PRESENTATION DE L'ACTIVITE SUR LA CONVEXITE EN CLASSE DE TERMINALE SPECIALITE

- ✓ OBJECTIFS : Cette activité est proposée aux élèves de terminale spécialité maths. L'objectif est de faire découvrir la définition de la convexité sur un intervalle ainsi que les propriétés de la convexité (sans démonstration, à partir d'un exemple). Cette recherche se fait en groupes sous forme de classe puzzle :

- ✓ CLASSE PUZZLE : Dans un premier temps, les élèves sont en groupe et travaillent sur un énoncé, sachant qu'il y a 4 énoncés. Dans un second temps, les élèves seront mélangés afin que dans chaque nouveau groupe il y ait au moins un élève ayant travaillé sur l'énoncé A, B, C ou D.

- ✓ PRE-REQUIS : Notions de première spécialité sur la dérivation (calcul de dérivée, étude de fonction, tangente). Position relative d'une courbe représentative et d'une droite.

DEROULE phase 1 :

Des îlots sont créés dans la classe. Chaque groupe travaillent sur un énoncé A, B, C ou D. Vu l'effectif de la classe, deux groupes travaillent sur un même énoncé :

Enoncé A	**Enoncé B**	**Enoncé C**	**Enoncé D**
Elève 1A Elève 2A Elève 3A	Elève 1B Elève 2B Elève 3B	Elève 1C Elève 2C Elève 3B	Elève 1D Elève 2D Elève 3D
Elève 4A Elève 5A Elève 6A	Elève 4B Elève 5B Elève 6B	Elève 4C Elève 5C Elève 6C	Elève 4D Elève 5D Elève 6D

- ✓ Document élève : chaque élève a un énoncé et la représentation graphique de la fonction cube.

Enoncé A : *Découvrir la définition d'une fonction convexe sur un intervalle par la position relative de la courbe représentative et des sécantes.*
Enoncé B : *Découvrir sans démontrer qu'une fonction est convexe sur un intervalle si et seulement si la courbe représentative de la fonction est située au-dessus de toutes ses tangentes sur cet intervalle.*
Enoncé C : *Découvrir sans démontrer qu'une fonction (dérivable) est convexe sur un intervalle si et seulement si sa fonction dérivée est croissante sur cet intervalle.*
Enoncé D : *Découvrir sans démontrer qu'une fonction (deux fois dérivables) est convexe sur un intervalle si et seulement si sa fonction dérivée seconde est positive sur cet intervalle.*

- ✓ Durée : 20 minutes avec passage de l'enseignant dans chaque groupe pour vérifier le travail.

DEROULE phase 2 :

6 groupes sont reformés afin que chacun contienne un élève ayant travaillé sur chaque énoncé. Les groupes correspondent aux lignes de mon tableau précédent :

	Enoncé A	**Enoncé B**	**Enoncé C**	**Enoncé D**
Groupe 1 →	Elève 1A	Elève 1B	Elève 1C	Elève 1D
Groupe 2 →	Elève 2A	Elève 2B	Elève 2C	Elève 2D
Groupe 3 →	Elève 3A	Elève 3B	Elève 3B	Elève 3D
Groupe 4 →	Elève 4A	Elève 4B	Elève 4C	Elève 4D
Groupe 5 →	Elève 5A	Elève 5B	Elève 5C	Elève 5D
Groupe 6 →	Elève 6A	Elève 6B	Elève 6C	Elève 6D

- ✓ Document élève : Chaque élève reçoit un tableau récapitulatif à compléter.

Chaque élève expose son travail de groupe et la conclusion obtenue sur la convexité.

- ✓ Durée : 20 minutes

DEROULE phase 3 :

Le bilan de l'activité est fait en classe entière, les élèves reprennent leurs places initiales. Et prennent en note :

La définition d'une corde, la définition de la dérivée seconde, la définition et les propriétés de la convexité. La notion du point d'inflexion peut aussi être donné ici.

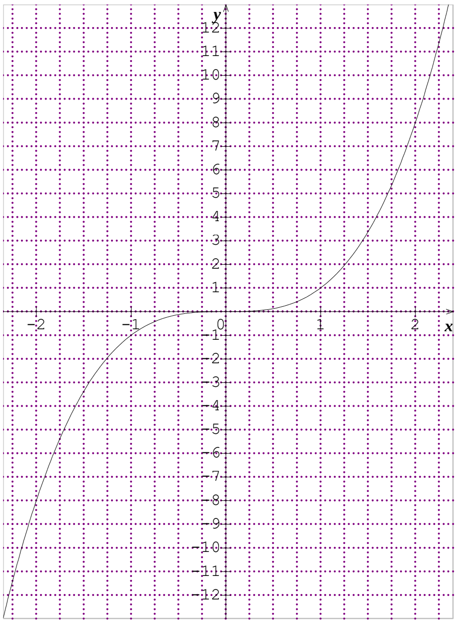
Démonstration en classe entière possible : *Si f'' est positive alors la courbe représentative de f est au-dessus de ses tangentes.*

- ✓ Durée : 10 minutes ou 10+30 si la démonstration est faite.

Séq 1 (A1)	Activité 2 : Vers la Convexité

GROUPE A

On considère la fonction cube définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3$. C_f est la courbe représentative de f dans un repère.



1. Placer deux points A et B d'abscisses négatives et tracer le segment [AB] (appelé CORDE ou SECANTE).

Comment est situé ce segment par rapport à la courbe . C_f ?

2. Faire de même avec des points C et D d'abscisses positives, puis avec le point E d'abscisse -2 et F d'abscisse 2.

3. On dit que **la fonction f** est CONCAVE sur l'intervalle $]-\infty; 0]$ et CONVEXE sur l'intervalle $[0; +\infty[$.

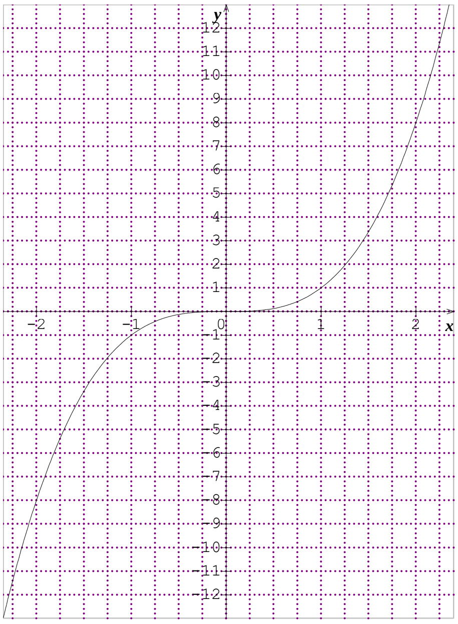
Quelles définitions peut-on conjecturer ?

Séq 1 (A1)	Activité 2 : Vers la Convexité

GROUPE B

On considère la fonction cube définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3$. C_f est la courbe représentative de f dans un repère.

Pour tout point M de C_f, on note T_M la tangente à C_f au point M.



1. Placer deux points A et B d'abscisses négatives et tracer approximativement les tangentes T_A et T_B.

Comment sont situées ces tangentes par rapport à la courbe C_f ?

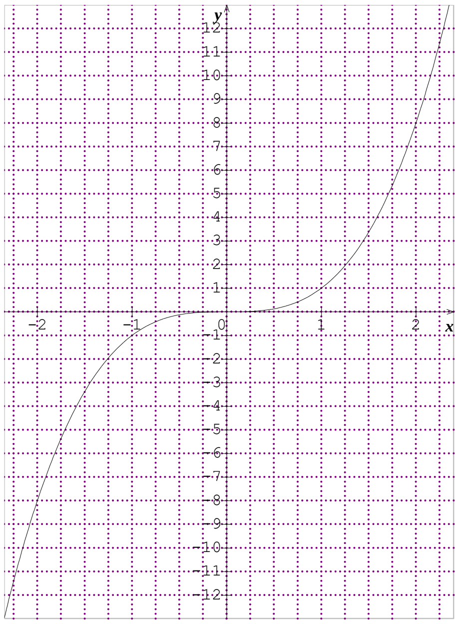
2. Faire de même avec des points C et D d'abscisses positives, puis avec le point E d'abscisse -2 et F d'abscisse 2.

3. On dit que **la fonction f** est CONCAVE sur l'intervalle $]-\infty; 0]$ et CONVEXE sur l'intervalle $[0; +\infty[$.

Quelle propriété peut-on conjecturer ?

Séq 1 (A1)	Activité 2 : Vers la Convexité

GROUPE C



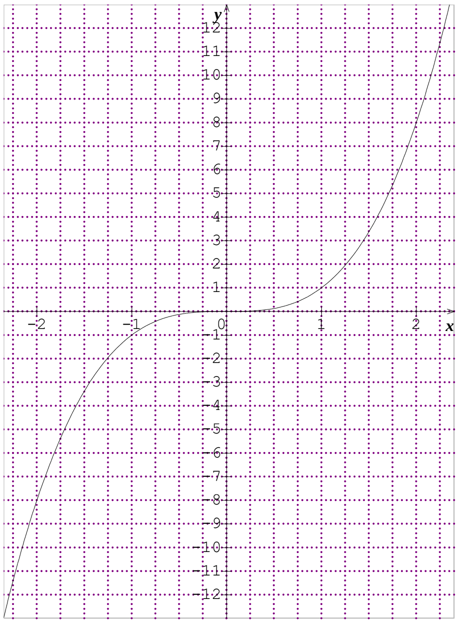
On considère la fonction cube définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3$. C_f est la courbe représentative de f dans un repère.

1. Calculer $f'(x)$.
2. $f\,'$ est une fonction polynôme du second degré. Déterminer alors les **variations de f'** sur $\mathbb{R}$.
3. On dit que **la fonction f** est CONCAVE sur l'intervalle $]-\infty; 0]$ et CONVEXE sur l'intervalle $[0; +\infty[$.

Quelle propriété peut-on conjecturer ?

Séq 1 (A1)	Activité 2 : Vers la Convexité

GROUPE D



On considère la fonction cube définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3$. C_f est la courbe représentative de f dans un repère.

1. Calculer $f'(x)$.
2. f' est une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$. Calculer alors $f''(x)$, l'expression de la dérivée de la fonction f'.
3. Déterminer le signe de $f''(x)$ sur $\mathbb{R}$.
4. On dit que **la fonction f** est CONCAVE sur l'intervalle $]-\infty; 0]$ et CONVEXE sur l'intervalle $[0; +\infty[$.

Quelle propriété peut-on conjecturer ?

BILAN DES GROUPES

- Tracer les sécantes et les tangentes sur le graphique.
- Expressions de : $f'(x) =$………………… et $f''(x) =$…………………………
- Compléter le tableau suivant :

x	$-\infty$ $+\infty$
Position de C_f par rapport aux sécantes	
Position de C_f par rapport aux tangentes	
Variation de f'	
Signe de $f''(x)$	
Convexité de f	

Deux exemples de bilan proposé - pour plus de détail voir le fichier pdf.

BILAN DES GROUPES

- Tracer les sécantes et les tangentes sur le graphique.
- Expressions de : $f'(x) =$….$3x^2$……… et $f''(x) =$……$6x$………………
- Compléter le tableau suivant :

seconde

x	$-\infty$	0	$+\infty$
Position de C_f par rapport aux sécantes	Cf au dessus des cordes		Cf est en dessous des cordes
Position de C_f par rapport aux tangentes	Cf en dessous de la tangente		Cf est au dessus de la tangente
Variation de f'	↘		↗
Signe de $f''(x)$	−		+
Convexité de f	CONCAVE		CONVEXE

BILAN DES GROUPES

- Tracer les sécantes et les tangentes sur le graphique.
- Expressions de : $f'(x) = 3x^2$ et $f''(x) = 6x$
- Compléter le tableau suivant :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
Position de C_f par rapport aux sécantes	Cp est au dessus dos cordos		Cp est en dossous dos cordos
Position de C_f par rapport aux tangentes	Cp est en dossous dos cordos		Cp est au dessus dos cordos
Variation de f'	↘		↗
Signe de $f''(x)$ Pseconde	négatif < 0	0	positif > 0
Convexité de f	CONCAVE		CONVEXE