

QUELQUES EXEMPLES
D'ALGORITHMES
POUR LA
CLASSE DE SECONDE

Frédéric MARTIN
Lycée la Herdrie - Basse-Goulaine (44)
martinfrederic44@hotmail.fr

16/11/ 2009

I - Algorithme

C'est l'ensemble des actions nécessaires à l'accomplissement d'une tâche.

1. Caractéristiques d'un algorithme

Il doit se terminer après un nombre fini d'opérations.

Chaque instruction doit être défini sans ambiguïté.

Il doit aboutir à au moins un résultat.

2. Variables

Les instructions s'appliquent à des variables

Une variable est caractérisée par :

son identificateur (son nom) ;

son type (par exemple numérique) ;

son contenu (valeur prise par la variable à un niveau donné de l'algorithme).

L'identificateur est le nom de la case réservée en mémoire, le type est la catégorie d'information qu'elle peut contenir, son contenu est l'information que l'on a mise dans la case.

Par exemple la case appelée *PI* peut être de type réel et contenir le décimal 3,14.

3. Expression d'un algorithme

Un algorithme peut s'exprimer

en langage clair.

par un organigramme.

4. Instructions d'entrée

Affectation :

A reçoit 15, noté $A \leftarrow 15$ ou $A := 15$,

A reçoit le contenu de B, noté $A \leftarrow B$ ou $A := B$.

Lecture d'une donnée :

Lire une donnée entrée au clavier notée, LIRE X (met dans la case appelée X les données entrées au clavier).

5. Instructions de traitement

Opérateurs arithmétiques :

+, -, *, /.

Opérateurs de comparaison :

<, >, ≤, ≥, =, ≠.

Opérateurs logiques :

et, ou, non (\wedge , \vee , \neg).

6. Instructions de sortie

Ecrire un texte ou le contenu d'une variable, ECRIRE "Le résultats est :" (Ecrit sur l'écran *Le résultat est :*), Ecrire X (Ecrit sur l'écran le contenu de la variable X).

II - Structure d'un algorithme

1. La Séquence

Instructions dans l'ordre dans lequel elles apparaissent (énumération).

Exemple :

Objet : calculer l'image d'un nombre par la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 3x^2 + 2x + 5$.

```
DEBUT
  LIRE X
   $Y \leftarrow 3 * X * X - 2 * X + 5$ 
  ECRIRE Y
FIN
```

2. La structure conditionnelle (ou alternative)

SI (condition) **ALORS** (instructions 1) **SINON** (instructions 2) **FIN SI**
SINON est facultatif.

Si la condition énoncée est réalisée faire instructions 1 sinon faire instructions 2.

IF ... THEN ... ELSE ... IFEND

Exemples :

Objet : Connaissant a , b et c , déterminer si le trinôme $ax^2 + bx + c$ a des racines.

```
DEBUT
  LIRE A
  LIRE B
  LIRE C
   $D \leftarrow B * B - 4 * A * C$ 
  SI  $D < 0$  ALORS ECRIRE "Pas de racine"
  SINON ECRIRE "Au moins une racine"
  FIN SI
FIN
```

Objet : Connaissant a , b et c , déterminer l'existence et le nombre des racines du trinôme

```
 $ax^2 + bx + c$ .
DEBUT
  LIRE A
  LIRE B
  LIRE C
   $D \leftarrow B * B - 4 * A * C$ 
  SI  $D < 0$  ALORS ECRIRE "Pas de racine"
  SINON SI  $D = 0$  ALORS ECRIRE "Une racine double"
  SINON ECRIRE "Deux racines distinctes"
  FIN SI
  FIN SI
FIN
```

3. Les structures itératives (ou boucles)

TANT QUE (condition) **FAIRE** (instructions) **FIN DE TANT QUE**

Tant que la condition énoncée est réalisée faire les instructions.

WHILE ... WHILEEND

REPETER (instructions) **FIN DE REPETER** **JUSQU'A** (condition)

Répéter les instructions jusqu'à ce que la condition énoncée soit réalisée.

DO ... WHILE ...

POUR (variable) **DE** (valeur) **A** (valeur) **ITERER** (instructions) **FIN D'ITERATION**

Ici le nombre de boucles est connu à priori.

FOR ... TO ... DO ... NEXT

Exemple :

Objet : Soit la suite (u_n) définie par $u_n = 2u_{n-1} - 4$ et $u_0 = 5$.

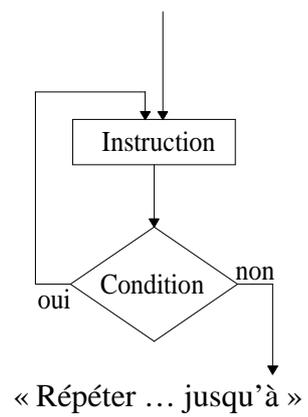
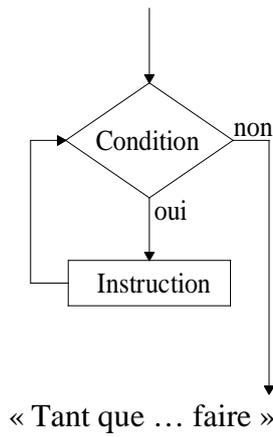
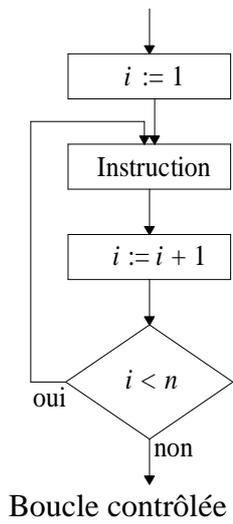
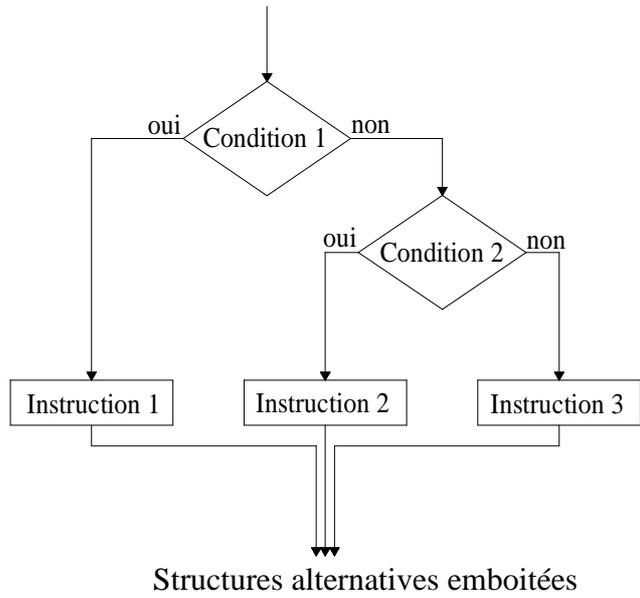
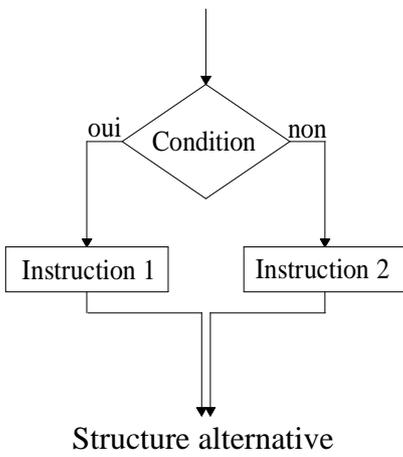
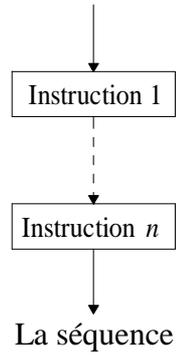
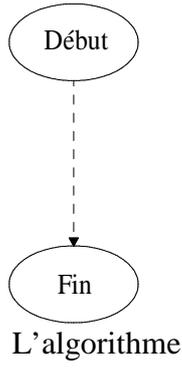
1. Calcul de u_k .

2. A partir de quel valeur de k , u_k est strictement supérieur à un réel m donné.

4. Procédure

C'est la décomposition d'un algorithme. Il faut définir les procédures au préalable.

III - Organigrammes



IV – Faire un algorithme

1. Tirage d'un nombre entier compris entre deux valeurs

On notera `RANDOM()` la fonction qui génère un nombre pseudo-aléatoire compris en 0 et 1 et $E(x)$ la partie entière de la variable x . Le but est d'obtenir un nombre entier pseudo-aléatoire entre deux bornes choisies.

Tous les algorithmes qui suivent peuvent très facilement être transcrit avec AlgoBox

```
DEBUT
ECRIRE "Borne inférieure ?"
LIRE A
ECRIRE "Borne supérieure ?"
LIRE B
C:=E((B-A+1)*RANDOM()+A)
ECRIRE C
FIN
```

Si les bornes proposées ne sont pas entières ou si la borne supérieure est inférieure à la borne inférieure les résultats obtenus ne sont pas ceux attendus. On peut obliger l'utilisateur à respecter ces impératifs.

```
DEBUT
A:=0.1
TANT QUE E(A) ≠ A OU E(B) ≠ B OU
A>B
FAIRE
    ECRIRE "Borne inférieure A (nombre
entier) ?"
    LIRE A
    ECRIRE "Borne supérieure B (nombre
entier supérieur à A) ?"
    LIRE B
FIN TANT QUE
C:=E((B-A+1)*RANDOM()+A)
ECRIRE C
FIN
```

On peut aussi corriger automatiquement les données. Mettre les bornes dans l'ordre. Refuser le cas où la partie entière de la borne supérieure est strictement inférieure à la borne inférieure. Arrondir à l'entier directement supérieur la borne inférieure et à l'entier directement inférieur la borne supérieure.

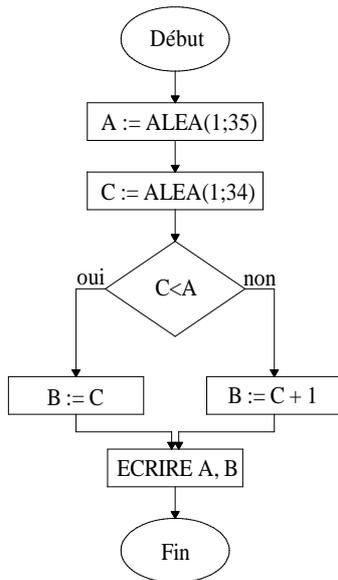
```
DEBUT
A:=0.1
B:=0.2
TANT QUE E(B)<A
FAIRE
    ECRIRE "Première borne ?"
    LIRE A
    ECRIRE "Deuxième borne ?"
    LIRE B
    SI A>B
        ALORS C:=A
            A:=B
            B:=C
    FIN SI
    SI E(B)<A
        ALORS ECRIRE "Il n'y a pas
d'entier entre ",A," et ",B
    FIN SI
FIN TANT QUE
SI E(A)<A
    ALORS A:=E(A)+1
FIN SI
B:=E(B)
C:=E((B-A+1)*RANDOM()+A)
ECRIRE C
FIN

Enfin on peut aussi décider du nombre de tirages. Pour cela il suffit de modifier les trois dernières lignes de l'algorithme précédent par la séquence suivante :
```

```
    ECRIRE "Nombre de tirages ?"
    LIRE D
    D:=E(D)
    SI D<1
        ALORS D:=1
    FIN SI
    SI D>10000
        ALORS D:=10000
    FIN SI
    POUR I DE 1 A D
    ITÉRER
        C:=E((B-A+1)*RANDOM()+A)
        ECRIRE C
    FIN D'ITÉRATION
FIN
```

2. Tirage sans remise de deux valeurs.

Désigner deux élèves au hasard dans une classe de 35 (tirer deux nombres distincts entre 1 et 35). On notera $ALEA(a ; b)$ la fonction qui génère un nombre pseudo-aléatoire compris entre a et b . Si cette fonction n'existe pas on peut la construire de la même manière qu'au paragraphe précédent.



```

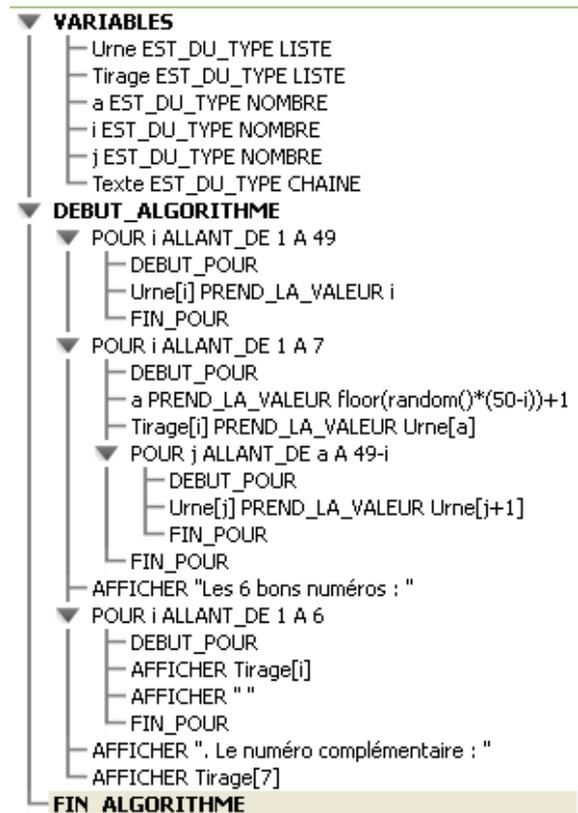
DEBUT
A := 1 + E(35*RANDOM())
B := 1 + E(34*RANDOM())
SI C < A
  ALORS B := C
  SINON B := C + 1
FIN SI
Ecrire A, " ; ", B
FIN
  
```

3. Tirage du Loto

Propose un tirage pseudo-aléatoire de six nombres, plus un, parmi 49 sans remise.

```

DEBUT
POUR i DE 1 A 49 ITERER
  urne(i) := i
FIN D'ITERER
POUR i DE 1 A 7 ITERER
  a := ALEA(1;50-i)
  tirage(i) := urne(a)
  POUR j DE a A 49-i ITERER
    urne(j) := urne(j+1)
  FIN D'ITERER
FIN D'ITERER
Ecrire "Les six bons numéros : "
POUR i DE 1 A 6 ITERER
  Ecrire tirage(i), " "
FIN D'ITERER
Ecrire "Numéro complémentaire : "
  ",tirage(7)
FIN
  
```



RÉSULTAT :

```

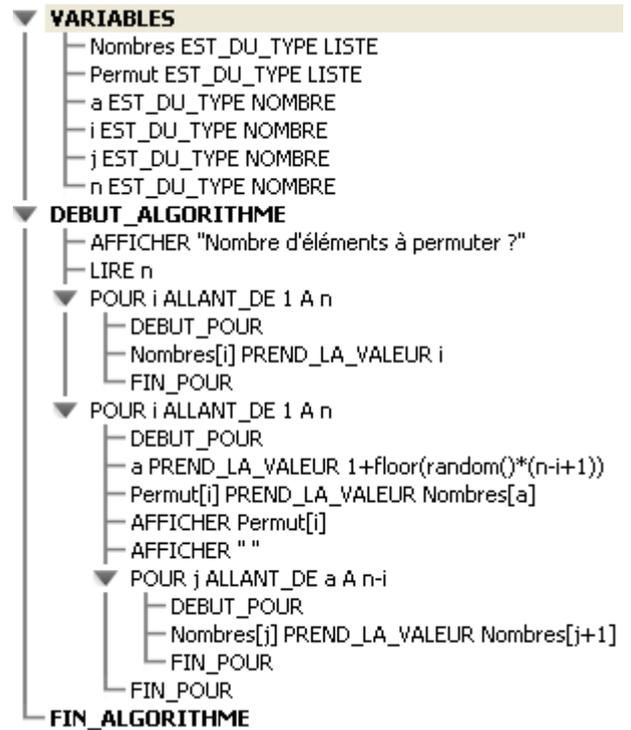
***Algorithme lancé***
Les 6 bons numéros : 29 28 40 27 11 48 . Le numéro complémentaire : 14
***Algorithme terminé***
  
```

4. Permutation de n éléments

Cet algorithme demande le nombre d'éléments de l'ensemble et propose une permutation pseudo-aléatoire.

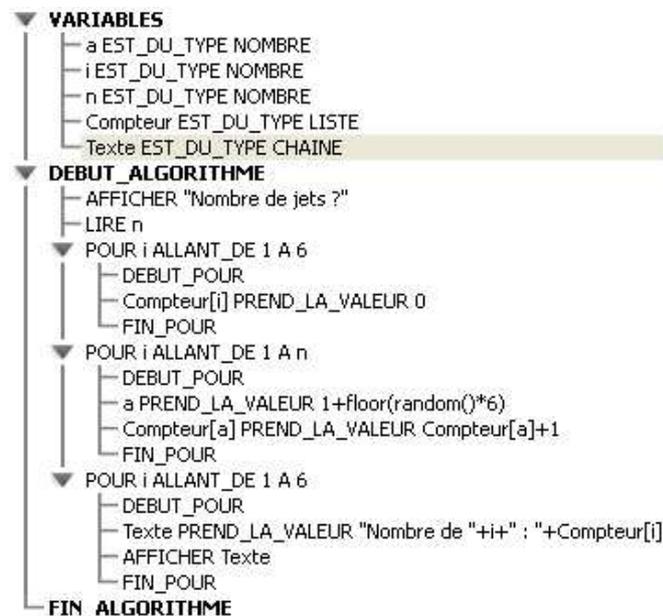
```

DEBUT
ECRIRE "Nombre d'éléments à permuter ?"
LIRE n
POUR i DE 1 A n ITERER
    nombres(i):=i
FIN D'ITERER
POUR i DE 1 A n ITERER
    a:=ALEA(1;n-i+1)
    permut(i):=nombres(a)
    ECRIRE permut(i)
    POUR j DE a A n-i
        nombres(j):=nombres(j+1)
    FIN D'ITERER
FIN D'ITERER
FIN
    
```

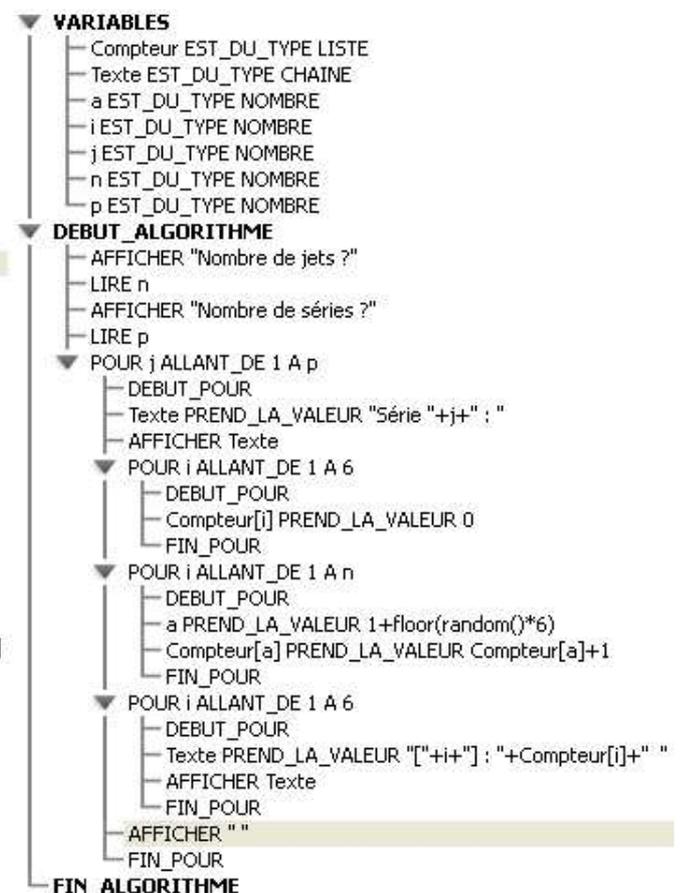


5. Lancers de dés

On utilise un dé à six faces. Ce programme demande le nombre de jets et totalise les résultats.



Le programme suivant demande le nombre de jets par série et le nombre de séries. On peut obtenir, par exemple, 1000 séries de 1000 jets en quelques secondes.



6. Ecriture décimale illimitée périodique d'un rationnel. (Division à virgule)

Le but de cet algorithme est de déterminer la partie périodique de l'écriture décimale illimitée d'un nombre rationnel. C'est en fait la division à virgule poursuivie suffisamment loin pour déterminer cette période.

```

DEBUT
ECRIRE "Numérateur ?"
LIRE N
ECRIRE "Dénominateur ?"
LIRE D
R:=N
Q:=E(R/D)
X:=CONCATENER(Q;";")
POUR I DE 1 A D-1
ITERER
  R:=(R-Q*D)*10
  Q:=E(R/D)
  X:=CONCATENER(X;Q)
FIN D'ITERATION
X:=CONCATENER(N;"/";D;" = ";X)
ECRIRE X
FIN
  
```

L'algorithme précédent présente l'inconvénient de ne pas toujours donner le nombre de décimales nécessaires à la détermination de la période, dans le cas où le numérateur est strictement inférieur à dix fois le dénominateur. Pour y remédier il suffit d'ajouter, entre les lignes 8 et 9, la séquence suivante :

```

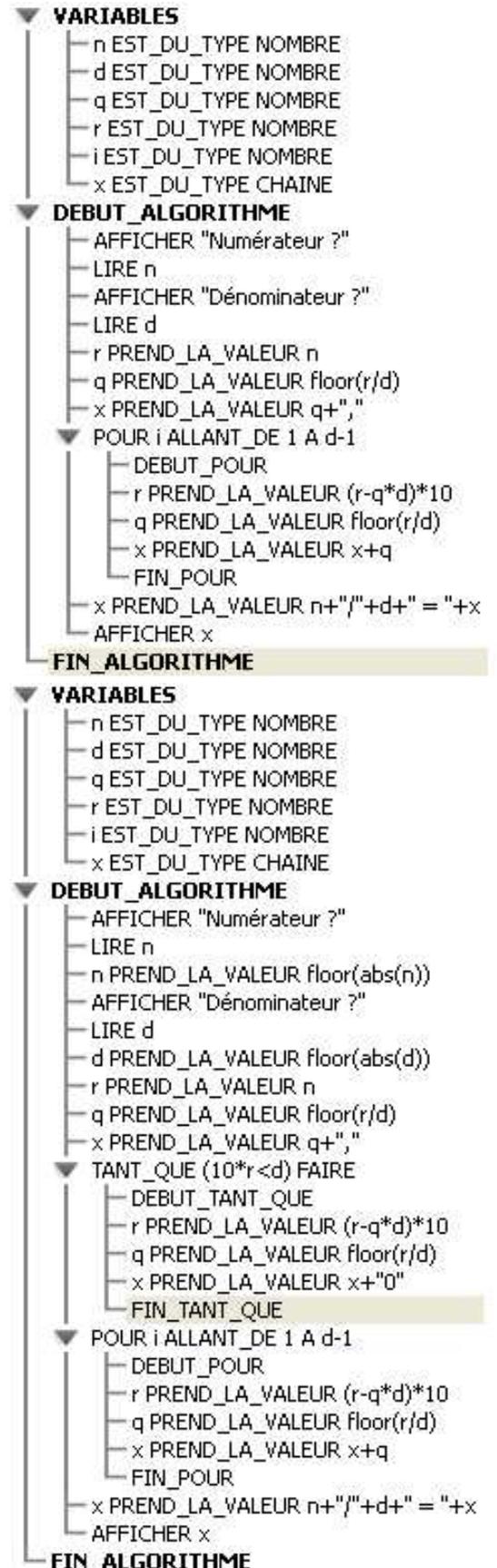
TANT QUE 10*N<D FAIRE
  R:=(R-Q*D)*10
  Q:=E(R/D)
  X:=CONCATENER(X;"0")
FIN TANT QUE
  
```

Cet algorithme donne $d - 1$ chiffres "significatifs" où d est le dénominateur. Ce n'est pas forcément la période mais la période comprend au plus $d - 1$ chiffres.

Exemples avec AlgoBox :

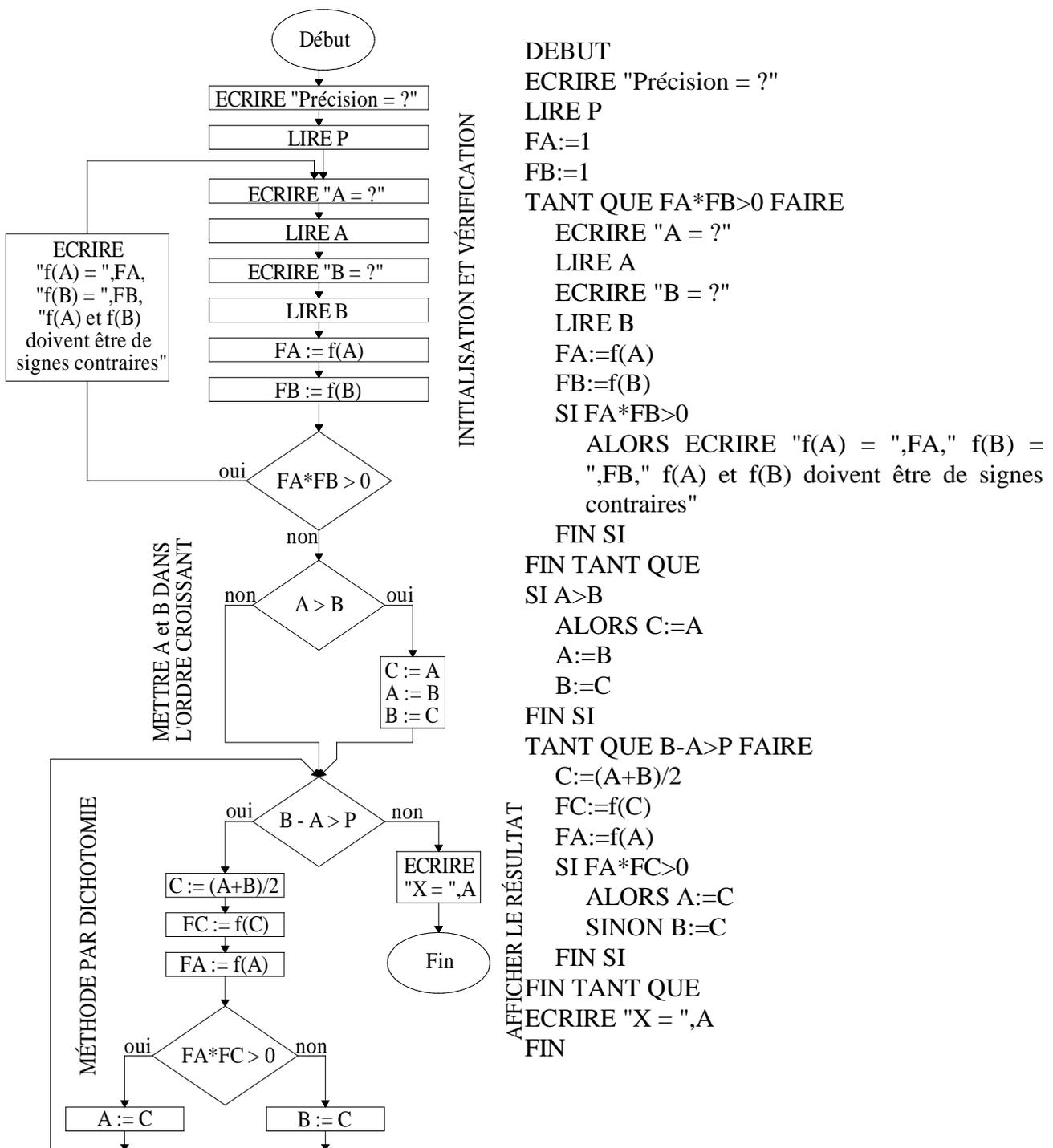
```

1/23 = 0,04347826086956521739130
5771/7 = 824,428571
5/43 = 0,116279069767441860465116279069767441860465
1/41 = 0,0243902439024390243902439024390243902439024390
  
```



7. Détermination des racines d'une équation polynomiale par dichotomie.

$2^{10} = 1024$ est voisin de 10^3 , on gagne 3 décimales toutes les dix opérations.



Il s'agit dans cet exemple de déterminer les zéros du polynôme définie sur \mathbb{R} par :

$$F_1(x) = x^6 + x^5 - 11x^4 - 10x^3 + 21x^2 + 9x - 3$$

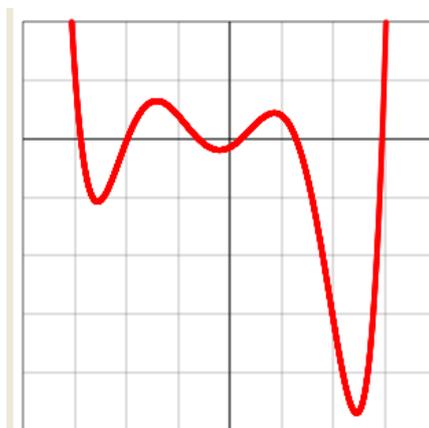
Ce polynôme s'annule pour six valeurs comprises entre -3 et 3. AlgoBox permet d'en déterminer des valeurs approchées avec une précision de 10^{-7} .

```

▼ VARIABLES
  A EST_DU_TYPE NOMBRE
  B EST_DU_TYPE NOMBRE
  C EST_DU_TYPE NOMBRE
  FA EST_DU_TYPE NOMBRE
  FB EST_DU_TYPE NOMBRE
  FC EST_DU_TYPE NOMBRE
  P EST_DU_TYPE NOMBRE
  I EST_DU_TYPE NOMBRE

▼ DEBUT_ALGORITHME
  POUR I ALLANT_DE 0 A 8000
    DEBUT_POUR
    TRACER_POINT (I/1000-4,F1(I/1000-4))
    FIN_POUR
  FA PREND_LA_VALEUR 1
  FB PREND_LA_VALEUR 1
  P PREND_LA_VALEUR 0.0000001
  TANT_QUE (FA*FB>0) FAIRE
    DEBUT_TANT_QUE
    AFFICHER "A = ?"
    LIRE A
    AFFICHER "B = ?"
    LIRE B
    FA PREND_LA_VALEUR F1(A)
    FB PREND_LA_VALEUR F1(B)
    SI (FA*FB>0) ALORS
      DEBUT_SI
      AFFICHER "f(A) = "
      AFFICHER FA
      AFFICHER " et f(B) = "
      AFFICHER FB
      AFFICHER "f(A) et f(B) doivent être de signes contraires"
      FIN_SI
    FIN_TANT_QUE
  SI (A>B) ALORS
    DEBUT_SI
    C PREND_LA_VALEUR A
    A PREND_LA_VALEUR B
    B PREND_LA_VALEUR C
    FIN_SI
  TANT_QUE (B-A>P) FAIRE
    DEBUT_TANT_QUE
    C PREND_LA_VALEUR (A+B)/2
    FC PREND_LA_VALEUR F1(C)
    FA PREND_LA_VALEUR F1(A)
    SI (FA*FC>0) ALORS
      DEBUT_SI
      A PREND_LA_VALEUR C
      FIN_SI
    SINON
      DEBUT_SINON
      B PREND_LA_VALEUR C
      FIN_SINON
    FIN_TANT_QUE
  AFFICHER "X = "
  AFFICHER A
  FIN_ALGORITHME

```



Xmin: -4 ; Xmax: 4 ; Ymin: -100 ; Ymax: 40 ; GradX: 1 ; GradY: 20

Opérations standards Utiliser une fonction numérique Dessiner dans un repère

Utiliser une fonction

Définir la fonction

F1(x)=

Le fichier Excel [Organigramme - Approximation par dichotomie.xls] montre le fonctionnement de cet algorithme à l'aide d'une animation.

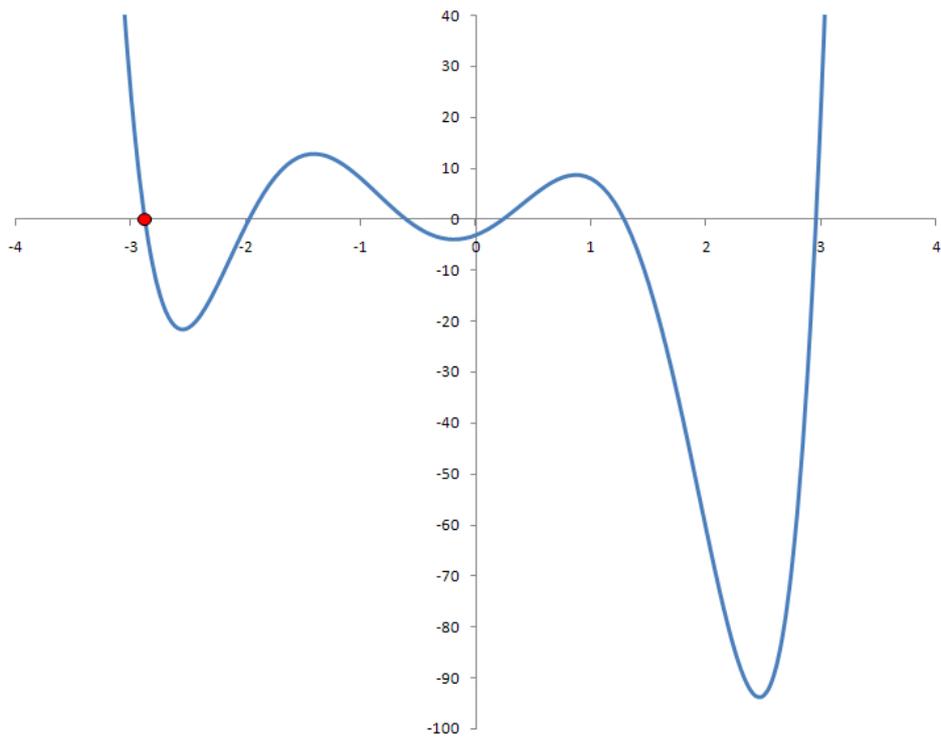
1	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB	AC	AD	AE	
2		Etape	34																													
3		Ordre dans le	4																													
4		n° du cycle	1																													
5																																
6																																
7																																
8																																
9																																
10																																
11																																
12																																
13																																
14																																
15																																
16																																
17																																
18																																
19																																
20																																
21																																
22																																
23																																
24																																
25																																
26																																
27																																
28																																
29																																
30																																
31																																
32																																
33																																
34																																
35																																
36																																
37																																
38																																
39																																
40																																
41																																
42																																
43																																
44																																
45																																
46																																
47																																
48																																
49																																
50																																
51																																
52																																
53																																
54																																
55																																
56																																
57																																
58																																
59																																
60																																
61																																

VARIABLES		
Identificateur	Type	Valeur
P	Réelle	0,0000000000000001
A	Réelle	-3,0000000000000000
B	Réelle	-2,0000000000000000
C	Réelle	-2,5000000000000000
FA	Réelle	24,0000000000000000
FB	Réelle	24,0000000000000000
FC	Réelle	-21,2031250000000000
R	Texte	O

DRAPEAUX		
Numéro	Description	Etat
1	FA*FB > 0	1
2	A > B	0
3	B - A > P	1
4	FA*FC > 0	0
5	R = "O"	1


```

graph TD
    DEBUT --> ECRIRE_P["ECRIRE 'P = ?'"]
    ECRIRE_P --> LIRE_P["LIRE P"]
    LIRE_P --> ECRIRE_A["ECRIRE 'A = ?'"]
    ECRIRE_A --> LIRE_A["LIRE A"]
    LIRE_A --> ECRIRE_B["ECRIRE 'B = ?'"]
    ECRIRE_B --> LIRE_B["LIRE B"]
    LIRE_B --> FA["FA = f(A)"]
    FA --> FB["FB = f(B)"]
    FB --> FA_FB_0{"FA*FB > 0"}
    FA_FB_0 -- non --> LIRE_R["LIRE R"]
    LIRE_R --> ECRIRE["ECRIRE 'f(A) = ', FA, 'f(B) = ', FB, 'f(A) et f(B) doivent être de signes contraires' 'Recommencer (O/N) ?'"]
    ECRIRE --> FA_FB_0
    FA_FB_0 -- oui --> A_B{"A > B"}
    A_B -- non --> LIRE_R
    A_B -- oui --> C_A["C := A"]
    C_A --> A_B["A = B"]
    A_B --> B_C["B = C"]
    B_C --> B_A_P{"B - A > P"}
    B_A_P -- non --> ECRIRE_X["ECRIRE 'X = 'A'"]
    ECRIRE_X --> FIN
    B_A_P -- oui --> C["C := (A+B)/2"]
    C --> FC["FC = f(C)"]
    FC --> FA["FA = f(A)"]
    FA --> FA_FC_0{"FA*FC > 0"}
    FA_FC_0 -- non --> ECRIRE_X
    FA_FC_0 -- oui --> A_C["A := C"]
    A_C --> B_C
  
```



8. Distance de deux points, milieu d'un segment, équation d'une droite passant par deux points, médiatrice d'un segment.

A et B sont deux points de coordonnées respectives (x_A, y_A) et (x_B, y_B) dans le plan rapporté à un repère orthonormal (O, \vec{i}, \vec{j}) .

```

DEBUT
ECRIRE "Abscisse de A ?"
LIRE XA
ECRIRE "Ordonnée de A ?"
LIRE YA
ECRIRE "Abscisse de B ?"
LIRE XB
ECRIRE "Ordonnée de B ?"
LIRE YB
ECRIRE "A(",XA,";",YA,") et B(",XB,";",YB,")"
AB:=RACINE((XB-XA)^2+(YB-YA)^2)
ECRIRE "AB = ",AB
XI:=(XA+XB)/2
YI:=(YA+YB)/2
ECRIRE "I milieu de [AB], XI = ",XI," et YI = ",YI
SI XA=XB
  ALORS
    ECRIRE "(AB) : x = ",XA
  SINON
    M1:=(YB-YA)/(XB-XA)
    P1:=(XB*YA-XA*YB)/(XB-XA)
    M2:=(XA-XB)/(YB-YA)
    P2:=(XB^2+YB^2-XA^2-YA^2)/2/(YB-YA)
    ECRIRE "(AB) : y = ",M1,"x + ",P1
  FIN SI
FIN
  
```

```

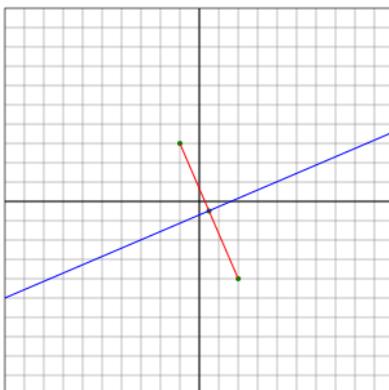
VARIABLES
  XA EST_DU_TYPE NOMBRE
  YA EST_DU_TYPE NOMBRE
  XB EST_DU_TYPE NOMBRE
  YB EST_DU_TYPE NOMBRE
  XI EST_DU_TYPE NOMBRE
  YI EST_DU_TYPE NOMBRE
  AB EST_DU_TYPE NOMBRE
  M1 EST_DU_TYPE NOMBRE
  P1 EST_DU_TYPE NOMBRE
  M2 EST_DU_TYPE NOMBRE
  P2 EST_DU_TYPE NOMBRE
  Texte EST_DU_TYPE CHAINE

DEBUT_ALGORITHME
  AFFICHER "Abscisse de A ?"
  LIRE XA
  AFFICHER "Ordonnée de A ?"
  LIRE YA
  AFFICHER "Abscisse de B ?"
  LIRE XB
  AFFICHER "Ordonnée de B ?"
  LIRE YB
  Texte PREND_LA_VALEUR "A(",XA,";",YA,") et B(",XB,";",YB,")"
  AFFICHER Texte
  AB PREND_LA_VALEUR sqrt(pow(XB-XA,2)+pow(YB-YA,2))
  AFFICHER AB = "
  AFFICHER AB
  XI PREND_LA_VALEUR (XA+XB)/2
  YI PREND_LA_VALEUR (YA+YB)/2
  Texte PREND_LA_VALEUR "Coordonnées du milieu de [AB] : (" + XI + "; " + YI + ")"
  AFFICHER Texte
  SI (XA==XB) ALORS
    DEBUT_SI
      Texte PREND_LA_VALEUR "Equation de la droite (AB) : x = " + XA
      AFFICHER Texte
      Texte PREND_LA_VALEUR "Equation de la médiatrice du segment [AB] : y = " + YI
      AFFICHER Texte
    FIN_SI
  SINON
    DEBUT_SINON
      M1 PREND_LA_VALEUR (YB-YA)/(XB-XA)
      P1 PREND_LA_VALEUR (XB*YA-XA*YB)/(XB-XA)
      M2 PREND_LA_VALEUR (XA-XB)/(YB-YA)
      P2 PREND_LA_VALEUR (pow(XB,2)+pow(YB,2)-pow(XA,2)-pow(YA,2))/2/(YB-YA)
      Texte PREND_LA_VALEUR "Equation de la droite (AB) : y = " + M1 + "x + " + P1
      AFFICHER Texte
      Texte PREND_LA_VALEUR "Equation de la médiatrice du segment [AB] : y = " + M2 + "x + " + P2
      AFFICHER Texte
    FIN_SINON
  TRACER_POINT (XA,YA)
  TRACER_POINT (XB,YB)
  TRACER_POINT (XI,YI)
  TRACER_SEGMENT (XA,YA)->(XB,YB)
  TRACER_SEGMENT (-100,F1(-100))->(100,F1(100))
FIN_ALGORITHME
  
```

Toujours avec AlgoBox

```

Abscisse de A ?
Ordonnée de A ?
Abscisse de B ?
Ordonnée de B ?
A(-1;3) et B(2;-4)
AB = 7.61577311
Coordonnées du milieu de [AB] : (0.5;-0.5)
Equation de la droite (AB) : y = -2.33333333x + 0.66666667
Equation de la médiatrice du segment [AB] : y = 0.42857143x + -0.71428571
  
```



Xmin: -10 ; Xmax: 10 ; Ymin: -10 ; Ymax: 10 ; GradX: 1 ; GradY: 1

L'algorithme précédent traite mal le cas où la médiatrice est parallèle aux axes. La version ci-dessous corrige cet inconvénient.



9. Avec trois points.

Déterminer les longueurs des côtés, tester une condition d'alignement, déterminer les équations des droites, des médiatrices des côtés, déterminer les coordonnées du centre du cercle circonscrit ainsi que son rayon. Tracer le triangle, les 3 médiatrices et le cercle circonscrit. On peut imaginer encore bien d'autres choses (détermination de la nature du triangle, distance d'un point à la droite passant par les deux autres, détermination des médianes, des hauteurs, des bissectrices, enfin tout sur le triangle et plus encore). Avec AlgoBox :

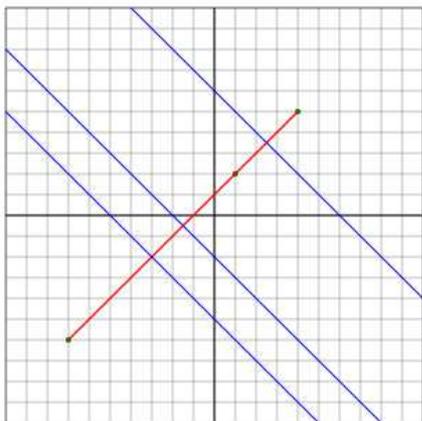
```

VARIABLES
- XA EST_DU_TYPE NOMBRE
- YA EST_DU_TYPE NOMBRE
- XB EST_DU_TYPE NOMBRE
- YB EST_DU_TYPE NOMBRE
- XC EST_DU_TYPE NOMBRE
- YC EST_DU_TYPE NOMBRE
- XI EST_DU_TYPE NOMBRE
- YI EST_DU_TYPE NOMBRE
- AB EST_DU_TYPE NOMBRE
- BC EST_DU_TYPE NOMBRE
- CA EST_DU_TYPE NOMBRE
- R EST_DU_TYPE NOMBRE
- M1 PREND_LA_VALEUR (YB-YA)/(XB-XA)
- P1 PREND_LA_VALEUR (XB*YA-XA*YB)/(XB-XA)
- M4 PREND_LA_VALEUR (XA-XB)/(YB-YA)
- P4 PREND_LA_VALEUR (pow(XB,2)+pow(YB,2)-pow(XA,2)-pow(YA,2))/2/(YB-YA)
- M2 PREND_LA_VALEUR (YC-YB)/(XC-XB)
- P2 PREND_LA_VALEUR (XC*YB-XB*YC)/(XC-XB)
- M5 PREND_LA_VALEUR (XB-XC)/(YC-YB)
- P5 PREND_LA_VALEUR (pow(XC,2)+pow(YC,2)-pow(XB,2)-pow(YB,2))/2/(YC-YB)
- M3 PREND_LA_VALEUR (YA-YC)/(XA-XC)
- P3 PREND_LA_VALEUR (XA*YC-XC*YA)/(XA-XC)
- M6 PREND_LA_VALEUR (XC-XA)/(YA-YC)
- P6 PREND_LA_VALEUR (pow(XA,2)+pow(YA,2)-pow(XC,2)-pow(YC,2))/2/(YA-YC)
- TRACER_POINT (XA,YA)
- TRACER_POINT (XB,YB)
- TRACER_POINT (XC,YC)
- TRACER_SEGMENT (XA,YA)->(XB,YB)
- TRACER_SEGMENT (XB,YB)->(XC,YC)
- TRACER_SEGMENT (XC,YC)->(XA,YA)
- TRACER_SEGMENT (-100,-100*M4+P4)->(100,100*M4+P4)
- TRACER_SEGMENT (-100,-100*M5+P5)->(100,100*M5+P5)
- TRACER_SEGMENT (-100,-100*M6+P6)->(100,100*M6+P6)
- SI (abs(AB+BC-CA)<0.000001 OU abs(BC+CA-AB)<0.000001 OU abs(CA+AB-BC)<0.000001) ALORS
  DEBUT_SI
  AFFICHER "A, B et C semblent alignés"
  Texte PREND_LA_VALEUR "Les droites (AB), (BC) et (CA) semblent confondues elles ont pour équation :
  AFFICHER Texte
  Texte PREND_LA_VALEUR "La médiatrice du côté [AB] a pour équation : y = "+M4+"x + "+P4
  AFFICHER Texte
  Texte PREND_LA_VALEUR "La médiatrice du côté [BC] a pour équation : y = "+M5+"x + "+P5
  AFFICHER Texte
  Texte PREND_LA_VALEUR "La médiatrice du côté [CA] a pour équation : y = "+M6+"x + "+P6
  AFFICHER Texte
  AFFICHER "Ces 3 droites sont parallèles"
  FIN_SI
  SINON
  DEBUT_SINON
  AFFICHER "Les points A, B et C ne sont pas alignés"
  Texte PREND_LA_VALEUR "La droite (AB) à pour équation : y = "+M1+"x + "+P1
  AFFICHER Texte
  Texte PREND_LA_VALEUR "La droite (BC) à pour équation : y = "+M2+"x + "+P2
  AFFICHER Texte
  Texte PREND_LA_VALEUR "La droite (CA) à pour équation : y = "+M3+"x + "+P3
  AFFICHER Texte
  Texte PREND_LA_VALEUR "La médiatrice du côté [AB] a pour équation : y = "+M4+"x + "+P4
  AFFICHER Texte
  Texte PREND_LA_VALEUR "La médiatrice du côté [BC] a pour équation : y = "+M5+"x + "+P5
  AFFICHER Texte
  Texte PREND_LA_VALEUR "La médiatrice du côté [CA] a pour équation : y = "+M6+"x + "+P6
  AFFICHER Texte
  XI PREND_LA_VALEUR (P5-P4)/(M4-M5)
  YI PREND_LA_VALEUR M4*XI+P4
  Texte PREND_LA_VALEUR "Les 3 médiatrices sont concourantes au point I de coordonnées ("+XI+";"
  AFFICHER Texte
  R PREND_LA_VALEUR sqrt(pow(XA-XI,2)+pow(YA-YI,2))
  Texte PREND_LA_VALEUR "Ce point est le centre du cercle de rayon R = "+R+" circonscrit au triangl
  AFFICHER Texte
  Nb_de_pts PREND_LA_VALEUR 100
  POUR I ALLANT_DE 1 A Nb_de_pts
  DEBUT_POUR
  A PREND_LA_VALEUR XI+R*cos(I*2*Math.PI/Nb_de_pts)
  B PREND_LA_VALEUR YI+R*sin(I*2*Math.PI/Nb_de_pts)
  C PREND_LA_VALEUR XI+R*cos((I+1)*2*Math.PI/Nb_de_pts)
  D PREND_LA_VALEUR YI+R*sin((I+1)*2*Math.PI/Nb_de_pts)
  TRACER_SEGMENT (A,B)->(C,D)
  FIN_POUR
  FIN_SINON
FIN_ALGORITHME

```

RÉSULTAT :

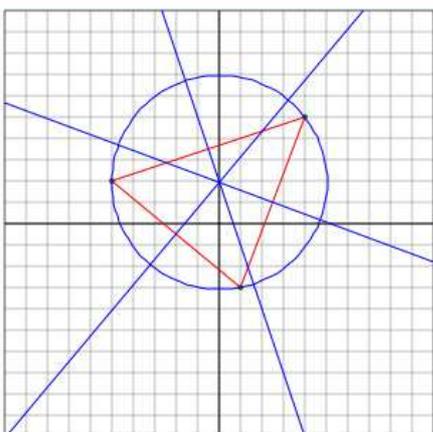
```
A(-7;-6), B(1;2), C(4;5)
AB = 11.3137085, BC = 4.24264069, CA = 15.55634919
A, B et C semblent alignés
Les droites (AB), (BC) et (CA) semblent confondues elles ont pour équation : y = 1x +
La médiatrice du côté [AB] a pour équation : y = -1x + -5
La médiatrice du côté [BC] a pour équation : y = -1x + 6
La médiatrice du côté [CA] a pour équation : y = -1x + -2
Ces 3 droites sont parallèles
```



Xmin: -10 ; Xmax: 10 ; Ymin: -10 ; Ymax: 10 ; GradX: 1 ; GradY: 1

RÉSULTAT :

```
A(-5;2), B(4;5), C(1;-3)
AB = 9.48683298, BC = 8.54400375, CA = 7.81024968
Les points A, B et C ne sont pas alignés
La droite (AB) à pour équation : y = 0.33333333x + 3.66666667
La droite (BC) à pour équation : y = 2.66666667x + -5.66666667
La droite (CA) à pour équation : y = -0.83333333x + -2.16666667
La médiatrice du côté [AB] a pour équation : y = -3x + 2
La médiatrice du côté [BC] a pour équation : y = -0.375x + 1.9375
La médiatrice du côté [CA] a pour équation : y = 1.2x + 1.9
Les 3 médiatrices sont concourantes au point I de coordonnées (0.02380952;1.92857144)
Ce point est le centre du cercle de rayon R = 5.02431728 circonscrit au triangle ABC
***Algorithme terminé***
```



Xmin: -10 ; Xmax: 10 ; Ymin: -10 ; Ymax: 10 ; GradX: 1 ; GradY: 1

Cet algorithme, relativement simple, ne traite pas correctement les cas où les médiatrices sont parallèles aux axes. L'algorithme suivant corrige cette insuffisance, mais il est beaucoup plus lourd. Il est conçu aussi différemment. Les points s'appellent A1, A2, A3 afin de pouvoir utiliser la variable d'itération pour les nommer.

```

▼ VARIABLES
  i EST_DU_TYPE NOMBRE
  j EST_DU_TYPE NOMBRE
  k EST_DU_TYPE NOMBRE
  n EST_DU_TYPE NOMBRE
  p EST_DU_TYPE NOMBRE
  x EST_DU_TYPE LISTE
  y EST_DU_TYPE LISTE
  a EST_DU_TYPE LISTE
  b EST_DU_TYPE LISTE
  c EST_DU_TYPE LISTE
  d EST_DU_TYPE LISTE
  Texte EST_DU_TYPE CHAINE
  m EST_DU_TYPE NOMBRE

▼ DEBUT_ALGORITHME
  ▼ POUR i ALLANT_DE 1 A 3
    DEBUT_POUR
    Texte PREND_LA_VALEUR "Quelle est l'abscisse du point A"+i+" ?"
    AFFICHER Texte
    LIRE x[i]
    Texte PREND_LA_VALEUR "Quelle est l'ordonnée du point A"+i+" ?"
    AFFICHER Texte
    LIRE y[i]
    FIN_POUR

  ▼ POUR i ALLANT_DE 1 A 3
    DEBUT_POUR
    Texte PREND_LA_VALEUR "A"+i+"("+x[i]+";"+y[i]+") "
    AFFICHER Texte
    FIN_POUR

  AFFICHER " "

  ▼ POUR i ALLANT_DE 1 A 3
    DEBUT_POUR
    j PREND_LA_VALEUR i%3+1
    k PREND_LA_VALEUR (i+1)%3+1
    d[i] PREND_LA_VALEUR sqrt(pow(x[j]-x[k],2)+pow(y[j]-y[k],2))
    x[i+3] PREND_LA_VALEUR (x[j]+x[k])/2
    y[i+3] PREND_LA_VALEUR (y[j]+y[k])/2
    a[i] PREND_LA_VALEUR y[k]-y[j]
    b[i] PREND_LA_VALEUR x[j]-x[k]
    c[i] PREND_LA_VALEUR x[k]*y[i]-x[j]*y[k]
    a[i+3] PREND_LA_VALEUR x[k]-x[j]
    b[i+3] PREND_LA_VALEUR y[k]-y[j]
    c[i+3] PREND_LA_VALEUR (pow(x[j],2)-pow(x[k],2)+pow(y[j],2)-pow(y[k],2))/2
    FIN_POUR

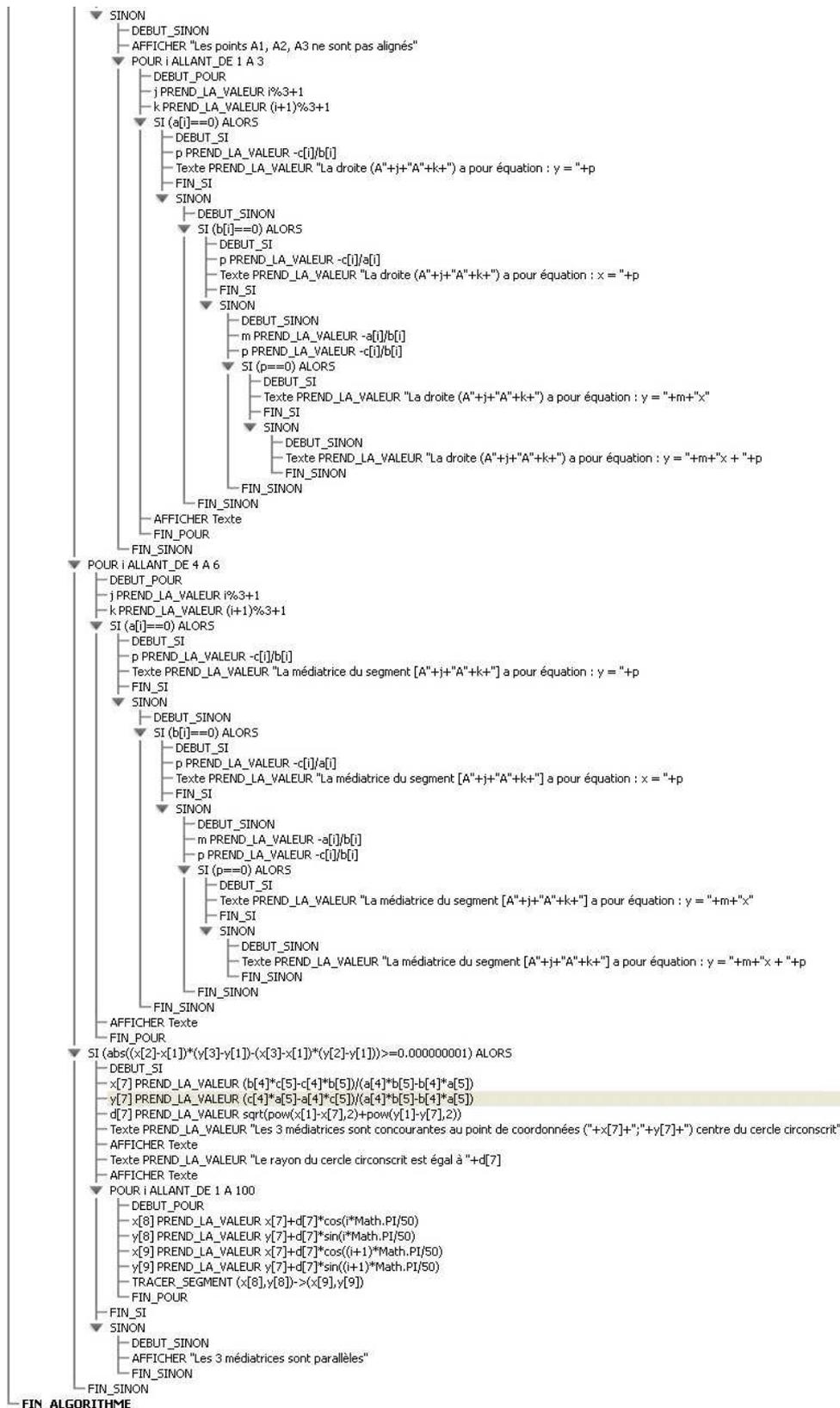
  ▼ POUR i ALLANT_DE 1 A 3
    DEBUT_POUR
    j PREND_LA_VALEUR i%3+1
    k PREND_LA_VALEUR (i+1)%3+1
    Texte PREND_LA_VALEUR "A"+i+"A"+j+"="+d[k]+" "
    AFFICHER Texte
    FIN_POUR

  AFFICHER " "

  ▼ POUR i ALLANT_DE 1 A 3
    DEBUT_POUR
    j PREND_LA_VALEUR i%3+1
    k PREND_LA_VALEUR (i+1)%3+1
    Texte PREND_LA_VALEUR "Le point l"+i+" milieu de [A"+j+"A"+k+"] a pour coordonnées ("+(x[j]+x[k])/2+";"+(y[j]+y[k])/2+")"
    AFFICHER Texte
    FIN_POUR

  ▼ SI (d[1]==0 OU d[2]==0 OU d[3]==0) ALORS
    DEBUT_SI
    AFFICHER "Au moins deux des points sont confondus"
    FIN_SI
  ▼ SINON
    DEBUT_SINON
    ▼ POUR i ALLANT_DE 1 A 3
      DEBUT_POUR
      TRACER_POINT (x[i],y[i])
      TRACER_SEGMENT (x[i],y[i])->(x[i%3+1],y[i%3+1])
      ▼ SI (b[i+3]==0) ALORS
        DEBUT_SI
        TRACER_SEGMENT (-c[i+3]/a[i+3],-100)->(-c[i+3]/a[i+3],100)
        FIN_SI
      ▼ SINON
        DEBUT_SINON
        TRACER_SEGMENT (-100,(100*a[i+3]-c[i+3])/b[i+3])->(100,(-100*a[i+3]-c[i+3])/b[i+3])
        FIN_SINON
      FIN_POUR
    ▼ SI (abs((x[2]-x[1])*y[3]-y[1])-(x[3]-x[1])*y[2]-y[1])<0.00000001) ALORS
      DEBUT_SI
      AFFICHER "Les points A1, A2, A3 semblent alignés"
      ▼ SI (a[1]==0) ALORS
        DEBUT_SI
        p PREND_LA_VALEUR -c[1]/b[1]
        Texte PREND_LA_VALEUR "Les droites (A1A2) = (A2A3) = (A3A1) ont pour équations y = "+p
        FIN_SI
      ▼ SINON
        DEBUT_SINON
        ▼ SI (b[1]==0) ALORS
          DEBUT_SI
          p PREND_LA_VALEUR -c[1]/a[1]
          Texte PREND_LA_VALEUR "Les droites (A1A2) = (A2A3) = (A3A1) ont pour équations x = "+p
          FIN_SI
        ▼ SINON
          DEBUT_SINON
          m PREND_LA_VALEUR -a[1]/b[1]
          p PREND_LA_VALEUR -c[1]/b[1]
          ▼ SI (p==0) ALORS
            DEBUT_SI
            Texte PREND_LA_VALEUR "Les droites (A1A2) = (A2A3) = (A3A1) ont pour équations y = "+m+"x"
            FIN_SI
          ▼ SINON
            DEBUT_SINON
            Texte PREND_LA_VALEUR "Les droites (A1A2) = (A2A3) = (A3A1) ont pour équations y = "+m+"x + "+p
            FIN_SINON
          FIN_SINON
        FIN_SINON
      FIN_SI
    AFFICHER Texte
  FIN_SI

```



La partie affichage peut être optimisée pour gagner quelques lignes. Cette version soigne particulièrement l'affichage évitant par exemple d'écrire $y = 3x + 0$ au lieu de $y = 3x$. Il utilise, pour les calculs, les équations de droites sous leur forme standard ($ax + by + c = 0$) pour éviter la dissociation des cas qu'introduit l'équation réduite ($y = mx + p$ ou $x = cste$). Il affiche cependant les résultats sous cette forme réduite.

10. Algorithme de Prabhakar

$u_0 \in \mathbb{N}$.

$$\left(u_k = \overline{a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1 a_0} = \sum_{i=0}^n (a_i \times 10^i) \right) \Rightarrow \left(u_{k+1} = \sum_{i=0}^n a_i^2 \right).$$

Que constate-t-on ?

Quel que soit l'entier naturel duquel on part on aboutit soit au cycle

$4 \rightarrow 16 \rightarrow 37 \rightarrow 58 \rightarrow 89 \rightarrow 145 \rightarrow 42 \rightarrow 20 \rightarrow 4$ etc. soit à 1, soit à 0 (uniquement pour 0).

On peut étudier ce qu'il advient pour $p > 2$ en posant $u_{k+1} = \sum_{i=0}^n a_i^p$

Etude proposée avec *Excel*.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB	AC	AD	AE							
1	Algorithme de Prabhakar																																					
2	Somme des carrés des chiffres														Somme des puissances 3 ièmes des chiffres																							
3		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14								
4	164	374	428	942	856	1	6	4	3	7	4	4	2	8	9	4	2	8	5	164	374	428	942	856	1	6	4	3	7	4	4	2	8	9	4	2	8	5
5		292	2	9	2												2737	2	7	3	7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
6		89	8	9													721	7	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
7		145	1	4	5												352	3	5	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
8		42	4	2													160	1	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
9		20	2	0													217	2	1	7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10		4	4														352	3	5	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
11		16	1	6													160	1	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12		37	3	7													217	2	1	7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13		58	5	8													352	3	5	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14		89	8	9													160	1	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
15		145	1	4	5												217	2	1	7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
16		42	4	2													352	3	5	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
17		20	2	0													160	1	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
18		4	4														217	2	1	7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
19		16	1	6													352	3	5	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	

11. Recherche des extrema d'une fonction sur un intervalle

Recherche du maximum et de minimum d'une fonction par balayage.

Proposition à l'aide d'AlgoBox.

Définition de la fonction :

Opérations standards Utiliser une fonction numérique Dessiner dans un repère

Utiliser une fonction

Définir la fonction

F1(x)=

Définition de la fenêtre graphique :

Opérations standards Utiliser une fonction numérique Dessiner dans un repère

Utiliser un repère

Définir le repère

Xmin : Xmax :

Ymin : Ymax :

Graduations X : Graduations Y :

Ajouter code

Le programme :

VARIABLES

- a EST_DU_TYPE NOMBRE
- b EST_DU_TYPE NOMBRE
- n EST_DU_TYPE NOMBRE
- x EST_DU_TYPE NOMBRE
- i EST_DU_TYPE NOMBRE
- y EST_DU_TYPE NOMBRE
- xmax EST_DU_TYPE NOMBRE
- ymax EST_DU_TYPE NOMBRE
- xmin EST_DU_TYPE NOMBRE
- ymin EST_DU_TYPE NOMBRE
- Texte EST_DU_TYPE CHAINE

DEBUT_ALGORITHME

- AFFICHER "Borne inférieure ?"
- LIRE a
- AFFICHER "Borne supérieure ?"
- LIRE b
- AFFICHER "Nombre d'itérations ?"
- LIRE n
- x PREND_LA_VALEUR a
- xmax PREND_LA_VALEUR a
- ymax PREND_LA_VALEUR F1(a)
- xmin PREND_LA_VALEUR a
- ymin PREND_LA_VALEUR F1(a)
- ▼ POUR i ALLANT_DE 1 A n
 - DEBUT_POUR
 - x PREND_LA_VALEUR $a+i*(b-a)/n$
 - ▼ SI (F1(x)>ymax) ALORS
 - DEBUT_SI
 - xmax PREND_LA_VALEUR x
 - ymax PREND_LA_VALEUR F1(x)
 - FIN_SI
 - ▼ SI (F1(x)<ymin) ALORS
 - DEBUT_SI
 - xmin PREND_LA_VALEUR x
 - ymin PREND_LA_VALEUR F1(x)
 - FIN_SI
 - FIN_POUR
- Texte PREND_LA_VALEUR "Sur l'intervalle ["+a+";"+b+"],(calcul avec "+n+" itérations)"
- AFFICHER Texte
- Texte PREND_LA_VALEUR "le maximum de la fonction semble être égal à "+ymax+" pour x = "+xmax
- AFFICHER Texte
- Texte PREND_LA_VALEUR "le minimum de la fonction semble être égal à "+ymin+" pour x = "+xmin
- AFFICHER Texte
- n PREND_LA_VALEUR 1000
- ▼ POUR i ALLANT_DE 0 A n
 - DEBUT_POUR
 - TRACER_POINT (a+i/n*(b-a),F1(a+i/n*(b-a)))
 - FIN_POUR

FIN_ALGORITHME

Le résultat :

ALGOBOX : MINMAX1

TESTER L'ALGORITHME :

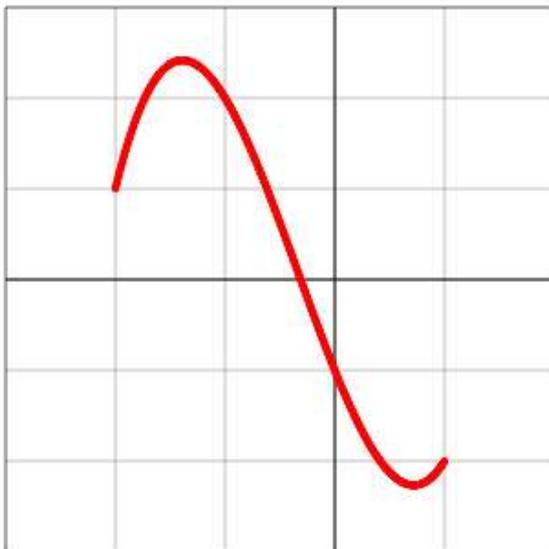
Lancer algorithme

(cliquer sur le bouton ci-dessus pour lancer ou relancer l'exécution de l'algorithme)

Remarque : si les messages "Algorithme lancé" et "Algorithme terminé" n'apparaissent pas au bout d'un moment dans la zone ci-dessous, c'est que l'algorithme contient une erreur.

RÉSULTAT :

```
***Algorithme lancé***  
Borne inférieure ?  
Borne supérieure ?  
Nombre d'itérations ?  
Sur l'intervalle [-2;1], (calcul avec 100000 itérations)  
le maximum de la fonction semble être égal à 2.41650197 pour x = -1.38743  
le minimum de la fonction semble être égal à -2.26835382 pour x = 0.72076  
  
***Algorithme terminé***
```

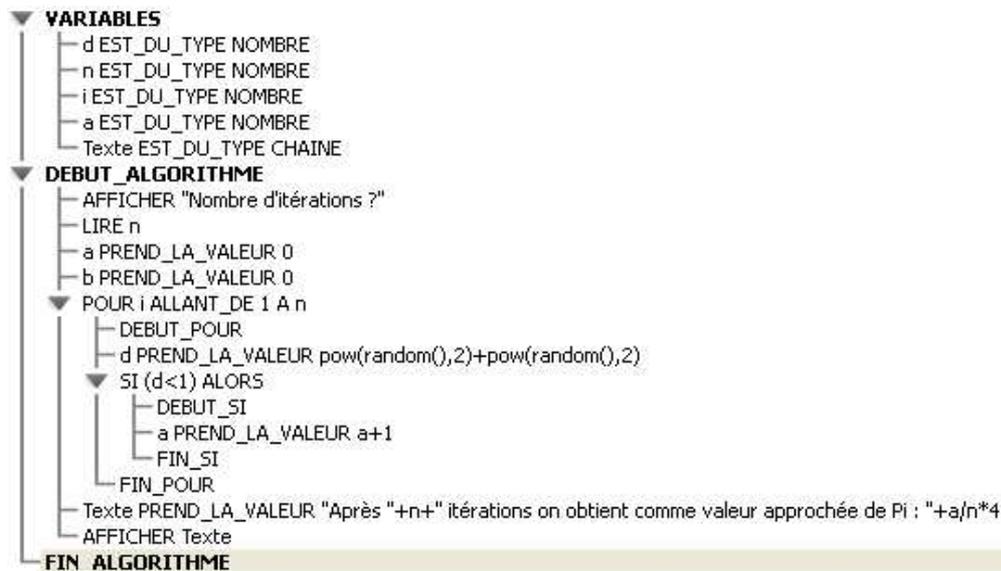


Xmin: -3 ; Xmax: 2 ; Ymin: -3 ; Ymax: 3 ; GradX: 1 ; GradY: 1

12. Méthode de Monte-Carlo

RÉSULTAT :

```
***Algorithme lancé***  
Nombre d'itérations ?  
Après 200000 itérations on obtient comme valeur approchée de Pi : 3.14222  
  
***Algorithme terminé***
```



13. Les aiguilles de Buffon

Voir fichier Excel : "Aiguilles de Buffon.xls"

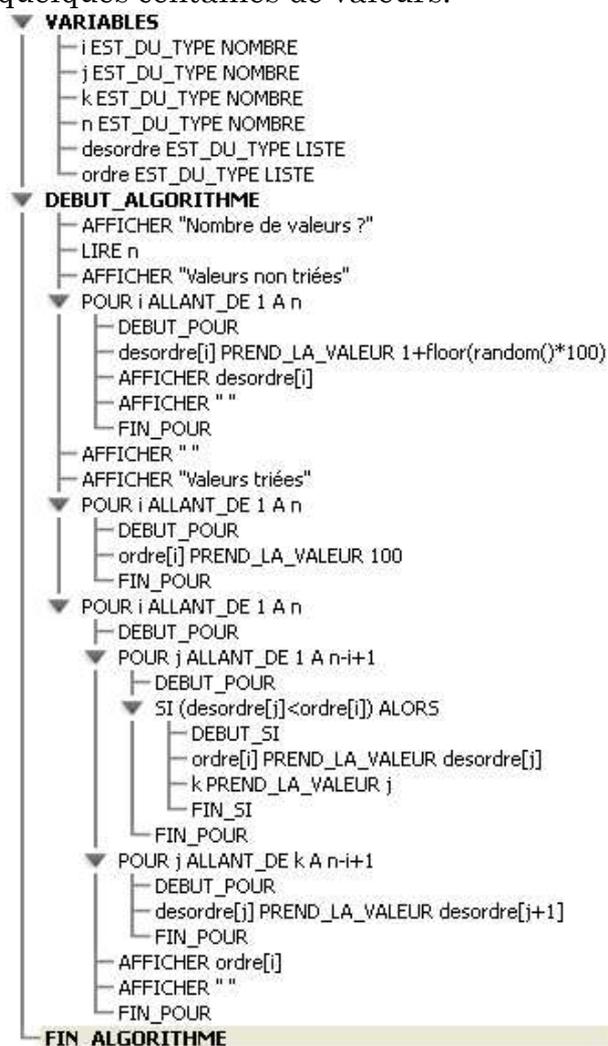
14. Tri par sélection

On cherche dans la liste la plus petite valeur. On la place au début et on recommence. Dans la version 0.4 d'Algobox le nombre d'affichages consécutifs est limité à 1000 caractères, au-delà, l'utilisateur doit confirmer sa volonté de continuer à afficher des données. L'algorithme fonctionne agréablement pour quelques centaines de valeurs.

```

DEBUT
ECRIRE "Nombre de valeurs ?"
LIRE n
POUR i DE 1 A n ITERER
  desordre(i):=ALEA(1;100)
FIN D'ITERER
POUR i DE 1 A n ITERER
  ordre(i):=100
FIN D'ITERER
POUR i DE 1 A n ITERER
  POUR j DE 1 A n-i+1 ITERER
    SI desordre(j)<ordre(i) ALORS
      ordre(i):=desordre(j)
      k:=j
    FIN SI
  FIN D'ITERER
  POUR j DE k A n-i+1 ITERER
    desordre(j):=desordre(j+1)
  FIN D'ITERER
ECRIRE ordre(i)
FIN D'ITERER
FIN

```

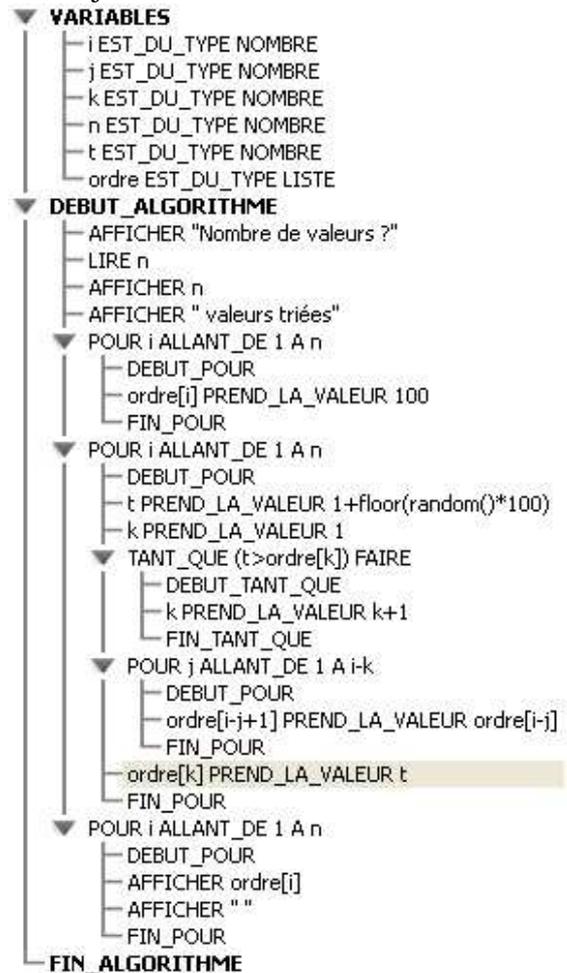


15. Tri par insertion

On prend une nouvelle valeur et on l'insère dans la liste déjà triée.

```

DEBUT
ECRIRE "Nombre de valeurs ?"
LIRE n
POUR i DE 1 A n ITERER
    ordre(i):=100
FIN D'ITERER
POUR i DE 1 A n ITERER
    t:=ALEA(1;100)
    k:=1
    TANT QUE t>ordre(k) FAIRE
        k:=k+1
    FIN TANT QUE
    POUR j DE 1 A i-k ITERER
        ordre(i-j+1):=ordre(i-j)
    FIN D'ITERER
    ordre(k):=t
FIN D'ITERER
POUR i DE 1 A n ITERER
    ECRIRE ordre(i)
FIN D'ITERER
FIN
    
```

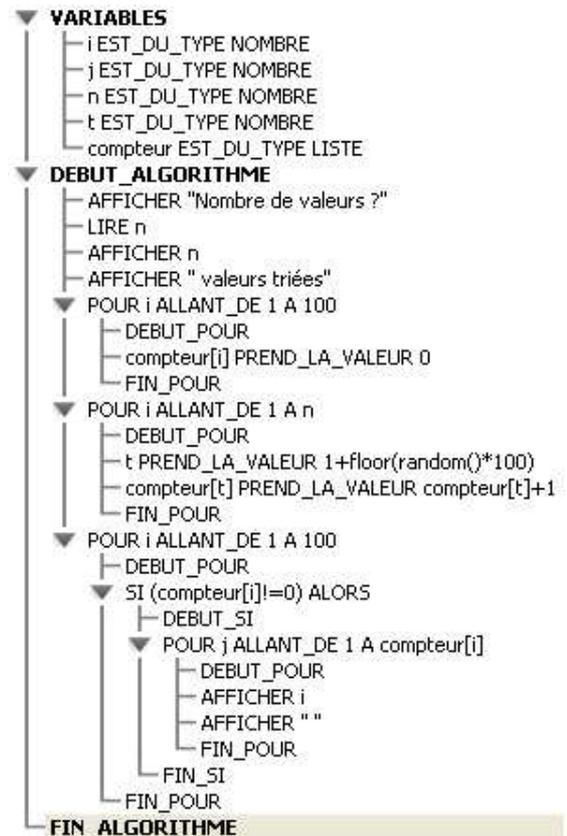


16. Tri par dénombrement

On compte le nombre de tirages pour chacune des valeurs et on restitue ces valeurs dans l'ordre.

```

DEBUT
ECRIRE "Nombre de valeurs ?"
LIRE n
POUR i DE 1 à 100 ITERER
    compteur(i):=0
FIN D'ITERER
POUR i DE 1 à n ITERER
    t:=ALEA(1;100)
    compteur(t):=compteur(t)+1
FIN D'ITERER
POUR i DE 1 à 100 ITERER
    SI compteur(i)<>0 ALORS
        POUR j DE 1 A compteur(i) ITERER
            ECRIRE i
        FIN D'ITERER
    FIN SI
FIN D'ITERER
FIN
    
```



17. Algorithme de Babylone (ou algorithme de Héron)

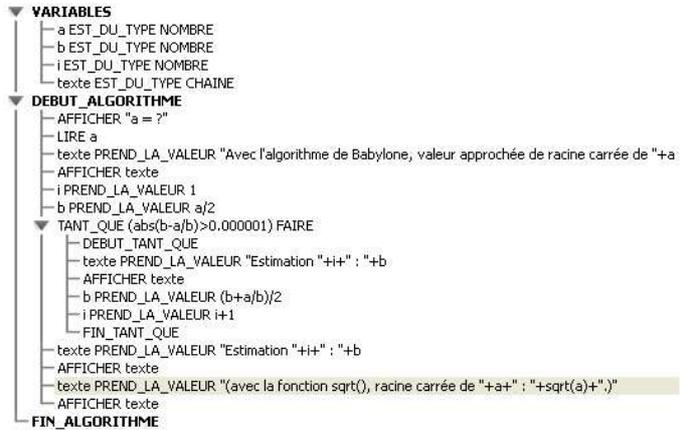
On cherche une valeur approchée de \sqrt{a} pour $a \in \mathbb{R}_+^*$. On crée la suite suivante :

$$u_0 = \frac{a}{2} \text{ et pour tout } n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \frac{1}{2} \left(u_n + \frac{a}{u_n} \right).$$

Cet algorithme converge très rapidement et il est facile à comprendre. On peut l'adapter sans difficulté pour rechercher la racine cubique ou la racine $n^{\text{ième}}$.

```

DEBUT
Ecrire "a = ?"
Lire a
b:=a/2
TANT QUE |b-a/b|>0.000001
FAIRE
    b:=(b+a/b)/2
FIN TANT QUE
Ecrire "Estimation de racine
carrée de ",a," : ",b
FIN
    
```



18. Algorithme de Kaprekar (mathématicien indien 1905-1988)

On part d'un nombre u_0 écrit en base 10. v_1 est le nombre écrit à l'aide des mêmes chiffres pris dans l'ordre décroissant. w_1 est le nombre écrit avec les mêmes chiffres pris dans l'ordre croissant. Enfin $u_1 = v_1 - w_1$, et on recommence.

Exemple : $u_0 = 351947$, $v_1 = 975431$, $w_1 = 134579$ et $u_1 = 975431 - 134579 = 840852$.

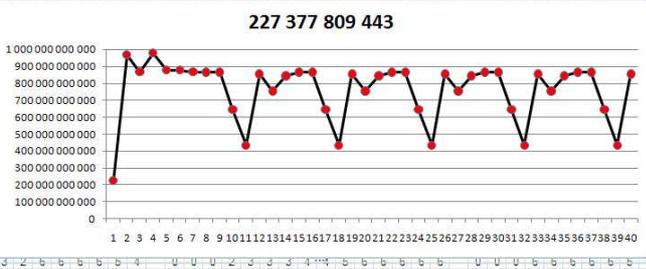
On observe que la suite aboutit rapidement à un point fixe (appelé "puits") :

$$323\ 980 \rightarrow 959\ 931 \rightarrow 863\ 832 \rightarrow 631\ 764 \rightarrow 631\ 764 \dots$$

ou la suite aboutit à un "cycle" :

$$925\ 168 \rightarrow 860\ 832 \rightarrow 862\ 632 \rightarrow 642\ 654 \rightarrow 420\ 876 \rightarrow 851\ 742 \rightarrow 750\ 843 \rightarrow 840\ 852 \rightarrow 860\ 832 \dots$$

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB	AC	AD	AE	AF	AG	AH	AI	AJ	AK	AL	AM	AN	AO	AP	AQ	AR	AS	AT	AU	AV	AW	AX	AY	AZ	BA	BB	BC	BD
Algorithme de Kaprekar On part d'un nombre u_0 écrit en base 10. v_1 est le nombre écrit à l'aide des mêmes chiffres pris dans l'ordre décroissant. w_1 est le nombre écrit avec les mêmes chiffres pris dans l'ordre croissant. Enfin $u_1 = v_1 - w_1$, et on recommence.																																																							
Dattatreya Ramachandra KAPREKAR est né à Dahanu près de Bombay en 1905. Enfant, les graphiques, dessins et calculs de toutes sortes constituent son passe-temps préféré. Il passe des heures sans s'arrêter essayant de résoudre des énigmes et des problèmes de mathématiques. Il se passionne très tôt pour les nombres et rentre en 1923 au collège Ferguson de Pune. En 1927 il remporte un prix mathématique (Wrangler R. P. Paranjani Mathematical Prize) pour ses travaux mathématiques originaux. En 1929, il devient instituteur dans une école de Devlali. Il continue à travailler sur les nombres. Comme il le dira lui-même plus tard «Un alcoolique souhaite continuer à boire pour retrouver un état de plaisir. Il en est de même pour moi concernant les nombres». En 1962, il quitte l'enseignement pour prendre sa retraite. Mais sa pension ne lui suffit pas pour vivre et il doit la compléter par de multiples petits métiers. Il continue néanmoins ses recherches sur les nombres qu'il publie dans plusieurs livres qui restent quasiment confidentiels jusqu'à ce que Garner parle de lui en 1975. Il meurt en 1988 à Devlali. [Encyclopédie en ligne Wikipédia]																																																							
n	v_n	w_n	u_n	14 13 12 11 10 9 8 7 6 5 4 3 2 1 0 14 13 12 11 10 9 8 7 6 5 4 3 2 1 0 14 13 12 11 10 9 8 7 6 5 4 3 2 1 0																																																			
0			227 377 809 443	12 0 0 0 2 2 2 7 3 7 7 8 0 9 4 4 3 0 0 0 0 2 2 3 3 4 4 4 7 7 7 8 9 0 0 0 9 8 7 7 7 4 4 3 3 2 2 0																																																			
1	987 774 433 220	22 334 477 789	965 439 955 431	12 0 0 0 9 6 5 4 3 9 9 5 5 4 3 1 0 0 0 1 3 3 4 4 5 5 5 6 9 9 9 0 0 0 9 9 9 6 5 5 5 4 4 3 1																																																			
2	999 655 544 331	133 445 566 999	866 209 987 332	12 0 0 0 8 6 6 2 2 0 9 9 8 7 3 2 0 0 0 2 2 3 3 6 6 7 8 8 9 9 0 0 0 9 9 8 8 7 6 6 6 3 2 0 0																																																			
3	998 876 633 220	22 336 678 899	976 539 954 321	12 0 0 0 9 7 6 5 3 9 9 5 5 4 3 2 1 0 0 0 1 2 3 3 4 5 5 6 7 9 9 9 0 0 0 9 9 9 7 6 5 5 4 3 2 1																																																			
4	999 765 543 321	123 345 567 999	876 419 975 322	12 0 0 0 8 7 6 4 1 9 9 7 5 3 2 2 0 0 0 1 2 2 3 4 5 6 6 7 7 8 9 9 0 0 0 9 9 8 7 7 6 5 4 3 2 1																																																			
5	998 776 543 221	122 345 677 899	876 430 865 322	12 0 0 0 8 7 6 4 3 0 8 8 6 5 3 2 2 0 0 0 2 2 3 3 4 5 6 6 6 7 8 8 0 0 0 8 8 7 6 6 5 4 3 2 2 0																																																			
6	887 665 433 220	22 334 566 788	865 330 866 432	12 0 0 0 8 6 5 3 3 0 8 8 6 6 4 3 2 0 0 0 2 3 3 3 4 5 6 6 6 6 8 8 0 0 0 8 8 6 6 6 5 4 3 3 2 0																																																			
7	886 665 433 320	23 334 566 688	863 330 866 632	12 0 0 0 8 6 6 3 3 3 0 8 8 6 6 6 3 2 0 0 0 2 3 3 3 3 4 5 6 6 6 6 8 8 0 0 0 8 8 6 6 6 6 6 3 3 2 0																																																			
8	886 666 333 320	23 333 666 688	863 332 666 632	12 0 0 0 8 6 6 3 3 2 2 6 6 6 6 3 2 0 0 0 2 2 3 3 3 3 6 6 6 6 6 6 8 8 0 0 0 8 6 6 6 6 6 6 3 3 2 2																																																			
9	886 666 333 322	223 333 666 668	643 332 666 654	12 0 0 0 6 4 3 3 3 2 2 6 6 6 6 5 4 0 0 0 2 2 3 3 3 4 5 6 6 6 6 6 6 6 0 0 0 6 6 6 6 6 5 4 4 3 3 2																																																			
10	666 665 443 332	233 344 566 666	433 320 876 666	12 0 0 0 4 3 3 3 2 0 8 7 6 6 6 6 6 6 0 0 0 2 3 3 3 4 6 6 6 6 7 8 8 0 0 0 8 7 6 6 6 6 4 3 3 2 0																																																			
11	876 666 433 320	23 334 566 678	853 331 766 642	12 0 0 0 8 5 3 3 3 1 7 6 6 6 6 4 2 0 0 0 1 2 3 3 3 4 5 6 6 6 7 7 8 0 0 0 8 7 6 6 6 5 4 3 3 2 1																																																			
12	876 665 433 321	123 334 566 678	753 330 866 643	12 0 0 0 7 5 3 3 3 0 8 6 6 6 5 4 3 0 0 0 0 3 3 3 3 4 5 6 6 6 7 8 0 0 0 8 7 6 6 6 5 4 3 3 3 0																																																			
13	876 665 433 330	33 334 566 678	843 330 866 652	12 0 0 0 8 4 3 3 3 0 8 6 6 6 6 5 4 0 0 0 0 2 3 3 3 4 5 6 6 6 6 8 8 0 0 0 8 8 6 6 6 5 4 3 3 2 0																																																			
14	886 665 433 320	23 334 566 688	863 330 866 632	12 0 0 0 8 6 3 3 3 0 8 8 6 6 6 3 2 0 0 0 2 3 3 3 3 4 5 6 6 6 6 6 6 8 8 0 0 0 8 8 6 6 6 6 6 3 3 2 0																																																			
15	886 666 333 320	23 333 666 688	863 332 666 632	12 0 0 0 8 6 6 3 3 3 2 6 6 6 6 3 2 0 0 0 2 2 3 3 3 3 6 6 6 6 6 6 8 8 0 0 0 8 8 6 6 6 6 6 3 3 2 2																																																			
16	886 666 333 322	223 333 666 668	643 332 666 654	12 0 0 0 6 4 3 3 3 3 2 6 6 6 6 5 4 0 0 0 2 2 3 3 3 4 5 6 6 6 6 6 6 6 0 0 0 6 6 6 6 6 5 4 4 3 3 2																																																			
17	666 665 443 332	233 344 566 666	433 320 876 666	12 0 0 0 4 3 3 3 2 0 8 7 6 6 6 6 6 6 0 0 0 2 3 3 3 4 6 6 6 6 7 7 8 0 0 0 8 7 6 6 6 6 4 3 3 2 0																																																			
18	876 666 433 320	23 334 566 678	853 331 766 642	12 0 0 0 8 5 3 3 3 1 7 6 6 6 6 4 2 0 0 0 1 2 3 3 3 4 5 6 6 6 7 7 8 0 0 0 8 7 6 6 6 5 4 3 3 2 1																																																			
19	876 665 433 321	123 334 566 678	753 330 866 643	12 0 0 0 7 5 3 3 3 0 8 6 6 6 5 4 3 0 0 0 0 3 3 3 3 4 5 6 6 6 7 8 0 0 0 8 7 6 6 6 5 4 3 3 3 0																																																			
20	876 665 433 330	33 334 566 678	843 330 866 652	12 0 0 0 8 4 3 3 3 0 8 6 6 6 6 5 4 0 0 0 0 2 3 3 3 4 5 6 6 6 6 8 8 0 0 0 8 8 6 6 6 5 4 3 3 2 0																																																			
21	886 665 433 320	23 334 566 688	863 330 866 632	12 0 0 0 8 6 3 3 3 0 8 8 6 6 6 3 2 0 0 0 2 3 3 3 3 4 5 6 6 6 6 6 6 8 8 0 0 0 8 8 6 6 6 6 6 3 3 2 0																																																			
22	886 666 333 320	23 333 666 688	863 332 666 632	12 0 0 0 8 6 6 3 3 3 2 6 6 6 6 3 2 0 0 0 2 2 3 3 3 3 6 6 6 6 6 6 8 8 0 0 0 8 8 6 6 6 6 6 3 3 2 2																																																			
23	886 666 333 322	223 333 666 668	643 332 666 654	12 0 0 0 6 4 3 3 3 3 2 6 6 6 6 5 4 0 0 0 2 2 3 3 3 4 5 6 6 6 6 6 6 6 0 0 0 6 6 6 6 6 5 4 4 3 3 2																																																			
24	666 665 443 332	233 344 566 666	433 320 876 666	12 0 0 0 4 3 3 3 2 0 8 7 6 6 6 6 6 6 0 0 0 2 3 3 3 4 6 6 6 6 7 7 8 0 0 0 8 7 6 6 6 6 4 3 3 2 0																																																			
25	876 666 433 320	23 334 566 678	853 331 766 642	12 0 0 0 8 5 3 3 3 1 7 6 6 6 6 4 2 0 0 0 1 2 3 3 3 4 5 6 6 6 7 7 8 0 0 0 8 7 6 6 6 5 4 3 3 2 1																																																			
26	876 665 433 321	123 334 566 678	753 330 866 643	12 0 0 0 7 5 3 3 3 0 8 6 6 6 5 4 3 0 0 0 0 3 3 3 3 4 5 6 6 6 7 8 0 0 0 8 7 6 6 6 5 4 3 3 3 0																																																			
27	876 665 433 330	33 334 566 678	843 330 866 652	12 0 0 0 8 4 3 3 3 0 8 6 6 6 6 5 4 0 0 0 0 2 3 3 3 4 5 6 6 6 6 8 8 0 0 0 8 8 6 6 6 5 4 3 3 2 0																																																			
28	886 665 433 320	23 334 566 688	863 330 866 632	12 0 0 0 8 6 3 3 3 0 8 8 6 6 6 3 2 0 0 0 2 3 3 3 3 4 5 6 6 6 6 6 6 8 8 0 0 0 8 8 6 6 6 6 6 3 3 2 0																																																			
29	886 666 333 320	23 333 666 688	863 332 666 632	12 0 0 0 8 6 6 3 3 3 2 6 6 6 6 3 2 0 0 0 2 2 3 3 3 3 6 6 6 6 6 6 8 8 0 0 0 8 8 6 6 6 6 6 3 3 2 2																																																			
30	886 666 333 322	223 333 666 668	643 332 666 654	12 0 0 0 6 4 3 3 3 3 2 6 6 6 6 5 4 0 0 0 2 2 3 3 3 4 5 6 6 6 6 6 6 6 0 0 0 6 6 6 6 6 5 4 4 3 3 2																																																			
31	666 665 443 332	233 344 566 666	433 320 876 666	12 0 0 0 4 3 3 3 2 0 8 7 6 6 6 6 6 6 0 0 0 2 3 3 3 4 6 6 6 6 7 7 8 0 0 0 8 7 6 6 6 6 4 3 3 2 0																																																			
32	876 666 433 320	23 334 566 678	853 331 766 642	12 0 0 0 8 5 3 3 3 1 7 6 6 6 6 4 2 0 0 0 1 2 3 3 3 4 5 6 6 6 7 7 8 0 0 0 8 7 6 6 6 5 4 3 3 2 1																																																			
33	876 665 433 321	123 334 566 678	753 330 866 643	12 0 0 0 7 5 3 3 3 0 8 6 6 6 5 4 3 0 0 0 0 3 3 3 3 4 5 6 6 6 7 8 0 0 0 8 7 6 6 6 5 4 3 3 3 0																																																			
34	876 665 433 330	33 334 566 678	843 330 866 652	12 0 0 0 8 4 3 3 3 0 8 6 6 6 6 5 4 0 0 0 0 2 3 3 3 4 5 6 6 6 6 8 8 0 0 0 8 8 6 6 6 5 4 3 3 2 0																																																			
35	886 665 433 320	23 334 566 688	863 330 866 632	12 0 0 0 8 6 3 3 3 0 8 8 6 6 6 3 2 0 0 0 2 3 3 3 3 4 5 6 6 6 6 6 6 8 8 0 0 0 8 8 6 6 6 6 6 3 3 2 0																																																			
36	886 666 333 320	23 333 666 688	863 332 666 632	12 0 0 0 8 6 6 3 3 3 2 6 6 6 6 3 2 0 0 0 2 2 3 3 3 3 6 6 6 6 6 6 8 8 0 0 0 8 8 6 6 6 6 6 3 3 2 2																																																			
37	886 666 333 322	223 333 666 668	643 332 666 654	12 0 0 0 6 4 3 3 3 3 2 6 6 6 6 5 4 0 0 0 2 2 3 3 3 4 5 6 6 6 6 6 6 6 0 0 0 6 6 6 6 6 5 4 4 3 3 2																																																			
38	666 665 443 332	233 344 566 666	433 320 876 666	12 0 0 0 4 3 3 3 2 0 8 7 6 6 6 6 6 6 0 0 0 2 3 3 3 4 6 6 6 6 7 7 8 0 0 0 8 7 6 6 6 6 4 3 3 2 0																																																			
39	876 666 433 320	23 334 566 678	853 331 766 642	12 0 0 0 8 5 3 3 3 1 7 6 6 6 6 4 2 0 0 0 1 2 3 3 3 4 5 6 6 6 7 7 8 0 0 0 8 7 6 6 6 5 4 3 3 2 1																																																			
40	876 665 433 321	123 334 566 678	753 330 866 643	12 0 0 0 7 5 3 3 3 0 8 6 6 6 5 4 3 0 0 0 0 3 3 3 3 4 5 6 6 6 7 8 0 0 0 8 7 6 6 6 5 4 3 3 3 0																																																			
41	876 665 433 330	33 334 566 678	843 330 866 652	12 0 0 0 8 4 3 3 3 0 8 6 6 6 6 5 4 0 0 0 0 2 3 3 3 4 5 6 6 6 6 8 8 0 0 0 8 8 6 6 6 5 4 3 3 2 0																																																			
42	886 665 433 320	23 334 566 688	863 330 866 632	12 0 0 0 8 6 3 3 3 0 8 8 6 6 6 3 2 0 0 0 2 3 3 3 3 4 5 6 6 6 6 6 6 8 8 0 0 0 8 8 6 6 6 6 6 3 3 2 0																																																			
43	886 666 333 320	23 333 666 688	863 332 666 632	12 0 0 0 8 6 6 3 3 3 2 6 6 6 6 3 2 0 0 0 2 2 3 3 3 3 6 6 6 6 6 6 8 8 0 0 0 8 8 6 6 6 6 6 3 3 2 2																																																			
44	886 666 333 322	223 333 666 668	643 332 666 654	12 0 0 0 6 4 3 3 3 3 2 6 6 6 6 5 4 0 0 0 2 2 3 3 3 4 5 6 6 6 6 6 6 6 0 0 0 6 6 6 6 6 5 4 4 3 3 2																																																			



Fichier Excel : "Algorithme de Kaprekar.xls".

19. Fractions

Disposez les volumes pour qu'on obtienne neuf fractions différentes.

Quand j'étais petit garçon, on me donna neuf volumes de l'Histoire d'Angleterre par Hume, en me promettant en abondance des fusils, des poneys, et des tas d'autres choses, à condition que j'étudie ces volumes. Je dois admettre que ce que j'ignore de l'Histoire d'Angleterre ferait plus que doubler la taille d'une bibliothèque ordinaire, mais, par contre, j'ai découvert d'intéressants casse-tête basés sur ces volumes de poids. J'ai découvert, par exemple, qu'en plaçant les volumes sur deux étagères comme le montre le dessin, la fraction $6\ 729/13\ 458$ est exactement égale à $1/2$. Est-il possible, en utilisant les neuf volumes de trouver d'autres combinaisons qui forment des fractions égales à $1/3$, $1/4$, $1/5$, $1/6$, $1/7$, $1/8$ et $1/9$?



Les casse-tête mathématiques de Sam Loyd. Martin GARDNER. Dunod. (cité par P. Terracher)

1/2		1/3		1/4		1/5		1/6		1/7		1/8		1/9	
nb. sol.: 12		nb. sol.: 2		nb. sol.: 4		nb. sol.: 12		nb. sol.: 3		nb. sol.: 7		nb. sol.: 46		nb. sol.: 3	
N	D	N	D	N	D	N	D	N	D	N	D	N	D	N	D
6 729	13 458	5 823	17 469	3 942	15 768	2 697	13 485	2 943	17 658	2 394	16 758	3 187	25 496	6 381	57 429
6 792	13 584	5 832	17 496	4 392	17 568	2 769	13 845	4 653	27 918	2 637	18 459	4 589	36 712	6 471	58 239
6 927	13 854			5 796	23 184	2 937	14 685	5 697	34 182	4 527	31 689	4 591	36 728	8 361	75 249
7 269	14 538			7 956	31 824	2 967	14 835			5 274	36 918	4 689	37 512		
7 293	14 586					2 973	14 865			5 418	37 926	4 691	37 528		
7 329	14 658					3 297	16 485			5 976	41 832	4 769	38 152		
7 692	15 384					3 729	18 645			7 614	53 298	5 237	41 896		
7 923	15 846					6 297	31 485					5 371	42 968		
7 932	15 864					7 629	38 145					5 789	46 312		
9 267	18 534					9 237	46 185					5 791	46 328		
9 273	18 546					9 627	48 135					5 839	46 712		
9 327	18 654					9 723	48 615					5 892	47 136		
												5 916	47 328		
												5 921	47 368		
												6 479	51 832		
												6 741	53 928		
												6 789	54 312		
												6 791	54 328		
												6 839	54 712		
												7 123	56 984		
												7 312	58 496		
												7 364	58 912		
												7 416	59 328		
												7 421	59 368		
												7 894	63 152		
												7 941	63 528		
												8 174	65 392		
												8 179	65 432		
												8 394	67 152		
												8 419	67 352		
												8 439	67 512		
												8 932	71 456		
												8 942	71 536		
												8 953	71 624		
												8 954	71 632		
												9 156	73 248		
												9 158	73 264		
												9 182	73 456		
												9 316	74 528		
												9 321	74 568		
												9 352	74 816		
												9 416	75 328		
												9 421	75 368		
												9 523	76 184		
												9 531	76 248		
												9 541	76 328		

Le tableau ci-dessus donne les solutions de manière exhaustive.

Il existe bien des manières de chercher les solutions à l'aide d'un algorithme mais une manière originale consiste à essayer des permutations de façon aléatoires avec un test d'arrêt.

Ce qui revient à écrire n'importe quoi et compter sur la chance ... et ça marche (le plus souvent) !

V - Exemples d'algorithmes utilisant les instructions de chaînes de caractères.

20. Coder et décoder en "Jules César"

Il s'agit du codage le plus simple, celui par décalage des caractères.



Le programme demande si l'on veut coder ou décoder.
 Si l'on veut coder il demande la valeur du décalage choisi et il code.
 Si l'on veut décoder il demande si l'on connaît la valeur du décalage.
 Dans l'affirmative il decode le texte sinon il donne les 25 versions possibles et il n'y a plus qu'à choisir. En général une seule a un sens.
 On ne doit utiliser que les caractères minuscules non accentués et l'espace.

Exemple de codage d'un texte en code 15:

RÉSULTAT :

```
***Algorithme lancé***
Voulez-vous décoder(1) ou coder (2) ?
Ecrire le texte :
Entrez le numéro du code :
Texte : il faut rendre a cesar ce qui est a cesar
Texte traité : xa upji gtcsgt p rthpg rt fjx thi p rthpg
***Algorithme terminé***
```

Exemple de décodage d'un texte dont on ignore le décalage :

```
***Algorithme lancé***
Voulez-vous décoder(1) ou coder (2) ?
Voulez-vous décoder(1) ou coder (2) ?
Connaissez-vous le code (o/n) ?
Ecrire le texte :
Code 0 : kl c rj kifg vtirjv tvjri tv gfik jrcl k
Code 1 : lm d sk ljgh wujskw uwksj uw hgjl ksdml
Code 2 : mn e tl mkhi xvktlx vxltk vx ihkm ltemm
Code 3 : no f um nlij ywlumy wymul wy jiln mufon
Code 4 : op g vn omjk zxmvmz xznmv xz kjmo nvgpo
Code 5 : pq h wo pnkl aynwoa yaown ya lknp owhqp
Code 6 : qr i xp qolm bzoxpb zbpzo zb mloq pxirq
Code 7 : rs j yq rpmn capyqc acqyp ac nmpr qyjsr
Code 8 : st k zr sqno dbqzrd bdrzq bd onqs rzkts
Code 9 : tu l as trop ecrase cesar ce port salut
Code 10 : uv m bt uspq fdsbtf dftbs df qpsu tbmvu
Code 11 : vw n cu vtqr getcug eguct eg rqtv ucnwv
Code 12 : wx o dv wurs hfudvh fhvdu fh sruw vdoxw
Code 13 : xy p ew xvst igvewi giwev gi tsvx wepyx
Code 14 : yz q fx ywtu jhwfxj hjxfw hj utwy xfqzy
Code 15 : za r gy zxuv kixgyk ikygx ik vuxz ygraz
Code 16 : ab s hz ayvw ljyhzl jlzhy jl wvya zhsba
Code 17 : bc t ia bzwx mkziam kmaiz km xwzb aitcb
Code 18 : cd u jb caxy nlajbn lnbja ln yxac bjudc
Code 19 : de v kc dbyz ombkco mockb mo zybd ckved
Code 20 : ef w ld ecza pncldp npdlc np azce dlwfe
Code 21 : fg x me fdab qodmeq oqemd oq badf emxgf
Code 22 : gh y nf gebc rpenfr prfne pr cbeg fnyhg
Code 23 : hi z og hfcd sqfogs qsgof qs dcfh gozih
Code 24 : ij a ph igde trgpht rthpg rt edgi hpaji
Code 25 : jk b qi jhef ushqui suiqh su fehj iqbkj

***Algorithme terminé***
```

Le texte original est en code 0 est la seule traduction qui est un sens est celle en code 9. On obtient une fameuse phrase dont la propriété (c'est un palindrome qui se conserve donc par décalage) mériterait à elle seule un algorithme.

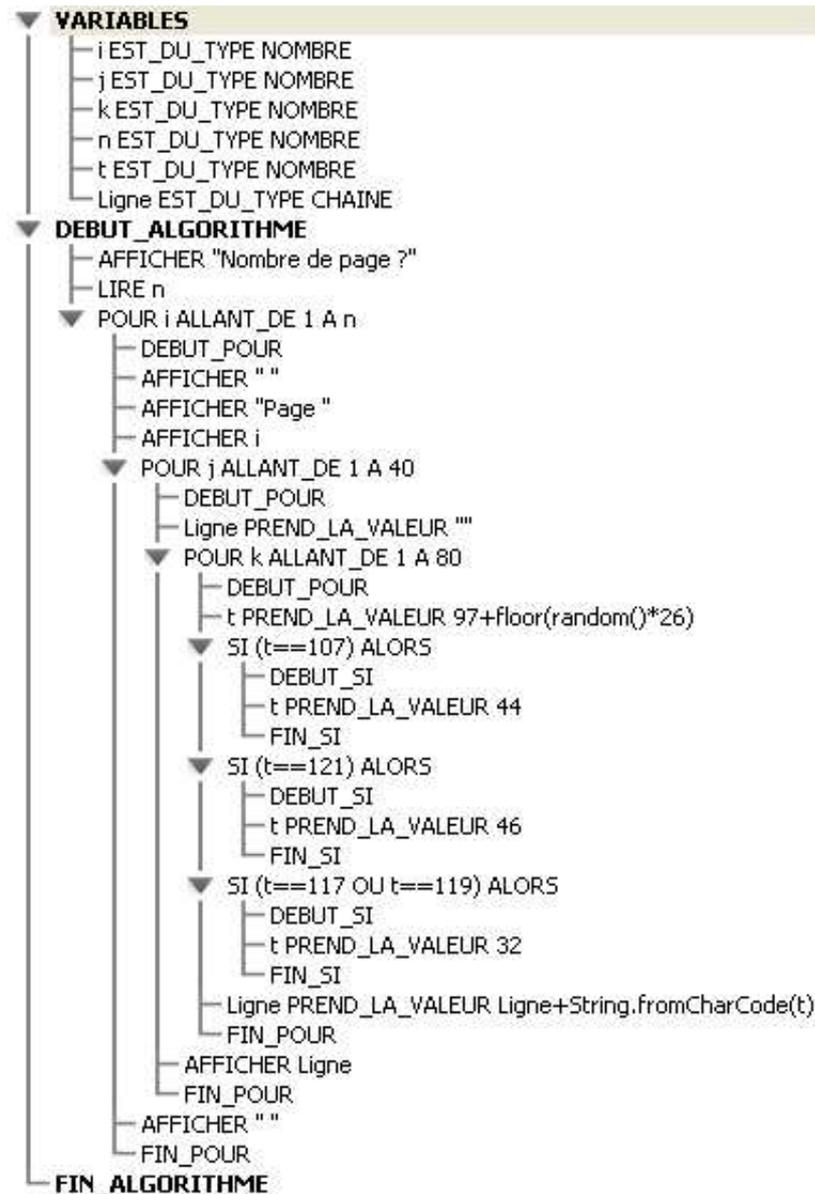
21. La bibliothèque de Babel

Illustration de la nouvelle de Jorge Luis Borgès (voir page suivante).

"...chaque livre a quatre cent dix pages ; chaque page, quarante lignes, et chaque ligne, environ quatre-vingts caractères noirs."

"Le manuscrit original du présent manuscrit ne contient ni chiffres ni majuscules. La ponctuation a été limitée à la virgule et au point. Ces deux signes, l'espace et les vingt-deux lettres de l'alphabet sont vingt-cinq symboles suffisants énumérés par l'inconnu. (Note de l'éditeur)"

Pour respecter le texte de Borgès à la lettre, on a remplacé le *k* (code ascii 107) par la virgule (44), le *y* (121) par le point (46), le *u* (117) et le *w* (119) par l'espace (32). L'algorithme ci-dessous génère des pages aléatoires d'un volume aléatoire.



Remarque : un volume de la bibliothèque de Babel comporte $80 \times 40 \times 410 = 1\,312\,000$ caractères.

Il y a 25 caractères possibles donc $25^{1\,312\,000} \approx 2 \times 10^{1\,834\,097}$ volumes différents. En comptant 1 dm^3 par livre, les livres seuls occuperaient $2 \times 10^{1\,834\,085} \text{ km}^3$. En considérant l'univers comme une boule de 15 milliards d'année-lumières de rayon on obtient le nombre dérisoire de $1,2 \times 10^{70} \text{ km}^3$.

Bien qu'énorme la bibliothèque est finie. Le narrateur semble penser le contraire. Borgès est trop fin mathématicien pour faire une telle erreur. Alors par quel prodige ? Il faut lire le dernier paragraphe.

LA BIBLIOTHÈQUE DE BABEL

*By this art you may contemplate the
variation of the 23 letters...
The Anatomy of Melancholy,
part 2, sect.II, mem.IV.*

L'univers (que d'autres appellent la Bibliothèque) se compose d'un nombre indéfini, et peut-être infini, de galeries hexagonales, avec au centre de vastes puits d'aération bordés par des balustrades très basses. De chacun de ces hexagones on aperçoit les étages inférieurs et supérieurs, interminablement. La distribution des galeries est invariable. Vingt longues étagères, à raison de cinq par côté, couvrent tous les murs moins deux ; leur hauteur, qui est celle des étages eux-mêmes, ne dépasse guère la taille d'un bibliothécaire normalement constitué. Chacun des pans libres donne sur un couloir étroit, lequel débouche sur une autre galerie, identique à la première et à toutes. A droite et à gauche du couloir il y a deux cabinets minuscules. L'un permet de dormir debout ; l'autre de satisfaire les besoins fécaux. A proximité passe l'escalier en colimaçon, qui s'abîme et s'élève à perte de vue. Dans le couloir il y a une glace, qui double fidèlement les apparences. Les hommes en tirent conclusion que la Bibliothèque n'est pas infinie ; si elle l'était réellement, à quoi bon cette duplication illusoire ? Pour ma part, je préfère rêver que ces surfaces polies sont là pour figurer l'infini et pour le promettre... Des sortes de fruits sphériques appelés lampes assurent l'éclairage. Au nombre de deux par hexagone et placés transversalement, ces globes émettent une lumière insuffisante, incessante.

Comme tous les hommes de la Bibliothèque, j'ai voyagé dans ma jeunesse ; j'ai effectué des pèlerinages à la recherche d'un livre et peut-être du catalogue des catalogues ; maintenant que mes yeux sont à peine capables de déchiffrer ce que j'écris, je me prépare à mourir à quelques courtes lieues de l'hexagone où je naquis. Mort, il ne manquera pas de mains pieuses pour me jeter par-dessus la balustrade : mon tombeau sera l'air insupportable ; mon corps s'enfoncera longuement, se corrompra, se dissoudra dans le vent engendré par la chute, qui est infinie. Car j'affirme que la Bibliothèque est interminable. Pour les idéalistes, les salles hexagonales sont une forme nécessaire de l'espace absolu, ou du moins de notre intuition de l'espace ; ils estiment qu'une salle triangulaire ou pentagonale serait inconcevable. Quant aux mystiques, ils prétendent que l'extase leur révèle une chambre circulaire à dos continu, qui fait le tour complet des murs ; mais leur témoignage est suspect, leurs paroles obscures : ce livre cyclique, c'est Dieu... Qu'il me suffise, pour le moment, de redire la sentence classique : *La Bibliothèque est une sphère dont le centre véritable est un hexagone quelconque, et dont la circonférence est inaccessible.*

Chacun des murs de chaque hexagone porte cinq étagères ; chaque étagère comprend trente-deux livres, tous de même format ; chaque livre a quatre cent dix pages ; chaque page, quarante lignes, et chaque ligne, environ quatre-vingts caractères noirs. Il y a aussi des lettres sur le dos de chaque livre ; ces lettres n'indiquent ni ne préfigurent ce que diront les pages : incohérence qui, je le sais, a parfois paru mystérieuse. Avant de résumer la solution (dont la découverte, malgré ses tragiques projections, est peut-être le fait capital de l'histoire) je veux rappeler quelques axiomes.

Premier axiome : la Bibliothèque existe *ab aeterno*. De cette vérité dont le corollaire immédiat est l'éternité future du monde, aucun esprit raisonnable ne peut douter. Il se peut que l'homme, que l'imparfait bibliothécaire, soit l'oeuvre du hasard ou de démiurges malveillants ; l'univers, avec son élégante provision d'étagères, de tomes énigmatiques, d'infatigables escaliers pour le voyageur et de latrines pour le bibliothécaire assis, ne peut être que l'oeuvre d'un dieu. Pour mesurer la distance qui sépare le divin de l'humain, il suffit de comparer ces symboles frustes et vacillants que ma faible main va frappant sur la couverture d'un livre, avec les lettres organiques de l'intérieur : ponctuelles, délicates, d'un noir profond, inimitablement symétrique.

Deuxième axiome : *le nombre des symboles orthographiques est vingt-cinq*¹. Ce fut cette observation qui permit, il y a trois cents ans, de formuler une théorie générale de la Bibliothèque, et de résoudre de façon satisfaisante le problème que nulle conjecture n'avait pu déchiffrer : la nature informe et chaotique de presque tous les livres. L'un de ceux-ci, que mon père découvrit dans un hexagone du circuit quinze quatre-vingt-quatorze, comprenait les seules lettres M C V perversément répétées de la première ligne à la dernière. Un autre (très consulté dans ma zone) est un pur labyrinthe de lettres, mais à l'avant-dernière page on trouve cette phrase : O temps tes pyramides. Il n'est plus permis de l'ignorer : pour une ligne raisonnable, pour un renseignement exact, il y a des lieues et des lieues de cacophonies insensées, de galimatias et d'incohérences. (Je connais un district barbare où les bibliothécaires répudient comme superstition et vaine habitude de chercher aux livres un sens quelconque, et la comparent à celle d'interroger les rêves ou les lignes chaotiques de la main... Ils admettent que les inventeurs de l'écriture ont imité les vingt-cinq symboles naturels, mais ils soutiennent que cette application est occasionnelle et que les livres ne veulent rien dire par eux-mêmes. Cette opinion, nous le verrons, n'est pas absolument fallacieuse.)

Pendant longtemps, on crut que ces livres impénétrables répondaient à des idiomes oubliés ou reculés. Il est vrai que les hommes les plus anciens, les premiers bibliothécaires, se servaient d'une langue toute différente de celle que nous parlons maintenant ; il est vrai que quelques dizaines de milles à droite la langue devint

dialectale, et que quatre-vingt-dix étages plus haut, incompréhensible. Tout cela, je le répète, est exact, mais quatre cent dix pages d'inaltérables M C V ne pouvaient correspondre à aucune langue, quelque dialectale ou rudimentaire qu'elle fût. D'autres insinuent que chaque lettre pouvait influencer sur la suivante et que la valeur de M C V à la troisième ligne de la page 71 n'était pas celle de ce groupe à telle autre ligne d'une autre page ; mais cette vague proposition ne prospéra point. D'autres envisagèrent qu'il s'agit de cryptographie ; c'est cette hypothèse qui a fini par prévaloir et par être universellement acceptée, bien que dans un sens différent du primitif.

Il y a cinq cents ans, le chef d'un hexagone supérieur² mit la main sur un livre aussi confus que les autres, mais qui avait deux pages, ou peu s'en faut, de lignes homogènes et vraisemblablement lisibles. Il montra sa trouvaille à un déchiffreur ambulancier, qui lui dit qu'elles étaient rédigées en portugais ; d'autres prétendirent que c'était du yiddish. Moins d'un siècle plus tard, l'idiome exact était établi : il s'agissait d'un dialecte lituanien du guarani, avec des inflexions d'arabe classique. Le contenu fut également déchiffré : c'étaient des notions d'analyse combinatoire, illustrées par des exemples de variables à répétition constante. Ces exemples permirent à un bibliothécaire de génie de découvrir la loi fondamentale de la Bibliothèque. Ce penseur observa que tous les livres, quelque divers qu'ils soient, comportent des éléments égaux : l'espace, le point, la virgule, les vingt-deux lettres de l'alphabet. Il fit également état d'un fait que tous les voyageurs ont confirmé : *il n'y a pas dans la vaste Bibliothèque, deux livres identiques*. De ces prémisses incontrouvables il déduisit que la Bibliothèque était totale, et que ses étagères consignaient toutes les combinaisons possibles des vingt et quelques symboles orthographiques (nombre, quoique que très vaste, non infini), c'est-à-dire tout ce qu'il est possible d'exprimer, dans toutes les langues. Tout : l'histoire minutieuse de l'avenir, les autobiographies des archanges, le catalogue fidèle de la Bibliothèque, des milliers et des milliers de catalogues mensongers, la démonstration de la fausseté de ces catalogues, la démonstration de la fausseté du catalogue véritable, l'évangile gnostique de Basilde, le commentaire de cet évangile, le commentaire du commentaire de cet évangile, le récit véridique de ta mort, la traduction de chaque livre en toutes les langues, les interpolations de chaque livre dans tous les livres.

Quand on proclama que la Bibliothèque comprenait tous les livres, la première réaction fut un bonheur extravagant. Tous les hommes se sentirent maîtres d'un trésor intact et secret. Il n'y avait pas de problème personnel ou mondial dont l'éloquente solution n'existât quelque part : dans quelque hexagone. L'univers se trouvait justifié, l'univers avait brusquement conquis les dimensions illimitées de l'espérance. En ce temps-là, il fut beaucoup parlé des Justifications : livres d'apologie et de prophétie qui justifiaient à jamais les actes de chaque homme et réservaient à son avenir de prodigieux secrets. Des milliers d'impatients abandonnèrent le doux hexagone natal et se ruèrent à l'assaut des escaliers, poussés par l'illusoire dessein de trouver leur Justification. Ces pèlerins se disputaient dans les étroits couloirs, proféraient d'obscures malédictions, s'étranglaient entre eux dans les escaliers divins, jetaient au fond des tunnels les livres trompeurs, perdaient précipités par les hommes des régions reculées. D'autres perdaient la raison... Il n'est pas niable que les Justifications existent (j'en connais moi-même deux qui concernent des personnages futurs, des personnages non imaginaires peut-être), mais les chercheurs ne s'avaient pas que la probabilité pour un homme de trouver la sienne, ou même quelque perfide variante de la sienne, approche zéro.

On espérait aussi, vers la même époque, l'éclaircissement des mystères fondamentaux de l'humanité : l'origine de la Bibliothèque et du Temps. Il n'est pas invraisemblable que ces graves mystères puissent s'expliquer à l'aide des seuls mots humains : si la langue des philosophes ne suffit pas, la multiforme Bibliothèque aura produit la langue inouïe qu'il faut, avec les vocabulaires et les grammaires de cette langue. Voilà déjà quatre siècles que les hommes, dans cet espoir, fatiguent les hexagones... Il y a des chercheurs officiels, des *inquisiteurs*. Je les ai vus dans l'exercice de leur fonction : ils arrivent toujours harassés ; ils parlent d'un escalier sans marches qui manqua leur rompre le cou, ils parlent de galeries et de couloirs avec le bibliothécaire ; parfois, ils prennent le livre le plus proche et le parcourent, en quête de mots infâmes. Visiblement, aucun d'eux n'espère rien découvrir.

A l'espoir éperdu succéda, comme il est naturel, une dépression excessive. La certitude que quelque étagère de quelque hexagone enfermaient des livres précieux et que ces livres précieux étaient inaccessibles, sembla presque intolérable. Une secte blasphématoire proposa d'interrompre les recherches et de mêler lettres et symboles jusqu'à ce qu'on parvint à reconstruire, moyennant une faveur imprévue du hasard, ces livres canoniques. Les autorités se virent obligées à promulguer des ordres sévères. La secte disparut ; mais dans mon enfance j'ai vu des vieux hommes qui longuement se cachaient dans les latrines avec de petits disques de métal au fond d'un cornet prohibé, et qui faiblement s'ingéraient le divin désordre.

D'autres, en revanche, estimèrent que l'essentiel était d'éliminer les oeuvres inutilles. Ils envahissaient les hexagones, exhibant des permis quelquefois authentiques, feuilletaient avec ennui un volume et condamnaient des étagères entières : c'est à leur fureur hygiénique, ascétique, que l'on doit la perte insensée de millions de volumes. Leur nom est explicitement exécuté, mais ceux qui pleurent sur les « trésors » anéantis par leur frénésie négligent

deux faits notoires. En premier lieu, la Bibliothèque est si énorme que toute mutilation d'origine humaine ne saurait être qu'infinitésimale. En second lieu, si chaque exemplaire est unique est iremplaçable, il y a toujours, la Bibliothèque étant totale, plusieurs centaines de fac-similés presque parfaits qui ne diffèrent du livre correct que par une lettre ou par une virgule. Contre l'opinion générale, je me permets de supposer que les conséquences des déprédations commises par les Purificateurs ont été exagérées par l'horreur qu'avait soulevée leur fanatisme. Ils étaient habitués par le délire de conquérir les livres chimériques de *l'Hexagone Cramoisi* : livres de format réduit, tout-puissants, illustrés et magiques.

Une autre superstition de ces âges est arrivée jusqu'à nous : celle de l'Homme du Livre. Sur quelque étagère de quelque hexagone, raisonnait-on, il doit exister un livre qui est la clef et le résumé parfait de tous les autres : il y a un bibliothécaire qui a pris connaissance de ce livre et qui est semblable à un dieu. Dans la langue de cette zone persistent encore des traces du culte voué à ce lointain fonctionnaire. Beaucoup de pèlerinages s'organisent à sa recherche, qui un siècle durant battirent vainement les plus divers horizons. Comment localiser le vénérable et secret hexagone qui l'abritait ? Une méthode rétrograde fut proposée : pour localiser le livre A, on consulterait au préalable le livre B qui indiquerait la place de A ; pour localiser le livre B, on consulterait au préalable le livre C, et ainsi jusqu'à l'infini... C'est en de semblables aventures que j'ai moi-même prodigué mes forces, usé mes ans. Il est certain que dans quelque étagère de l'univers ce livre total doit exister ; je supplie les dieux ignorés qu'un homme - ne fût-ce qu'un seul, il y a des milliers d'années ! - l'ait eu entre les mains, l'ait lu. Si l'homme, la sagesse et la joie ne sont pas pour moi, qu'ils soient pour d'autres. Que le ciel existe, même si ma place est l'enfer. Que je sois outragé et anéanti, pourvu qu'en un être, en un instant, Ton énorme Bibliothèque se justifie.

Les impies affirment que le non-sens est la règle dans la Bibliothèque et que les passages raisonnables, ou seulement de la plus humble cohérence, constituent une exception quasi miraculeuse. Ils parlent, je le sais, de « cette fiévreuse Bibliothèque dont les hasardeux volumes courent le risque incessant de se muer en d'autres et qui affirment, nient et confondent tout comme une divinité délirante ». Ces paroles, qui non seulement dénoncent le désordre mais encore l'illustrent, prouvent notamment un goût détestable et une ignorance sans remède. En effet, la Bibliothèque comporte toutes les structures verbales, toutes les variations que permettent les vingt-cinq symboles orthographiques, mais point un seul non-sens absolu. Rien ne sert d'observer que les meilleurs volumes parmi les nombreux hexagones que j'administre ont pour titre *Tonnerre coiffé*, *La Crampe de plâtre*, et *Axaxax mlö*. Ces propositions, incohérentes à première vue, sont indubitablement susceptibles d'une justification cryptographique ou allégorique ; pareille justification est verbale, et, ex hypothesi, figure d'avance dans la Bibliothèque. Je ne puis combiner une série quelconque de caractères, par exemple

dhcmrlchtdj

que la divine Bibliothèque n'ait déjà prévue, et qui dans quelqu'une de ses langues secrètes ne renferme une signification terrible. Personne ne peut articuler une syllabe qui ne soit pleine de tendresses et de terreurs, qui ne soit quelque part le nom puissant d'un dieu. Parler, c'est tomber dans la tautologie. Cette inutile et proluxe épître que j'écris existe déjà dans l'un des trente volumes des cinq étagères de l'un des innombrables hexagones - et sa réfutation aussi. (Un nombre n de langages possibles se sert du même vocabulaire ; dans tel ou tel lexique, le symbole *Bibliothèque* recevra la définition correcte *système universel et permanent de galeries hexagonales*, mais *Bibliothèque* signifiera *pain* ou *pyramide*, ou toute autre chose, les sept mots de la définition ayant un autre sens.) Toi, qui me lis, es-tu sûr de comprendre ma langue ?

L'écriture méthodique me distrait heureusement de la présente condition des hommes. La certitude que tout est écrit nous annule ou fait de nous des fantômes... Je connais des districts où les jeunes gens se prosternent devant les livres et posent sur leurs pages de barbares baisers, sans être capables d'en déchiffrer une seule lettre. Les épidémies, les discordes hérétiques, les pèlerinages qui dégénèrent inévitablement en brigandage, ont décimé la population. Je crois avoir mentionné les suicides, chaque année plus fréquents. Peut-être suis-je égaré par la vieillesse et la crainte, mais je soupçonne que l'espèce humaine - la seule qui soit - est près de s'éteindre, tandis que la Bibliothèque se perpétuera : éclairée, solitaire, infinie, parfaitement immobile, armée de volumes précieux, inutile, incorruptible, secrète.

Je viens d'écrire *infinie*. Je n'ai pas intercalé cet adjectif par entraînement rhétorique ; je dis qu'il n'est pas illogique de penser que le monde est infini. Le juger limité, c'est postuler qu'en quelque endroit reculé les couloirs, les escaliers, les hexagones peuvent disparaître - ce qui est inconcevable et absurde. L'imaginer sans limites, c'est oublier que n'est point sans limites le nombre de livres possibles. Antique problème où j'inscrite cette solution : *la Bibliothèque est illimitée et périodique*. S'il y avait un voyageur éternel pour la traverser dans un sens quelconque, les siècles finiraient par lui apprendre que les mêmes volumes se répètent toujours dans le même désordre - qui répété, deviendrait un ordre : l'Ordre. Ma solitude se console à cet élégant espoir.

1941, Mar del Plata.

Traduction Ibarra

extrait de *Fictions* de **Jorge Luis Borges**
Gallimard, collection Folio n°614.

¹. Le manuscrit original du présent manuscrit ne contient ni chiffres ni majuscules. La ponctuation a été limitée à la virgule et au point. Ces deux signes, l'espace et les vingt-deux lettres de l'alphabet sont vingt-cinq symboles suffisants énumérés par l'inconnu. (Note de l'éditeur)

². Anciennement, il y avait un homme tous les trois hexagones. Le suicide et les maladies pulmonaires ont détruit cette proportion. Souvenir d'une indicible mélancolie : il m'est arrivé de voyager des nuits et des nuits à travers couloirs et escaliers polis sans rencontrer un seul bibliothécaire.

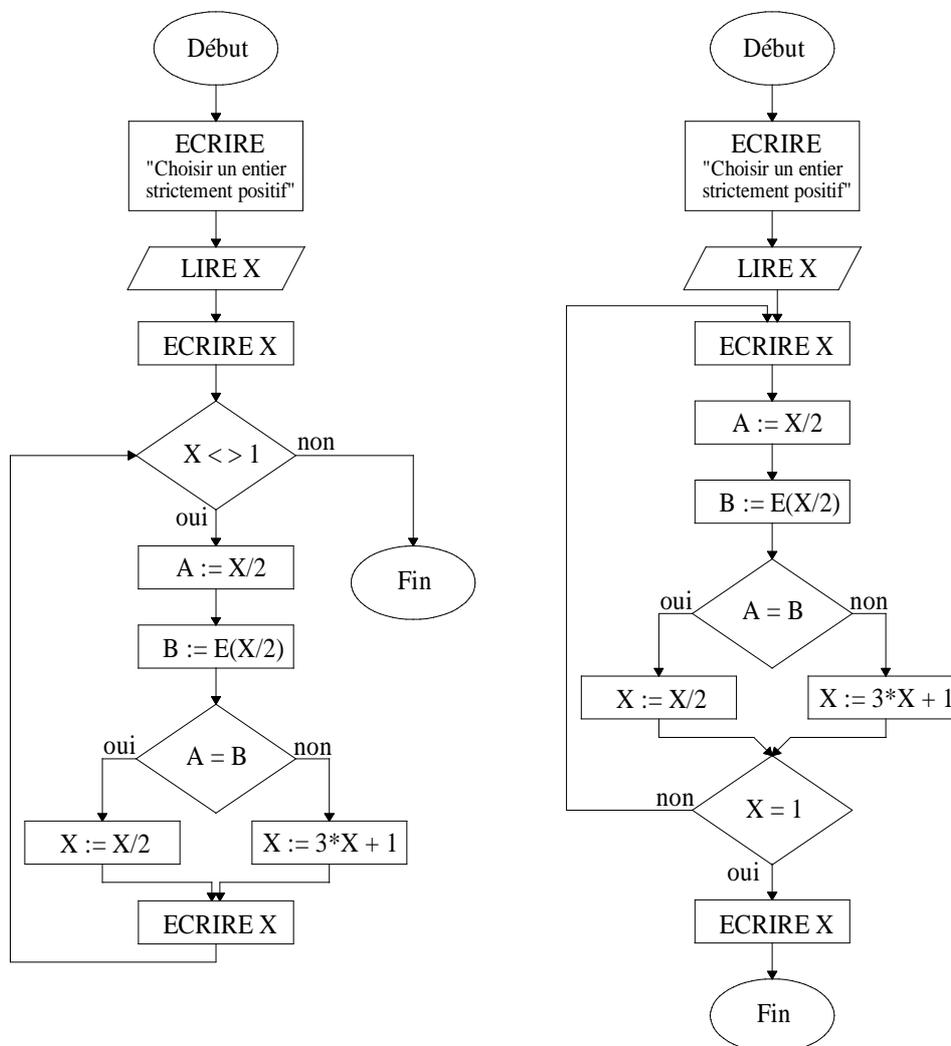
VI – Lire un algorithme

22. Conjecture de Syracuse

Variations sur « TANT QUE ... FAIRE » et « RÉPÉTER ... JUSQU'À ».

```
DÉBUT
ÉCRIRE "Choisir un entier strictement positif"
LIRE X
ÉCRIRE X
TANT QUE X <> 1
FAIRE
  A := X/2
  B := E(X/2)
  SI A = B
    ALORS X := X/2
    SINON X := 3*X + 1
  FIN SI
  ÉCRIRE X
FIN TANT QUE
FIN
```

```
DÉBUT
ÉCRIRE "Choisir un entier strictement positif"
LIRE X
RÉPÉTER
  ÉCRIRE X
  A := X/2
  B := E(X/2)
  SI A = B
    ALORS X := X/2
    SINON X := 3*X + 1
  FIN SI
FIN DE RÉPÉTER
JUSQU'À X = 1
ÉCRIRE X
FIN
```



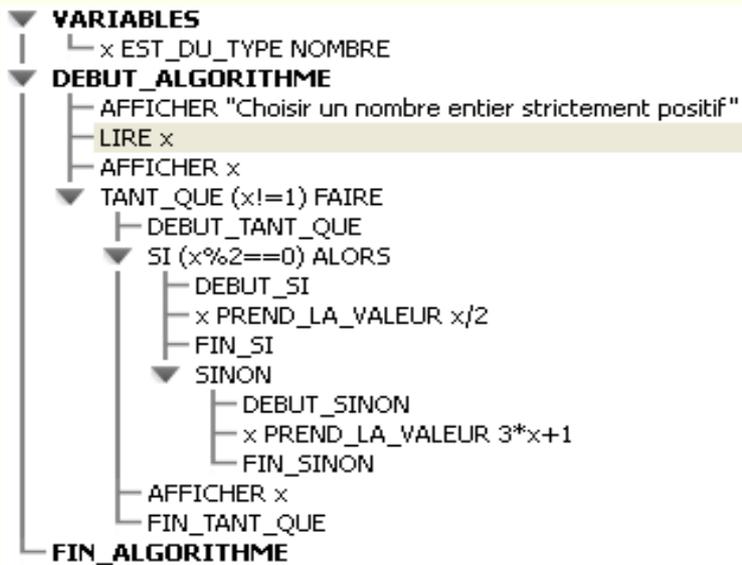
Cet algorithme semble se terminer après un nombre fini d'opérations. C'est la conjecture de Syracuse ou conjecture de Collatz ou conjecture d'Ulam ou conjecture tchèque.

En dépit de la simplicité de son énoncé, cette conjecture n'a pas encore été démontrée.

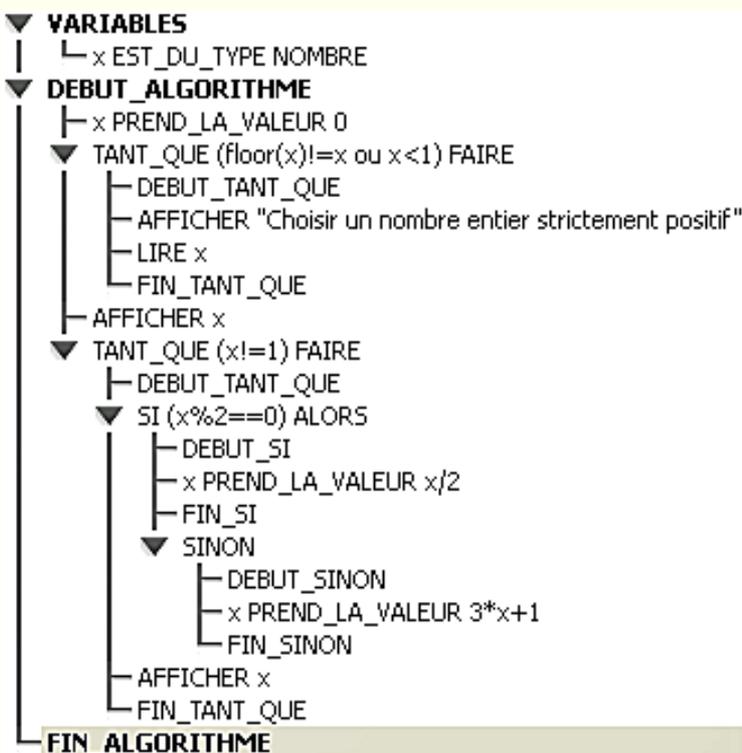
Paul Erdős, mathématicien hongrois, dit à son propos que « les mathématiques ne sont pas encore prêtes pour de tels problèmes » !

Avec AlgoBox :

Plus court en utilisant le reste de la division euclidienne ($x\%y$ donne le reste de la division euclidienne de x par y).

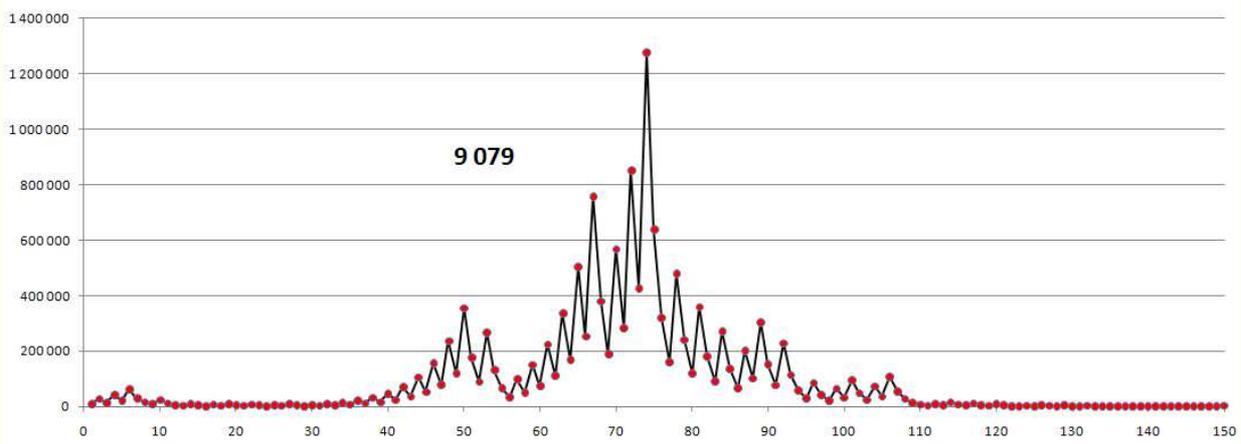
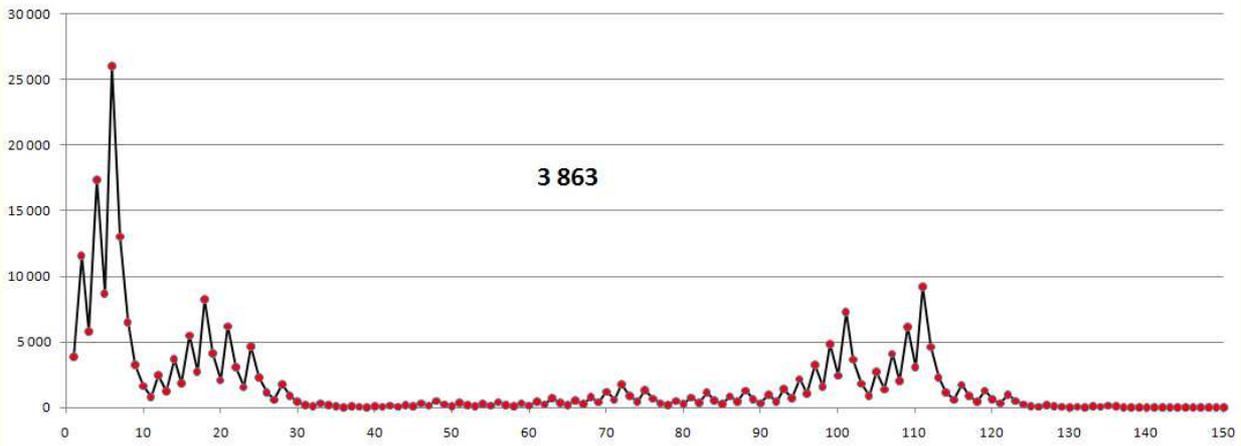


Plus sûr en testant l'entrée.



Sur ce type d'algorithme (Syracuse, Prabhakar, ...) l'emploi d'un tableur est particulièrement intéressant. Ci-dessous un exemple à l'aide d'Excel 2007.

- Conjecture de Syracuse (Essai).xlsx (peut être utilisé avec Excel 2003) ;
- Conjecture de Syracuse (Calculs).xlsx (seulement avec Excel 2007) ;
- Conjecture de Syracuse (Table).xlsx (seulement avec Excel 2007).



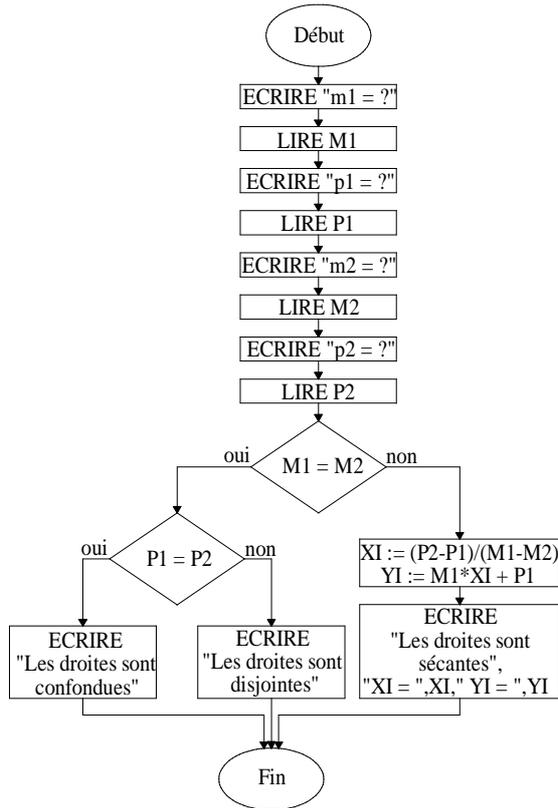
Deux extraits d'une table réalisée avec *Excel 2007* donnant le nombre d'itérations nécessaires pour atteindre 1, pour tous les nombres de 1 à 1 000 000 (1000 colonnes, 1000 lignes). Cela représente plus de 100 000 000 de calculs de cellules réalisés de manière automatique en 3 ou 4 heures par un ordinateur "ordinaire" (Core 2 6300 à 2×1,87 GHz avec 2 Go de RAM sous XP).

Tous les traitements statistiques sont possibles par la suite.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB	AC	AD	AE	AF	AG	AH	AI	
1			Conjecture de Syracuse : nombre d'étapes pour les nombres de 1 à 1 000 000.																																	
2			Milliers																																	
3			0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	
4	Unités	0	112	113	49	114	29	50	32	115	48	30	43	51	139	33	178	116	129	49	168	31	31	44	57	52	127	140	140	34	73	179	55	117		
5		1	143	51	41	44	65	50	32	53	141	180	69	144	126	33	165	147	204	142	54	168	150	44	57	145	52	127	215	153	122	166	179	148		
6		2	112	144	49	52	29	42	32	45	48	66	43	51	139	33	178	54	129	142	168	181	31	70	57	145	127	127	140	34	73	166	55	148		
7		3	8	42	144	41	52	179	42	151	45	79	66	74	51	126	33	90	54	85	142	155	181	132	70	176	145	88	127	91	34	73	166	161	148	
8		4	3	68	113	142	145	29	50	32	53	40	30	175	43	139	33	64	46	85	49	168	67	31	44	57	52	114	140	140	34	73	179	179	55	
9		5	6	68	113	142	145	29	50	32	53	40	30	175	43	139	33	64	46	85	49	168	67	31	44	57	52	114	140	140	34	73	179	179	55	
10		6	9	68	43	142	145	65	42	89	53	40	180	175	43	64	152	64	46	85	80	155	67	132	75	238	52	114	127	176	34	166	91	179	55	
11		7	17	94	43	155	44	65	42	89	45	79	180	74	69	64	152	165	85	116	80	155	93	132	75	238	83	158	127	176	184	166	91	135	184	
12		8	4	112	69	111	114	135	143	58	146	48	30	38	51	46	33	28	54	80	41	80	31	31	176	57	44	158	140	47	34	21	65	55	47	
13		9	20	112	25	41	158	91	94	182	45	40	167	193	82	139	152	116	72	129	80	124	168	31	75	176	83	158	127	78	135	73	104	55	86	
14		10	7	63	69	41	114	91	143	58	146	40	30	193	51	139	33	178	54	85	41	124	31	150	176	57	44	158	140	78	34	135	65	148	47	
15		11	15	63	43	41	109	91	42	58	53	40	211	193	43	139	152	178	46	85	67	124	101	150	75	57	83	158	65	78	135	91	148	86		
16		12	10	112	69	23	44	135	143	58	146	48	66	131	43	46	90	165	54	80	41	54	181	31	176	132	44	158	65	78	153	21	65	148	47	
17		13	10	112	69	23	44	135	143	58	146	48	66	131	43	46	90	165	54	80	41	54	181	31	176	132	44	158	65	78	153	21	65	148	47	
18		14	18	37	95	23	44	42	156	58	45	92	66	131	43	51	90	165	46	80	80	54	181	150	75	132	70	114	65	78	153	73	166	148	86	
19		15	18	37	95	23	44	42	156	182	45	92	66	69	95	51	59	103	46	80	80	62	67	150	75	70	70	114	158	78	135	73	166	179	86	
20		16	5	50	113	67	70	135	112	58	115	141	136	162	144	77	59	28	147	80	49	54	31	31	39	57	52	158	47	39	34	60	29	55	55	
21		17	13	156	69	41	26	42	187	195	146	40	92	162	51	139	33	209	46	129	41	199	168	150	101	70	44	158	127	65	34	184	179	179	47	
22		18	21	50	113	67	26	135	42	58	159	141	92	162	95	77	183	28	46	80	41	54	168	31	194	57	83	158	140	39	153	60	117	55	73	
23		19	21	63	113	67	26	65	42	45	159	40	92	144	95	170	183	134	46	160	41	54	168	119	194	70	83	158	140	65	153	73	117	148	73	
24		20	8	50	64	67	70	91	42	45	115	141	92	162	144	77	59	64	147	204	41	54	31	88	194	57	52	114	140	39	34	60	179	55	55	
25		21	8	50	64	67	70	91	42	45	115	141	92	162	144	77	59	64	147	204	41	54	31	88	194	57	52	114	140	39	34	60	179	55	55	
988		984	60	113	23	52	135	50	151	53	48	43	131	51	139	121	90	54	36	49	80	181	106	44	176	52	65	47	47	122	122	179	55	55	99	
989		985	24	51	142	52	117	94	107	53	185	92	162	82	51	59	64	54	111	80	54	93	57	163	145	52	65	52	78	91	179	91	179	55	68	
990		986	50	95	23	52	135	50	151	53	48	167	131	82	139	108	90	85	36	80	80	75	106	132	176	52	65	140	47	91	122	65	55	192	99	
991		987	37	95	49	52	166	50	151	53	92	167	100	82	201	108	165	85	111	80	155	75	88	132	31	52	96	140	140	91	122	65	55	148	192	99
992		988	50	25	49	52	135	50	151	53	79	92	69	51	51	108	90	54	36	49	155	181	88	101	176	52	189	127	184	122	122	65	55	55	99	
993		989	50	25	49	52	135	50	151	53	79	92	69	51	51	108	90	54	36	49	155	181	88	101	176	52	189	127	184	122	122	65	55	55	99	
994		990	99	25	49	52	73	50	58	84	79	92	69	82	51	108	72	54	85	49	155	67	88	101	88	189	189	127	184	122	184	65	117	55	148	
995		991	99	51	49	52	73	94	58	84	141	167	100	82	170	90	72	54	85	142	93	67	88	101	88	189	88	140	78	122	184	166	117	55	148	
996		992	112	51	49	52	42	50	120	53	48	180	43	51	46	121	178	54	129	49	80	181	119	44	57	52	127	140	47	135	21	179	55	192	42	
997		993	94	51	49	52	166	81	107	84	79	74	131	51	139	90	64	191	85	186	54	67	119	150	176	52	52	127	47	153	73	65	55	192	148	
998		994	24	51	49	52	91	50	107	53	48	180	100	51	126	121	64	54	129	49	54	181	150	44	83	52	168	140	184	135	135	179	166	192	130	
999		995	24	51	49	83	91	81	107	53	48	66	100	188	126	121	64	54	129	49	54	67	150	150	83	189	158	127	184	91	135	65	166	99	130	
1000		996	50	51	49	52	179	50	120	53	48	180	43	51	139	134	178	191	129	49	80	93	132	70	57	189	158	140	47	135	73	91	55	192	68	
1001		997	50	51	49	52	179	50	120	53	48	180	43	51	139	134	178	191	129	49	80	93	132	70	57	189	158	140	47	135	73	91	55	192	68	
1002		998	50	51	49	52	179	50	133	190	48	92	69	188	139	134	90	191	129	186	106	93	132	70	145	189	158	52	184	91	73	91	179	99	68	

VII – Exemples de programmes dans différents langages

23. Intersection de deux droites



```

ECRIRE "m1 = ?"
LIRE M1
ECRIRE "p1 = ?"
LIRE P1
ECRIRE "m2 = ?"
LIRE M2
ECRIRE "p2 = ?"
LIRE P2
SI M1 = M2
  ALORS SI P1 = P2
    ALORS ECRIRE "Les droites sont confondues"
  SINON ECRIRE "Les droites sont disjointes"
FIN SI
SINON XI := (P2 - P1)/(M1 - M2)
  YI := M1 * XI + P1
  ECRIRE "Les droites sont sécantes", "XI = ", XI, " YI = ", YI
FIN SI
FIN
  
```

Le fichier Excel "Organigramme – Intersection de deux droites.xls" montre le fonctionnement de cet algorithme à l'aide d'une animation.

Programme pour Casio Graph 35

Syntaxe : **If condition : Then instruction1 : ... Else instruction2 : ... If End : instruction3 : ...**

Programme en deux versions. La seconde plus sophistiquée dans sa présentation.

=====INTERDTE=====

```

"M1 = "?→A ↵
"P1 = "?→B ↵
"M2 = "?→C ↵
"P2 = "?→D ↵
If A=C ↵
Then If B=D ↵
Then "LES DROITES SON
T  CONFONDUES" ↵
Else "LES DROITES SON
T  DISJOINTES" ↵
IfEnd ↵
Else "LES DROITES SON
T  SECANTES" ↵
(D-B)/(A-C)→X ↵
A×X+B→Y ↵
"XI = ":X ↵
"YI = ":Y
  
```

=====INTERDTE=====

```

ClrText ↵
"M1 = "?→A ↵
"P1 = "?→B ↵
"M2 = "?→C ↵
"P2 = "?→D ↵
ClrText ↵
Locate 1,1,"M1 = " ↵
Locate 6,1,A ↵
Locate 1,2,"P1 = " ↵
Locate 6,2,B ↵
Locate 1,3,"M2 = " ↵
Locate 6,3,C ↵
Locate 1,4,"P2 = " ↵
Locate 6,4,D ↵
If A=C ↵
Then If B=D ↵
Then Locate 1,5,"DROITES CONFONDUES" ↵
Else Locate 1,5,"DROITES DISJOINTES" ↵
IfEnd ↵
Else Locate 1,5,"DROITES SECANTES" ↵
(D-B)/(A-C)→X ↵
A×X+B→Y ↵
Locate 1,6,"XI = ":Locate 6,6,X ↵
Locate 1,7,"YI = ":Locate 6,7,Y
  
```

Programme pour TI-82 Stats.fr

```

PROGRAM:INTERDTE      :Disp "LES DROIT      :Disp "LES DROIT
:EffEcr              ES SONT"          ES SONT"
:Input "M1=",A        :Disp "CONFONDUE      :Disp "SECANTES
:Input "P1=",B        S"                    EN I"
:Input "M2=",C        :Else                    : (D-B)/(A-C)→X
:Input "P1=",D        :Disp "LES DROIT      :A*X+B→Y
:EffEcr              ES SONT"          :Disp "XI="
:If A=C               :Disp "DISJOINTE     :Output(3,4,X)
:Then                 S"                :Disp "YI="
:If B=D               :End                    :Output(4,4,Y)
:Then                 :Else                    :End

```

Programme pour AlgoBox



Avec Excel sans VBA

	B	C	D	E	F	G	H	I
2	Intersection de deux droites							
3	$m_1 = -4$			Les deux droites sont sécantes au point I de coordonnées :				
4	$p_1 = 2$			$x = -1$		$y = 6$		
5	$m_2 = 5$							
6	$p_2 = 11$							

Contenus des cellules

E3 : =SI(C3=C5;"";SI(C4=C6;"Les deux droites sont confondues";"Les deux droites sont disjointes");"Les deux droites sont sécantes au point I de coordonnées :")

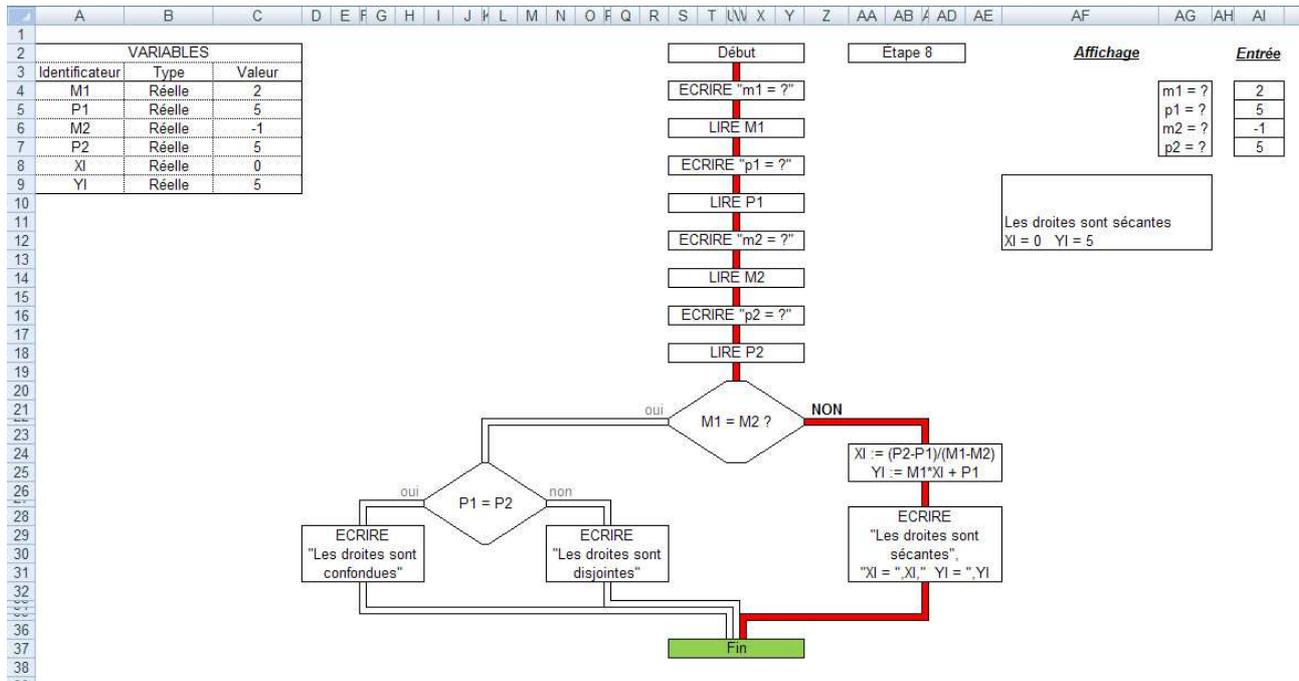
E4 : =SI(C3=C5;"";"x = ")

F4 : =SI(C3=C5;"";(C6-C4)/(C3-C5))

G4 : =SI(C3=C5;"";"y = ")

H4 : =SI(C3=C5;"";C3*F4+C4)

Le fichier Excel "Organigramme – Intersection de deux droites.xls" montre le fonctionnement de cet algorithme à l'aide d'une animation.



VIII – En guise de premier algorithme avec AlgoBox

24. Image d'un réel par une fonction, tableau de valeurs, tracé

Calculer l'image d'un nombre réel par une fonction, faire un tableau de valeurs, tracer la courbe représentative.

Fonction1

Algorithme élémentaire pour le calcul de l'image d'un réel par la fonction définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = x^2 - 2x + 1.$$



Fonction 2

Même algorithme que *Fonction 1* mais en utilisant le module fonction d'AlgoBox.

The screenshot shows the AlgoBox interface with three tabs: "Opérations standards", "Utiliser une fonction numérique", and "Dessiner dans un repère". The "Utiliser une fonction numérique" tab is active, and the checkbox "Utiliser une fonction" is checked. Below this, the "Définir la fonction" section contains a text box with the function definition: $F1(x) = \text{pow}(x, 2) - 2 * x + 1$. Below the text box is a flowchart with the following steps:

- VARIABLES**
 - x EST_DU_TYPE NOMBRE
 - y EST_DU_TYPE NOMBRE
- DEBUT_ALGORITHME**
 - AFFICHER "Valeur de x ?"
 - LIRE x
 - y PREND_LA_VALEUR F1(x)
 - AFFICHER "f(x) = "
 - AFFICHER y
- FIN_ALGORITHME**

Fonction 3

Même algorithme que *Fonction 2* mais avec un affichage plus sophistiqué (Utilisation de la variable "texte" de type "CHAINE").

- VARIABLES**
 - x EST_DU_TYPE NOMBRE
 - y EST_DU_TYPE NOMBRE
 - texte EST_DU_TYPE CHAINE
- DEBUT_ALGORITHME**
 - AFFICHER "Valeur de x ?"
 - LIRE x
 - y PREND_LA_VALEUR F1(x)
 - texte PREND_LA_VALEUR "f("+x+") = "+y
 - AFFICHER texte
- FIN_ALGORITHME**

Fonction 4

Détermine une série d'images. Utilise la boucle POUR...DE...A.

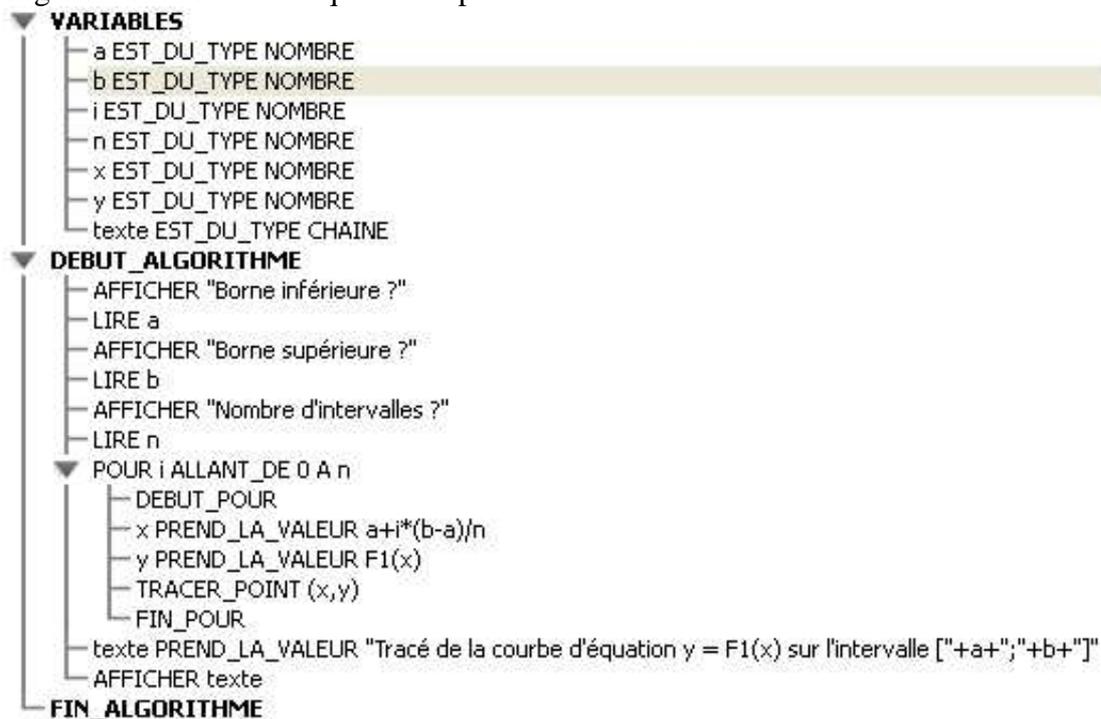
- VARIABLES**
 - x EST_DU_TYPE NOMBRE
 - y EST_DU_TYPE NOMBRE
 - i EST_DU_TYPE NOMBRE
 - n EST_DU_TYPE NOMBRE
 - p EST_DU_TYPE NOMBRE
 - texte EST_DU_TYPE CHAINE
- DEBUT_ALGORITHME**
 - AFFICHER "Première valeur ?"
 - LIRE x
 - AFFICHER "Nombre de valeur ?"
 - LIRE n
 - AFFICHER "Pas ?"
 - LIRE p
 - POUR i ALLANT_DE 1 A n**
 - DEBUT_POUR
 - y PREND_LA_VALEUR F1(x)
 - texte PREND_LA_VALEUR "x = "+x+" y = "+y
 - AFFICHER texte
 - x PREND_LA_VALEUR x+p
 - FIN_POUR
- FIN_ALGORITHME**

RÉSULTAT :

```
x = -3   y = 16
x = -2   y = 9
x = -1   y = 4
x = 0    y = 1
x = 1    y = 0
x = 2    y = 1
x = 3    y = 4
x = 4    y = 9
```

Fonction 5

Dessine la représentation graphique d'une fonction à l'aide d'une série de points. Utilise les onglets "fonction numérique" et "repère".



Opérations standards Utiliser une fonction numérique Dessiner dans un repère

Utiliser une fonction

Définir la fonction

F1(x)=

Opérations standards Utiliser une fonction numérique Dessiner dans un repère

Utiliser un repère

Définir le repère

Xmin : Xmax :

Ymin : Ymax :

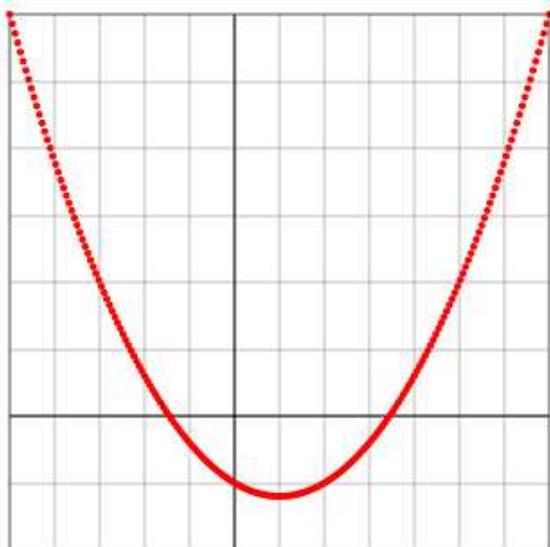
Graduations X : Graduations Y :

Ajouter code

Tracé à l'aide de 200 points (on peut en définir 200 000 !).

RÉSULTAT :

```
***Algorithme lancé***  
Borne inférieure ?  
Borne supérieure ?  
Nombre d'intervalles ?  
Tracé de la courbe d'équation  $y = F1(x)$  sur l'intervalle  $[-5;7]$   
  
***Algorithme terminé***
```



Xmin: -5 ; Xmax: 7 ; Ymin: -10 ; Ymax: 30 ; GradX: 1 ; GradY: 5

Annexes

Fichier Word 1997-2003 + MathType 6 :

Exemples d'algorithmes pour la Seconde.doc (*ce fichier*)

Fichier Excel 1997-2003

Aiguilles de Buffon.xls
Algorithme de Kaprekat.xls
Algorithme de Prabhakar.xls
Ecriture décimale périodique illimitée.xls
Organigramme – Approximation par dichotomie.xls
Organigramme – Intersection de deux droites.xls

Fichier Excel 2007

Algorithme de tri.xlsx
Conjecture de Syracuse (Essai).xlsx
Conjecture de Syracuse (Calculs).xlsx
Conjecture de Syracuse (Table).xlsx

Fichier AlgoBox 0.4 (logiciel libre) (<http://www.xmlmath.net/algobox/>)

01-Alea1.alg	11-MinMax1.alg
01-Alea2.alg	12-Monte-Carlo1.alg
01-Alea3.alg	15-Triparinsertion1.alg
01-Alea4.alg	14-Triparselection1.alg
02-Combin1.alg	16-Tripardénombrément1.alg
03-Loto1.alg	17-Babylone1.alg
04-Permutation1.alg	19-MartinGardner1.alg
05-Dés1.alg	20-JulesCesar1.alg
05-Dés2.alg	21-BibliothèquedeBabel1.alg
06-Division1.alg	22-Syracuse1.alg
06-Division2.alg	22-Syracuse2.alg
07-Dichotomie1.alg	23-InterDroites1.alg
07-Dichotomie2.alg	24-Fonction1.alg
08-Deuxpoints1.alg	24-Fonction2.alg
08-Deuxpoints2.alg	24-Fonction3.alg
09-Troispoints1.alg	24-Fonction4.alg
09-Troispoints2.alg	24-Fonction5.alg

Fichier AutoSketch 2.1

Organigr.skd

