℓ.
Si le besoin d'autres théorèmes se fait sentir, on ne s'interdit pas de les énoncer et de les utiliser, mais on évite de dresser une liste à la Prévert.

Opérations sur les limites
Les résultats sont admis.
Pour les cas d'indétermination :

- on travaillera avec les élèves la production de contre-exemples pour contrer les théorèmes élèves.

Par exemple : u tend vers $+\infty$ et v tend vers $-\infty$, est-il vrai que $u + v$ tend vers 0 ? Justifier

- les cas sont clairement posés. Il n'y a pas lieu d'entrainer les élèves sur des situations d'indétermination qu'ils ne rencontreront pas dans le cadre de la résolution de problème (on ne va pas sur un degré de technicité hors sol).
-

Trois idées fortes pour rendre les élèves autonomes :

- comparer la suite avec une limite finie conjecturée pour obtenir une expression dont on prouve qu'elle est de limite nulle
- factoriser par le terme dont le comportement est prédominant
- intégrer le second degré aux limites de référence

A travailler par petites touches. Il n'y a pas de règle à installer *a priori*.
On ne peut pas aller aussi loin qu'auparavant parce que le travail n'a pas été amorcé en première.
On peut aussi donner une limite et demander comment elle peut être justifiée. Justifier une limite est une question qui fait appel au raisonnement (réinterroger la boite à outils disponible). (question ouverte et non pas application d'une technique travaillée)

Attendus de terminale ES&L

On complète les acquis de première sur les suites arithmétiques et géométriques par la stratégie de calcul permettant d'obtenir une expression de la somme 1 + q + ... q^n
Les seules suites de récurrence qui sont au programme sont les suites arithmético-géométriques.

Pour la notion de limite : On en reste à une approche intuitive et **expérimentale** de la notion de limite de suite. On ne caractérise pas mathématiquement ce que CV ou tendre vers l'infini signifie.
Seule connaissance exigible : le comportement en l'infini de (q^n) quand q est strictement positif.
Rechercher algorithmiquement un seuil à partir duquel q^n <a (lorsque 0<q<1) est une **compétence exigible.**

Le comportement quand n tend vers + ∞ de la somme 1 + q + ... q^n lorsque 0<q<1 et donc de la somme des premiers termes de certaines suites géométriques est précisé sans soulever de difficulté. Occasion d'expliciter un paradoxe classique (exemple de suite croissante ne tendant pas vers + ∞)

Attendus de terminale STI2D

On doit formaliser, mais d'une façon adaptée à la série, ce qu'est une suite tendant vers +∞ , CV de limite l :

- Définitions à connaître en lien avec la compétences explicitement attendue : **Rechercher algorithmiquement pour p donné** un seuil n à partir duquel pour tout n $u_n \geq 10^p$ ou $|u_n - l| \leq 10^{-p}$

On complète
- la connaissance des suites géométriques (pas d'autres suites de référence dans cette série) par la stratégie de calcul permettant de calculer la somme 1 + q + ... q^n lorsque $q \neq 1$
- et la connaisance du comportement à l'infini du terme général q^n lorsque q>0.

Attendus de terminale ES&L

Aucun

Attendus de terminale S

Limites de fonctions Limite finie ou infinie d'une fonction à l'infini. Limite infinie d'une fonction en un point. Limite d'une somme, d'un produit, d'un quotient ou d'une composée de deux fonctions. Limites et comparaison. Asymptote parallèle à l'un des axes de coordonnées.	• Déterminer la limite d'une somme, d'un produit, d'un quotient ou d'une composée de deux fonctions. • Déterminer des limites par minoration, majoration et encadrement. • Interpréter graphiquement les limites obtenues.	Les limites de fonctions, qui sont plus compliquées que celles des suites du fait de la diversité des cas, n'ont pas à faire l'objet d'une étude approfondie. * Pour les limites en $+\infty$, on étend au cas réel les définitions données avec des entiers : réinvestissement attendu par les élèves des définitions connues sur les suites. * Pour les autres limites, l'objectif est une première familiarisation avec des définitions plus complexes. C'est le professeur qui les donne. Pas de travail attendu des élèves sur ces définitions. Une définition formelle de la limite finie en un réel n'est pas un attendu. On s'en tient à une approche intuitive. On peut utiliser la notation qui a pu être introduite en première. <u>Pour les opérations sur les limites</u>, même ligne de conduite que pour les suites. Les résultats sont admis. Il n'y a pas lieu de faire explorer aux élèves tous les cas d'indétermination au cours d'une même séquence. Ce travail peut être distillé tout au long de l'année. **Un principe : ne pas rester trop longtemps sur cette notion de limite. Avancer dans le programme.** <u>Composée de fonctions</u> : Construire la compréhension de cette composée avant de la formaliser, par exemple par le biais d'activités rapides. Par exemple calculer $f(u(x))$ pour $x=2$ sachant que $u(2)=3$, $f(2)=1$ et $f(3)=7$, idem avec les limites. Seules <u>les asymptotes parallèles aux axes</u> sont des attendus du programme, elles sont à voir comme une illustration graphique de la notion de limite.

Attendus de terminale STI2D

L'approche de la notion est numérique ou graphique et les attendus en termes de calculs sur les limites sont modestes : L'attendu est

- l'articulation limite (finie en l'infini ou infinie en a), interprétation graphique (dans les deux sens) Seules les asympotesparallèles aux axes sont attendues
- savoir déterminer la limite d'une fonction simple (y compris une limite infinie en l'infini).

Comme en S les résultats concernant les opérations sur les limites sont admis. Eviter de travailler d'un seul coup tous les cas d'indétermination. Ce travail mérite d' être distillé tout au long de l'année.
Un principe : pas d'étude de cas plus compliqués que ce que les élèves peuvent rencontrer dans le cadre de la résolution de problème.

CONTINUITE et théorème TVI

Attendus en terminale STI2D		
Aucun attendu dans cette série sur la continuité		
Attendus en terminale S		
Continuité sur un intervalle, théorème des valeurs intermédiaires	• Exploiter le théorème des valeurs intermédiaires dans le cas où la fonction est strictement monotone, pour résoudre un problème donné.	L'objectif est que les élèves aient compris qu'il existe des fonctions qui ne sont pas continues, (et pas nécessairement des cas pathologiques) et qu'ils puissent représenter graphiquement une non continuité. Les fonctions usuelles sont continues sur les intervalles d'étude. Étudier la continuité d'une fonction en un point ou sur un intervalle n'est pas un objectif du programme. Théorème des valeurs intermédiaires admis La démonstration du cas particulier du théorème des valeurs intermédiaires, qui n'est pas un attendu du programme, peut être une occasion de travailler **les attendus sur les "notations et raisonnement mathématiques". A inscrire dans de la différenciation pédagogique ?** Les élèves doivent savoir restituer l'énoncé du TVI et de son corollaire et savoir mettre en évidence l'importance de chacune des hypothèses (par exemple en illustrant par un dessin) **Mais** comme dans le précédent programme, il n'est pas attendu des élèves qu'ils citent le TVI pour l'appliquer dans le cadre d'une résolution de problème. La référence au tableau de variation suffit.
Attendus en terminale ES&L		
Comme en S on ne parle que de continuité sur un intervalle et l'approche est intuitive. Donner à comprendre aux élèves (en l'illustrant sur des dessins par exemple) l'importance de la continuité et de la stricte monotonie pour pouvoir conclure l'existence et l'unicité d'une solution. **Mais** dans le cadre de la résolution de problème la référence au tableau de variation suffit (l'utilisation en acte du TVI sans justification)		

DERIVATION

Attendus en terminale ES&L

Outre la connaissance des fonctions dérivées des deux nouvelles fonctions de référence Exp et Ln, les élèves doivent

- apprendre à dériver la composée particulière $x \longrightarrow e^{u(x)}$ (ce qui se justifie par le fait que les élèves doivent connaître la fonction densité de la loi normale centrée réduite et sa courbe représentative : ils peuvent ainsi l'étudier).
- Savoir si les fonctions de référence (carré, racine carrée, ln et exp) sont convexes ou concaves
- connaître le lien entre la convexité d'une fonction et le sens de variation de la fonction dérivée de cette fonction (lien conjecturé et admis). La dérivée seconde peut être mobilisée dans ce cadre.
- Reconnaître graphiquement un point d'inflexion

Pour cela on peut faire observer que,:
* certaines fonctions de référence ont leur courbe située au dessus (d'autres au dessous) de toutes leurs tangentes et que d'autres n'ont pas cette qualité (contre-exemple)
* lorsqu'elles ont une courbe située au dessus de toutes leurs tangentes elles croissent de plus en plus vite (dérivée croissante) (ou décroissante pour concave). On admettrait que c'est toujours vrai.

D'une façon plus générale si l'on prend une fonction f dont la dérivée est croissante alors la courbe de cette fonction f est au dessus de toutes ses tangentes (démo sur un exemple générique - par exemple au point d'abscisse 1 – et ensuite on admet que l'on pourrait faire de même en n'importe quelle abscisse a.

Pour ce qui concerne le point d'inflexion, on attend que les élèves sachent le conjecturer sur un graphique, mais pas le justifier de façon autonome. Le justifier est un problème à part entière sur lequel aucun automatisme n'est construit. CSQ : si c'est la question, indiquer clairement une stratégie.

Attendus en terminale S

Calculs de dérivées : compléments	• Calculer les dérivées des fonctions : $x \mapsto \sqrt{u(x)}$; $x \mapsto (u(x))^n$, n entier relatif non nul ; $x \mapsto \mathrm{e}^{u(x)}$; $x \mapsto \ln(u(x))$. • Calculer la dérivée d'une fonction $x \mapsto f(ax+b)$ où f est une fonction dérivable, a et b deux nombres réels.	On peut mettre en évidence un schéma identique de preuve (non complètement aboutie) pour donner à comprendre les formules : $\frac{f(u(x)) - f(u(a))}{x-a} = \frac{f(u(x)) - f(u(a))}{u(x)-u(a)} \times \frac{u(x)-u(a)}{x-a}$ et formaliser le cas général quand le schéma aura été mis en œuvre plusieurs fois.

Attendus en terminale STI2D

Calculer les dérivées des fonctions de la forme $x \mapsto (u(x))^n$, n entier relatif non nul ; $x \mapsto e^{u(x)}$; $x \mapsto \ln(u(x))$. On en déduit des primitives de $u'e^u$, $u'u^n$ (n entier relatif, différent de -1) et, pour u strictement positive, $\frac{u'}{u}$	En STI2D la formation vise à doter les élèves d'outils opérants dans la résolution de problème. On peut mettre en évidence une expression unifiée de la dérivée de la composée $x \longrightarrow f(u(x))$ mais cette expression n'est pas à connaître. L'objectif prioritaire est que les élèves aient compris que la dérivée d'une fonction de ce type n'est pas $x \longrightarrow f'(u(x))$ et qu'ils puissent s'en convaincre de façon autonome par exemple à partir de la fonction dérivée de $x \mapsto (u(x))^2$ qu'ils peuvent aisément retrouver Ce travail prépare la reconnaissance de forme utile à la détermination de primitives

FONCTIONS COSINUS ET SINUS

Attendus en terminale S

Fonctions déjà étudiées en permière STI2D. Rien de plus n'est à faire. Aucun attendu en ES&L

Fonctions sinus et cosinus	• Connaître la dérivée des fonctions sinus et cosinus. • Connaître quelques propriétés de ces fonctions, notamment parité et périodicité. • Connaître les représentations graphiques de ces fonctions.	Les formules de dérivation sont à établir **dans le cadre d'une différenciation pédagogique**. C'est une bonne occasion de réactiver les formules de trigonométrie. On peut les mettre en évidence en 0 avec un logiciel de géométrie dynamique et construire le lien avec les limites de référence classiques à maîtriser : $\frac{\sin x}{x}$ et $\frac{(\cos x - 1)}{x}$ en 0. Aucune maîtrise n'est attendue sur la réduction de l'intervalle d'étude utile pour une fonction trigonométrique. Si cela devait faire l'objet d'un exercice, toutes les indications utiles sont données. La fonction tangente ne fait pas partie des fonctions de référence à connaître.

FONCTIONS EXPONENTIELLES

Attendus en terminale S

Fonction exponentielle Fonction $x \mapsto \exp(x)$.	▣ Démontrer l'unicité d'une fonction dérivable sur $\mathbf{R}$, égale à sa dérivée et qui vaut 1 en 0.	<u>Démonstration attendue 1</u> : Les objectifs d'apprentissage visés sont : • pour démontrer l'unicité on raisonne par l'absurde en supposant qu'il existe deux fonctions solution du problème posé

<table>
<tr>
<td>Relation fonctionnelle, notation e^x.</td>
<td>Démontrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} e^x = +\infty$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} e^x = 0$.

• Utiliser la relation fonctionnelle pour transformer une écriture.

• Connaître le sens de variation et la représentation graphique de la fonction exponentielle.

• Connaître et exploiter $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} x e^x = 0$.</td>
<td rowspan="2">• pour comparer deux fonctions, on étudie leur différence ou leur quotient. Du fait des propriétés de exp, on privilégie le quotient.
• pour choisir le quotient, il faut d'abord être sûr que exp ne s'annule pas
• quand on ne peut pas faire d'algèbre, on fait de l'analyse (on passe par l'étude des variations d'une fonction ad hoc)
Démonstration attendue2 :
L'objectif d'apprentissage visé consiste à renforcer deux idées fortes
• : en analyse, on compare (on majore, on minore)
• quand on ne peut pas faire d'algèbre, on fait de l'analyse (on passe par l'étude les variations)

Il n'y a plus d'attendu sur la relation fonctionnelle <u>caractéristique</u> des fonctions exponentielles. La relation fonctionnelle évoquée se limite à la propriété :
pour tous réels a et b, $\exp(a+b) = \exp a \times \exp b$
Attention, des raisonnements faisant cohabiter variable et paramètres sont difficiles pour une grande majorité d'élèves. Il peut être utile d'envisager une différenciation pédagogique en la matière (par exemple, traiter un cas générique en fixant une valeur du paramètre pour certains élèves, ….). Ne pas attendre une maîtrise de la justification du cas général par tous.</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">Pas d'attendu de méthode d'Euler

Installer que sg($e^x - e^a$)=sg($x - a$)
(voir démo exigible de 1ere S sur la racine carrée)</td>
</tr>
</table>

Attendus en terminale ES&L

Comme dans le précédent programme de L **la fonction exp est vue comme prolongement continu des suites géométriques** voir doc ressource publié en 2004

On définit d'abord des suites géométriques généralisées (passage de N à Z : l'image de la moyenne arithmétique de n-1 et de n+1 est la moyenne géométrique des images de n-1 et de n+1)) puis on met en place un processus de dichotomie qui respecte cette propriété : entre deux points du nuage on ajoute le point d'abscisse la moyenne arithmétique des deux abscisses et d'ordonnée la moyenne géométrique des deux ordonnées. (après une première dichotomie on peut observe que le processus multiplicatif est conservé : ordonnée d'un point $\xrightarrow{\times\sqrt{q}}$ ordonnée du point suivant). En réitérant le processus on complète petit à petit la courbe d'une fonction. Quand on fait varier q on constate qu'il ne semble y avoir qu'une seule valeur de q pour laquelle le nuage obtenu approche la courbe d'une fonction qui a une tangente de pente 1 en son point d'abscisse 0. C'est elle la fonction exp. Elle correspond à q $\approx$ 2,7.

La notation puissance va donc de soi.

L'expression de la fonction dérivée de exp peut être conjecturée puis admise.

Attendus en terminale STI2D

La fonction exponentielle est vue comme « bijection réciproque » de la fonction Ln. On va jusqu'à voir des exemples de fonctions exp de base a et de fonctions puissance réelle car elles sont utiles à d'autres disciplines. C'est la relation fonctionnelle qui permet de donner sens à la notation puissance.

FONCTIONS LOGARITHMES

Attendus en terminale S

Fonction logarithme népérien Fonction $x \mapsto \ln x$. Relation fonctionnelle, dérivée.	• Connaître le sens de variation, les limites et la représentation graphique de la fonction logarithme népérien. • Utiliser, pour a réel strictement positif et b réel, l'équivalence $\ln a = b \Leftrightarrow a = e^b$. • Utiliser la relation fonctionnelle pour tansformer une écriture. • Connaître et exploiter $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$.	**Il n'y a plus la relation fonctionnelle caractéristique.** La relation fonctionnelle évoquée est la propriété : pour tous réels strictement positifs *a* et *b*, $\ln(ab) = \ln a + \ln b$ **Il n'y a plus de croissance comparée de exp ou de ln avec les fonctions puissances entières.** Pour calculer la limite en $+\infty$ de $\frac{e^x}{x^2}$, la stratégie sera donnée (passage par exemple par $\left(\frac{e^{\frac{x}{2}}}{\frac{x}{2}}\right)^2$) **Fonction de référence : il n'y a plus en S les fonctions exponentielles en base *a* ou les fonctions puissances réelles.**

Attendus en terminale STI2D

Le programme préconise de motiver l'étude des primitives sur R+* des fonctions inverses qui s'annulent en 1 par la recherche des fonctions dérivables sur $]0\,;\,+\infty[$ qui transforment les produits en sommes. **Attention pour autant à ne pas introduire de façon trop abstraite les logarithmes**. !!! En STI2D les notions doivent être introduites de façon concrète et simple. La priorité est de résoudre des problèmes.

Attendus en terminale ES&L

Seuls les fondamentaux sur la fonction Ln sont abordés. C'est une nouvelle fonction de référence mais on l'étudie moins pour elle-même que pour résoudre des équations du type : $x^n = k$

Intégration Définition de l'intégrale d'une fonction continue et positive sur $[a,b]$ comme aire sous la courbe. Notation $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$. Théorème : si f est une fonction continue et positive sur $[a,b]$, la fonction F définie sur $[a,b]$ par $F(x)=\int_a^x f(t)\mathrm{d}t$ est dérivable sur $[a, b]$ et a pour dérivée f.		La démonstration est à faire en classe mais sa restitution par les élèves n'est pas un exigible pour le bac.	▣ Il est intéressant de présenter le principe de la démonstration du théorème dans le cas où f est positive et croissante.
Primitive d'une fonction continue sur un intervalle. Théorème : toute fonction continue sur un intervalle admet des primitives.	• Déterminer des primitives des fonctions usuelles par lecture inverse du tableau des dérivées. • Connaître et utiliser les primitives de $u'e^u$, $u'u^n$ (n entier relatif, différent de -1) et, pour u strictement positive, $\frac{u'}{\sqrt{u}}$, $\frac{u'}{u}$.	On écrit f comme somme d'une fonction continue positive (dont on sait qu'elle admet des primitives) et d'une fonction constante dont on connaît une primitive : $f=(f-m)+m$ On peut introduire la notion de primitive plus tôt dans la progression. Cela peut être une occasion de travailler des propriétés d'une fonction connaissant des propriétés de sa dérivée.	▣ Il est intéressant de démontrer ce théorème dans le cas d'un intervalle fermé borné, en admettant que la fonction a un minimum. On admet le cas général.

Intégrale d'une fonction continue de signe quelconque. Linéarité, positivité, relation de Chasles. Valeur moyenne.	• Calculer une intégrale. • Utiliser le calcul intégral pour déterminer une aire. • Encadrer une intégrale. ◇ Pour une fonction monotone positive, mettre en œuvre un algorithme pour déterminer un encadrement d'une intégrale.	Le programme semble inciter à établir les propriétés de positivité de linéarité et de Chasles en utilisant l'expression de l'intégrale avec des primitives. **L'intégration par parties n'est plus au programme** **Le calcul des volumes n'est plus un attendu** (évoqué pour l'AP)

Ont disparu du programme d'analyse de la série S :

- **les équations différentielles.**
- **les fonctions exponentielles en base *a* ou les fonctions puissances réelles.**

Mais cela reste au programme des STI2D

Géométrie

(*en S environ le quart du temps (soit 7-8 semaines) ; rien en ES&L ; en STI2D reste 30% du temps pour cette partie géométrie et les probas)*

Nombres complexes en S

Forme algébrique, conjugué. Somme, produit, quotient. Équation du second degré à coefficients réels. Représentation géométrique. Affixe d'un point, d'un vecteur. Forme trigonométrique : - module et argument, interprétation géométrique dans un repère orthonormé direct ; - notation exponentielle.	• Effectuer des calculs algébriques avec des nombres complexes. • Résoudre dans C une équation du second degré à coefficients réels. • Représenter un nombre complexe par un point ou un vecteur. • Déterminer l'affixe d'un point ou d'un vecteur. • Passer de la forme algébrique à la forme trigonométrique et inversement. • Connaître et utiliser la relation $z\bar{z}=\|z\|^2$. • Effectuer des opérations sur les nombres complexes écrits sous différentes formes.	Le programme précédant imposait une vision d'abord géométrique des nombres complexes, ce n'est plus le cas dans ce programme. Même attendus que précédemment **sans les transformations,** y compris l'attendu sur l'interprétation géométrique du module et de l'argument de $b-a$. On n'attend pas une automatisation de l'interprétation du module ou de l'argument d'un quotient. Les formules trigonométriques à mémoriser sont les six formules usuelles cosinus et sinus de $a+b$, $a-b$, $2a$ Ni la formule de Moivre, ni les formules d'Euler ne sont au programme. **Pas d'attendus de restitution de démonstrations pour le bac.**

Nombres complexes en STI2D

On poursuit le travail amorcé en première. Objectif : forme trigo ; produit, quotient, conjugué. La notation exponentielle doit être mise au service de la mémorisation des formules de trigo. Les six formules sont attendues.

Géométrie dans l'espace en S uniquement

Droites et plans Positions relatives de droites et de plans : intersection et parallélisme. Orthogonalité : - de deux droites ; - d'une droite et d'un plan.	• Étudier les positions relatives de droites et de plans. • Établir l'orthogonalité d'une droite et d'un plan.	Il s'agit de réactualiser ce qui a été introduit et formalisé en seconde sur les définitions de droites et plans de l'espace et sur leurs positions relatives. *Attention, les acquis peuvent être fragiles d'autant plus que le programme de première ne traite pas explicitement de géométrie dans l'espace. Par exemple, un élève peut ne pas savoir qu'un plan est déterminé par trois points non alignés, ou que deux plans sont parallèles s'il existe dans l'un de ces deux plans deux droites sécantes parallèles deux à deux à deux droites sécantes de l'autre.* L'orthogonalité est une nouveauté.
Géométrie vectorielle Caractérisation d'un plan par un point et deux vecteurs non colinéaires. Vecteurs coplanaires. Décomposition d'un vecteur en fonction de trois vecteurs non coplanaires. Repérage. Représentation paramétrique d'une droite.	• Choisir une décomposition pertinente dans le cadre de la résolution de problèmes d'alignement ou de coplanarité. • Utiliser les coordonnées pour : - traduire la colinéarité ; - caractériser l'alignement ; - déterminer une décomposition de vecteurs.	**Attention : la notion de vecteur dans l'espace n'est pas construite.** À donner très rapidement. **Le programme poursuit l'objectif implicite de construction de la géométrie affine pour aller vers la construction de la géométrie vectorielle.** *Préambule de la partie géométrie dans l'espace : Dans cette partie, il s'agit … de faire percevoir toute l'importance de la **notion de direction de droite ou de plan**.* *La décomposition d'un vecteur d'un plan suivant deux vecteurs non colinéaires de ce plan, puis celle d'un vecteur de l'espace suivant trois vecteurs non coplanaires, sensibilisent aux **concepts de liberté et de dépendance en algèbre linéaire**.* Une piste peut être de traiter en parallèle l'aspect géométrie pur et l'aspect vectoriel des droites et plans de l'espace pour faire ressortir les liens.Autrement dit, - une droite est définie par un point et un vecteur non nul, - un plan par un point et deux vecteurs non colinéaires - l'espace par un point et trois vecteurs non coplanaires Les vecteurs caractérisent la direction des droites et des plans et permettent de traiter les problèmes relevant du parallélisme Bien asseoir les repères respectifs des droites et des plans facilitera les représentations paramétriques de ces droites et de ces plans

<table>
<tr><td colspan="2"></td><td>On ne se limite pas à des repères orthogonaux.
<u>Problèmes à résoudre</u> : positions relatives de droites et de plans
<u>Démonstration non exigible pour le bac du théorème du toit</u> : nouvelle occasion de travailler le raisonnement par l'absurde et de renforcer la notion de repère ou de direction d'un plan.</td></tr>
<tr><td colspan="3">PRODUIT SCALAIRE</td></tr>
<tr><td colspan="3">en STI2D</td></tr>
<tr><td colspan="3">Les acquis du programme de première sur le produit scalaire (dans le plan uniquement) sont complétés par les formules de trigo</td></tr>
<tr><td colspan="3">En S</td></tr>
<tr><td>Produit scalaire

Produit scalaire de deux vecteurs dans l'espace : définition, propriétés.

Vecteur normal à un plan. Equation cartésienne d'un plan.</td><td>• Déterminer si un vecteur est normal à un plan.

■ Caractériser les points d'un plan de l'espace par une relation $ax+by+cz+d=0$ avec a, b, c trois nombres réels non tous nuls.

• Déterminer une équation cartésienne d'un plan connaissant un point et un vecteur normal.

• Déterminer un vecteur normal à un plan défini par une équation cartésienne.

■ Démontrer qu'une droite est orthogonale à toute droite d'un plan si et seulement si elle est orthogonale à deux droites sécantes de ce plan.

• Choisir la forme la plus adaptée entre équation cartésienne et représentation paramétrique pour :
- déterminer l'intersection d'une droite et d'un plan ;
- étudier la position relative de deux plans.</td><td>On admet, qu'une fois la définition d'un vecteur normal posée (vecteur non nul orthogonal à tout vecteur du plan) on peut caractériser un plan par un couple point, vecteur normal.

<u>Deux démonstrations exigibles</u>
• la première sur la caractérisation d'un plan nécessite une démonstration en deux temps :
- CN : si on a un plan, alors il a une équation de la forme …
- CS : si on a une équation de la forme …, alors c'est l'équation d'un plan.

• la seconde : démontrer l'équivalence entre "une droite est orthogonale à toutes les droites d'un plan" et "une droite est orthogonale à deux droites sécantes de ce plan" renforce le travail sur les directions de droites et de plans.</td></tr>
</table>

Ont disparu du programme de S :

- **la distance d'un point à un plan et la distance d'un point à une droite … et toutes leurs applications (position relatives droites-sphères)**
- **la notion de demi-espace**
- le barycentre

3. Probabilités et statistiques

en S environ le quart du temps (soit 7-8 semaines), en STI2D 30% du temps mais avec la géométrie ; en ES&L 1/3 du temps

Conditionnement, indépendance Conditionnement par un événement de probabilité non nulle. Notation $P_A(B)$.	• Construire un arbre pondéré en lien avec une situation donnée. • Exploiter la lecture d'un arbre pondéré pour déterminer des probabilités. • Calculer la probabilité d'un événement connaissant ses probabilités conditionnelles relatives à une partition de l'univers.	La démonstration attendue est l'occasion de travailler les propriétés des ensembles. Le vocabulaire lié à la formule des probabilités totales n'est pas un attendu du programme, mais la mise en œuvre de cette formule doit être maîtrisée. Simuler une marche aléatoire est une occasion de retravailler la loi binomiale et de travailler l'algorithmique
Indépendance de deux événements.	▣ Démontrer que si deux événements A et B sont indépendants, alors il en est de même pour $\overline{A}$ et B.	
La partie du programme ci-dessous sur les statistiques et probabilité permet de renforcer la maîtrise de la partie analyse (calcul intégral et TVI) et de travailler sur tableur et algorithmique.		
Notion de loi à densité à partir d'exemples Loi à densité sur un intervalle.		Les lois discrètes ont été étudiées en première et la loi binomiale tout particulièrement. On peut aborder les lois continues par la loi normale si on le souhaite (voir paragraphe suivant). La nouveauté en dehors de la loi normale est la définition de l'espérance des lois à densité avec la connaissance de celle de la loi uniforme et de la loi exponentielle. <u>La démonstration attendue</u> est une occasion de travailler le calcul intégral via la recherche de primitive. <u>La démonstration</u> <u>conseillée</u>(la loi exponentielle vérifie la propriété de durée de vie sans vieillissement) - qui n'est pas exigible pour le bac - était déjà présente dans le précédent
Loi uniforme sur $[a,b]$. Espérance d'une variable aléatoire suivant une loi uniforme.	• Connaître la fonction de densité de la loi uniforme sur $[a,b]$.	

Lois exponentielles. Espérance d'une variable aléatoire suivant une loi exponentielle.	• Calculer une probabilité dans le cadre d'une loi exponentielle. ▣ Démontrer que l'espérance d'une variable aléatoire suivant une loi exponentielle de paramètre λ est $\frac{1}{\lambda}$.	programme. Elle permet de retravailler les intersections, les probabilités conditionnelles et les propriétés de l'exponentielle.
Loi normale centrée réduite $\mathcal{N}(0,1)$. Théorème de Moivre Laplace (admis). Loi normale $\mathcal{N}(\mu,\sigma^2)$ d'espérance μ et d'écart-type σ.	• Connaître la fonction de densité de la loi normale $\mathcal{N}(0,1)$ et sa représentation graphique. ▣ Démontrer que pour $\alpha \in]0,1[$, il existe un unique réel positif u_α tel que $P(-u_\alpha \leq X \leq u_\alpha)=1-\alpha$ lorsque X suit la loi normale $\mathcal{N}(0,1)$. • Connaître les valeurs approchées $u_{0,05} \approx 1{,}96$ et $u_{0,01} \approx 2{,}58$. • Utiliser une calculatrice ou un tableur pour calculer une probabilité dans le cadre d'une loi normale $\mathcal{N}(\mu,\sigma^2)$. • Connaître une valeur approchée de la probabilité des événements suivants : $\{X \in [\mu-\sigma, \mu+\sigma]\}$, $\{X \in [\mu-2\sigma, \mu+2\sigma]\}$ et $\{X \in [\mu-3\sigma, \mu+3\sigma]\}$, lorsque X suit la loi normale $\mathcal{N}(\mu,\sigma^2)$.	**On peut prendre toute liberté pour <u>introduire très tôt dans l'année la loi normale</u> (pas nécessairement centrée réduite), sans formalisation excessive**. Par exemple dans un premier temps, on peut faire remarquer la forme de courbe en cloche des sommets des bâtons dans la représentation de la loi binomiale. On peut faire calculer l'aire sous la courbe entre *a* et *b* en utilisant un logiciel (GeoGebra par exemple) avec le choix de donner l'expression de *f* ou pas et comparer avec P($a \leq X \leq b$) avec X binomiale de paramètre n assez grand. Durant cette phase de familiarisation, on peut • travailler le calcul des probabilités en lien avec les propriétés de la courbe en cloche • faire percevoir via l'expérimentation l'information apportée par l'écart type et valider dans un premier temps les probabilités des événements : $X \in [\mu-\sigma, \mu+\sigma]$, $X \in [\mu-2\sigma, \mu+2\sigma]$, $X \in [\mu-3\sigma, \mu+3\sigma]$. <u>Avantage</u> : • s'approprier les propriétés de la loi normale sans se heurter d'abord à la technique et sans attendre d'avoir fait l'étude de la fonction exp ou la théorie de l'intégration. • pouvoir traiter tous les problèmes de prise de décision. **Ce premier passage est le tronc commun à toutes les séries.sur la loi normale** Les lois à densité permettent alors • d'élargir le champ des lois continues qui sont au programme tout en remobilisant le calcul intégral • d'aborder l'espérance d'une loi continue. La loi normale centrée réduite est le modèle commun à toutes les lois normales. Le théorème de Moivre-Laplace permet de justifier l'existence de la loi normale centrée réduite et de faire le lien avec la loi binomiale. Le travail sur la loi normale centrée réduite permet de justifier les résultats précédemment admis sur la loi normale N(μ,σ^2). Elle permet

		aussi de retrouver les paramètres d'une loi normale connaissant la probabilité de certains intervalles (voir document ressource p. 16). **Les élèves doivent automatiser** le passage variable aléatoire quelconque - variable aléatoire centrée réduite et l'incidence sur les probabilités d'intervalles : $P(a \leq Z \leq b) = P(\mu + a\sigma \leq X \leq \mu + b\sigma)$ <u>La démonstration attendue</u> remobilise non seulement le lien calcul de probabilités et propriétés de la courbe en cloche, mais aussi beaucoup d'acquis fondamentaux du programme d'analyse (lien entre intégrale et primitive, TVI). Ces notions demandent du recul (ce qui justifie de ne pas les aborder trop tôt) et la démonstration est une excellente occasion de favoriser le transfert. Faire comprendre aux élèves que cette démonstration donne un corollaire du théorème de Moivre-Laplace : $P(-u_\alpha \leq Z_n \leq u_\alpha)$ qui est égale à $P(\mu - u_\alpha \times \sigma \leq X_n \leq \mu + u_\alpha \times \sigma)$ tend vers $1 - \alpha$ quand n tend vers $+\infty$
Intervalle de fluctuation	▣ Démontrer que si la variable aléatoire X_n suit la loi $\mathcal{B}(n, p)$, alors, pour tout α dans $]0{,}1[$ on a, $\lim\limits_{n\to+\infty} P\left(\frac{X_n}{n} \in I_n\right) = 1 - \alpha$, où I_n désigne l'intervalle $\left[p - u_\alpha \frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}}, p + u_\alpha \frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}}\right]$. • Connaître l'intervalle de fluctuation asymptotique(*) au seuil de 95 % : $\left[p - 1{,}96\frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}}, p + 1{,}96\frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}}\right]$ où p désigne la proportion dans la population.	L'énoncé de la propriété à démontrer peut être très abstrait pour certains élèves. C'est surtout la compréhension de la situation qui est compliquée. La première des choses à faire comprendre aux élèves est ce qu'est la variable aléatoire F_n égale à $\frac{X_n}{n}$, variable aléatoire d'espérance p et d'écart type $\frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}}$. **Les élèves doivent automatiser** le passage d'une variable aléatoire quelconque à la variable aléatoire fréquence associée (paramètres et incidence sur les probabilités d'intervalles) On a ici un changement de paradigme. On approche le terme de rang n de la suite - la probabilité pour que F_n soit dans l'intervalle I_n - par sa limite. Cette suite n'est pas monotone donc on ne peut pas savoir si l'approximation est par excès ou par défaut. On peut montrer aux élèves comment on justifie que pour n assez grand, l'intervalle de confiance donné en seconde contient p avec une probabilité supérieure ou égale à 0,95. Cela permettra de justifier plus rapidement la démonstration non exigible pour le bac sur

		l'intervalle de confiance ci-contre : C'est une occasion de remobiliser la définition d'une suite convergente. La loi normale centrée réduite permet de justifier les résultats de cours sur les statistiques inférentielles faisant intervenir la loi normale.	▣ Il est intéressant de démontrer que, pour une valeur de p fixée, l'intervalle $\left[F_n - \frac{1}{\sqrt{n}}, F_n + \frac{1}{\sqrt{n}}\right]$ contient, pour n assez grand, la proportion p avec une probabilité au moins égale à 0,95.
Estimation Intervalle de confiance (*). Niveau de confiance.	• Estimer par intervalle une proportion inconnue à partir d'un échantillon. • Déterminer une taille d'échantillon suffisante pour obtenir, avec une précision donnée, une estimation d'une proportion au niveau de confiance 0,95.	On aidera les élèves en présentant, plutôt qu'une définition, une stratégie permettant d'obtenir un intervalle de confiance : 1. On veut estimer une proportion inconnue p d'une population. 2. On envisage tous les échantillons de taille n prélevés dans cette population. 3. On considère la variable aléatoire F_n qui à tout échantillon associe la fréquence observée sur cet échantillon. 4. On sait que pour n suffisamment grand, la probabilité pour que p soit comprise entre $F_n - \frac{1}{\sqrt{n}}$ et $F_n + \frac{1}{\sqrt{n}}$ est supérieure ou égale à 0,95. 5. On prélève maintenant un échantillon ou on dispose d'un échantillon de fréquence *f*. 6. On obtient un <u>intervalle numérique</u> $\left[f - \frac{1}{\sqrt{n}}, f + \frac{1}{\sqrt{n}}\right]$, qui constitue un intervalle de confiance au seuil de 0,95. 7. *p* appartient ou n'appartient pas à cet intervalle. Il n'y a plus d'aléatoire	

Maintenir l'apprentissage d'apprendre à apprendre régulier : établir un contrat clair de restitution de définitions, propriétés, théorème, y compris de démonstrations en nombre limité et pas nécessairement durablement en vue du bac.

Ne pas oublier dans ce cadre les exercices qui relèvent des probabilités conditionnelles : Par exemple

Dans une maternité, poids d'un nouveau né garçon suit loi normale d'espérance 3.4 kg et écart-type 0.25kg, poids d'un nouveau né fille suit loi normale d'espérance 3.2 et d'écart-type 0.25. Il y a 60% de garçon et 40% filles.

1) Probabilité qu'un nouveau né choisi au hasard pèse plus de 3.6kg.

2) Un nouveau né pèse plus de 3.6 kg, probabilité que ce soit une fille.

En terminale ES

On peut introduire la loi normale **comme dans le tronc commun à toutes les séries c'est à dire sans intégrale ni exponentielle**

Les élèves ont à connaître la fonction densité de la loi normale centrée réduite. On commencer le travail sur la loi N(0,1) par l'étude de la fonction densité de la loi normale centrée réduite Z. On montre que sa courbe enveloppe la représentation graphique de n'importe quelle loi binomiale centrée réduite Z_n.
Les élèves doivent automatiser le passage variable aléatoire quelconque- variable aléatoire centrée réduite et l'incidence sur les probabilités des intervalles ad hoc :

$$P(a \leq Z \leq b) = P(\mu + a\sigma \leq X \leq \mu + b\sigma)$$

La loi normale centrée réduite permet de retrouver les paramètres d'une loi normale connaissant la probabilité de certains intervalles (voir doc ressource p. 16).

Si on souhaite vraiment faire référence à Moivre Laplace et expliquer d'où vient l'intervalle de fluctuation, on peut admettre le théorème de Moivre Laplace qui permet d'utiliser pour n assez grand l'approximation de $P(-1{,}96 \leq Z_n \leq 1{,}96)$ par $P(-1{,}96 \leq Z \leq 1{,}96) = 0{,}95$.
On en déduit que pour n assez grand si X_n est une variable aléatoire qui suit une loi binomiale de paramètres (n, p), alors : $P(\mu - 1{,}96\sigma \leq X \leq \mu + 1{,}96\sigma)$ =0,95 où $\mu = np$ et $\sigma = \sqrt{np(1-p)}$.

Repérer que p est l'espérance de F_n et que l'écart type est $\frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}}$ pour mémoriser plus facilement la formule.

Ont disparu du programme de terminale ES :

- **La dépendance de deux événements**
- **Les statistiques à deux variables**
- **L'adéquation à une loi équirépartie**

En terminale STI2D

Probabilités-statistiques

On peut introduire la loi normale **comme dans le tronc commun à toutes les séries c'est à dire sans intégrale ni exponentielle.** Les élèves n'ont pas à connaître la fonction densité de loi normale centrée réduite. Mais c'est elle qui sert à justifier le 1,96 de l'intervalle de fluctuation et de l'intervalle de confiance.