I
Des évolutions dans l'épreuve de mathématiques du Baccalauréat STG ?

1°) Quelques évolutions actées par la nouvelle définition des épreuves

a) Il n'y a plus de formulaire.

Toutefois les concepteurs peuvent inclure quelques formules dans le corps du sujet ou dans une annexe, en fonction de la nature des questions.

b) Des parties du sujets peuvent faire référence à une utilisation d'un tableur ou des traitements de données statistiques.

c) Certains exercices peuvent faire référence à d'autres disciplines et notamment l'économie et gestion

Dans cette banque rares sont les exercices qui n'ont pas un support économique mais cela ne veut pas dire qu'il n'y aura pas aussi le jour du BAC des exercices très classiques.
Les exercices de cette banque ont plutôt été choisis pour leur aspect novateur.
Toutefois les connaissances, spécifiques aux autres disciplines, requises pour traiter ces exercices seront fournies dans l'énoncé.

d) Des QCM à choix multiples peuvent être proposés.

Exemples : exo 1 ; exo 4 ; exo 7 ; exo 14 ; exo 24 et exo 25
Dans tous les QCM de la banque, pour chaque question, sont proposées plusieurs choix de réponses et il est annoncé qu'un seul choix est correct.
<u>Mais il faudra habituer les élèves à lire très attentivement les précisions données en début de QCM</u> parce qu'il n'est pas impossible que, comme dans d'autres séries, d'autres choix puissent être faits.
Par exemple on pourrait n'avoir aucune indication sur le nombre de réponses correctes

En revanche contrairement à tous les exemples donnés dans cette banque <u>les modalités de notation d'un QCM seront indiquées sur le sujet.</u>
<u>Autrement dit le barème d'un QCM sera imposé au niveau national.</u>

2°) Quelles innovations les exercices de la banque permettent-ils d'identifier ?

Analyse de l'exo 1, l'exo 3 ; l'exo 7 ; l'exo 9 ; l'exo 20 ; l'exo 21 (contre-exemple !) ; l'exo 24 et l'exo 25

Exercices qui portent sur des contenus nouveaux :

Exercice 1 : évolutions successives en % ; taux d'évolution moyen ;
Exercice 7 : évolution en % supérieure à 100%, successions d'évolutions, taux d'évolution réciproques.
Exercice 9 : Etude d'un emprunt à intérêts composés à taux fixe et dont le remboursement s'effectue à annuité constante.

Exercices qui donnent des visions renouvelées de notions classiques :

Par exemple autour de la notion de fonction

- ***Il n'y a pas lieu de soulever de difficultés à propos de l'ensemble de définition***.

Dans tous les exercices de la banque l'ensemble de définition est donné.

Cela n'empêche pas de poser aux élèves des questions du genre :

peut-on toujours calculer $\frac{1}{x-5}$ *?*
Y a –t-il des valeurs de la variable qui n'ont pas d'image par la fonction ?

Au collège les professeurs évitent de dire que dire que « diviser par 0 est interdit » ou de parler de « valeurs interdites ». Ils conduisent leurs élèves à expliquer par exemple que :
Si cela avait un sens d'écrire $\frac{3}{0}$ *cela reviendrait à considérer « le » nombre qui multiplié par* 0 *donne* 3. *Se demander si* ***on peut on non*** *écrire* $\frac{3}{0}$ *revient donc à se demander s'il existe un nombre N dont le produit par 0 est égal à 3.*
*Peut-on trouver un nombre N tel que N*0=3 ?*

En posant ce genre de question on conduit les élèves à exercer leur esprit critique.

- **les lectures graphiques** : Exercice 3 ; Exercice 20, Exercice 21

Programme de Première : page 9
Le sens de variation est conjecturé sur la courbe et démontré dans des cas simples

Le document d'accompagnement insiste sur le fait que ***ce qui est vu sur une courbe ne permet que des conjectures et ne suffit pas à affirmer des propriétés de la fonction***. (Projet de document page 27)
Une pratique sommaire est condamnée : Placer quelques points, les joindre pour obtenir une courbe et en déduire le tableau de variation de la fonction ! (Projet de document page 28)

Elément d'analyse de l'exercice 3 :
On peut (il faut) interroger l'intérêt de joindre les points du nuage. La variable ne prend qu'un nombre fini de valeurs.
Ce n'est pas le graphique qui permet de répondre aux questions mais le tableau !
Le nuage de points n'est utile que pour <u>localiser vite</u> les prix sur lesquels aller voir de plus près s'impose . Mais <u>on pourrait s'en passer</u>.
Ensuite étudier tous les cas possibles (on est dans le discret) s'impose.

Exercice qui teste bien une compétence clef : En tête du programme Point n°1 :
***Objectifs prioritaires visés** : entraîner les élèves à la lecture active de l'information…. en particulier changements de registres (graphique, numérique)*

Elément d'analyse de l'exercice 21 :
La question 2 est-elle en désaccord avec ce que le document d'accompagnement préconise ?
« Déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation f(x)=3 »
Non parce que l'on dispose de la courbe et d'informations sur la fonction. On a donc le tableau des variations de la fonction.

Programme de Première STG page 9 :
Utiliser le tableau de variation pour déduire l'existence et l'unicité de la solution de l'équation f(x)=k

Elément d'analyse de l'exercice 20 :
La partie A de l'exercice contredit-elle ce que l'on vient de dire ?
On ne fait cette fois ci que des lectures graphiques et on en dispose pour la fonction f que d'un tracé de la courbe.
OUI MAIS la situation proposée est une **situation concrète** et les **questions ne sont pas posées sur le modèle** (la fonction) mais sur les quantités qui varient (**monde réel**)

Les questions suivantes sont-elles de même nature et peut-on y répondre ?

Dans le contexte de l'exercice 20
1. Quel est le coût de fabrication pour une production journalière de 40 litres ?
2. Déterminer f(40)
3. Quelle production journalière correspond à un coût de fabrication de 525€ ?
4. Résoudre l'équation f(x)=525
5. Quelles sont les variations de f ?

Programme de première STG page 8
*A travers la résolution de problème il s'agit de marquer les différentes phases d'une activité mathématique : **modélisation** ; traitement , contrôle et interprétations des résultats.*

Les questions 1 et 3 sont posées sur la situation concrète. On est dans le monde réel. Il est légitime d'exploiter ce dessin pour obtenir des informations sur les quantités qui varient.
En revanche les questions 2 et 4 sont posées sur le modèle sous jacent à cette situation : la fonction f qui modélise l'évolution du coût. Graphiquement on ne peut faire que des conjectures.
Quant à la question 5 ce n'est pas le graphique qui permet d'affirmer que la fonction f est croissante mais le contexte : Document d'accompagnement page 27 : les élèves doivent comprendre qu'une fonction coût total est nécessairement croissante.

Quand on travaille dans le monde réel (ce que l'on fait en collège quand on travaille sur un dessin) il est légitime d'utiliser les outils de la géométrie
En revanche cela ne permet pas de donner des propriétés de la figure géométrique

1. *Un élève dessine un triangle ABC rectangle en A et tel que AB=3cm, AC=4cm. Il mesure AC et affirme AC=5,1cm. A-t-il tort ou raison ?*
2. *ABC est un triangle rectangle en A tel que AB=3 et AC=4. Quelle est la longueur de AC ?Un élève dessine le triangle, mesure la longueur du côté AC et affirme AC=5,1. A-t-il tort ou raison ?*

Contre-exemple exercice N°22
Question : donner le nombre de solutions de l'équation f(x)=x.
C'est une question posée sur le modèle, le graphique ne suffit pas et l'information donnée sur f ne suffit pas non plus !.
$x \longrightarrow f(x) - x$ est la somme de deux fonctions strictement décroissantes sur [-2; -0,5]. Elle donc strictement décroissante . Or l'image de –0,5 est égale à –0,2 et l'image de -2 est positive. On peut prouver en raisonnant finement que l'équation f(x)=x a une unique solution sur [-2 ; -0,5].
Mais sur [-0,5 ; 0,9] on ne sait pas quelles sont les variations de cette fonction.

- **Autour des valeurs approchées ou arrondies. Exercices 11 ; 16 et 27**

Dans certains exercices aucune indication n'est donnée sur la précision avec laquelle les résultats sont attendus.
Cela veut-il dire qu'un travail est à faire faire aux élèves à ce niveau là ?

Exercices dont la nouveauté réside plutôt dans la forme
…. et en conséquences dans les compétences qu'ils peuvent éventuellement mettre en jeu !

QCM : Exercice 1 ; Exercice 7 ; Exercice 24 ; Exercice 25

<u>Eléments d'analyse de l'exercice 7 :</u>

On peut traiter toutes les questions de cet exercice en appliquant pour chacun d'elles le savoir-faire automatisé adapté :
Mais on peut aussi voir ce QCM comme proposant 4 questions pour lesquelles on peut mettre en œuvre 4 stratégies totalement différentes.
1°) <u>Méthode classique</u> : :
pour prendre 35% de 45 000 000 on effectue la multiplication de 45 000 000 par 0,35.

Mais aussi : Possibilité de se faire VITE , et SANS poser un calcul, une IDEE. C'est ce qui sera utile concrètement dans la vie : en gros 35% de quelque chose cela fait quoi ?
35% de quelque chose c'est moins de la moitié. Or deux réponses proposent la moitié ou plus ! On peut éliminer deux réponses sur les quatre.
35% ce n'est pas très différent de 33% soit le tiers . Or le tiers de 45 c'est 15. Donc 13 500 000 ne convient pas non plus. Il ne reste que 16 000 000.

C'est bien l'esprit dans lequel a été posé la question puisqu'on ne demande pas la réponse exacte mais une approximation.

2°)
Méthode classique :
Augmenter quelque chose de 150% revient à multiplier ce quelque chose par 1+150/100 soit 2,5
Ou encore 150%=1,5 donc augmenter quelque chose de 150% revient à multiplier ce quelque chose par 1+1,5

Mais aussi : un AUTOMATISME commode
une augmentation de 100% revient à multiplier par 2 !
Diviser par 2 revient à faire une diminution de 50%

Une augmentation de 150% ne peut donc revenir à multiplier ni par 1,5 ; ni par 1,15 ; ni par 0,85.
Travail par CN

3°) AUTOMATISME : Taux d'évolution réciproques l'un de l'autre +25% et –20%

$$\xrightarrow{\times 1{,}25} \quad \text{ou encore} \quad \xrightarrow{\times \frac{5}{4}}$$

$$\xleftarrow{\times 0{,}8} \qquad\qquad \xleftarrow{\times \frac{4}{5}}$$

4°) Cela diminue beaucoup plus que cela n'augmente donc globalement cela diminue.
CN on élimine les taux positifs.
On repère de suite le faux ami t+t' !

Eléments d'analyse de l'exercice 24 :

On pose des questions sur une fonction mais on n'a, ni l'expression f(x) ni une représentation graphique de f.
On ne dispose que du tableau de variations.

1°) deux stratégies possibles :

- on voit de suite que f est négative sur [-5 ; 20] . Inutile de regarder les autres possibilités puisqu'on sait qu'il n'y a qu'une seule bonne réponse.
- On exhibe pour les deux premières propositions un contre-exemple.

2°) équation f(x) = 2 ; sens de la flèche dans un tableau de variation (stricte monotonie + continuité)

3°) Comparer f(0) et f(8) et la réponse est : « **on ne peut pas répondre** ! »

4°)Choisir entre plusieurs équations de droite celle qui est une équation de la tangente.
Savoir par cœur la formule y= f ’(20) (x-20)+f(20) est totalement inopérant puisqu’on ne dispose pas de la valeur de f ’(20) !

3°) Quelles évolutions dans la formation à donner pour aider les élèves à réussir des exercices « moins classiques » ?

Il semblerait que, comme dans d’autres séries, on attende moins systématiquement la restitution d’un savoir-faire automatisé.

- **Habituer les élèves à déceler rapidement les réponses qui ne peuvent pas être justes. Ce qui est une bonne manière de former à l’analyse critique (objectifs de formation mathématique visés par le programme).**

- **Construire chez les élèves de bons automatismes mais les habituer aussi à ne pas chercher à disposer de LA méthode qui marche à coup sûr !**

Par exemple parce que :

**** Les méthodes classiques peuvent se révéler inopérantes :***
Dans l’exo 24, 4°) Savoir par cœur la formule y= f ’(20) (x-20)+f(20) est totalement inopérant puisqu’on n’a pas la valeur de f ’(20) !
Dans l’exo 21 l’algorithme « je calcule f ’(x) je résous l’équation f ’(x) =0 je fais un tableau de signes et j’en déduis les variations de f » est mis à mal.

**** On peut répondre plus vite à certaines questions sans résoudre le problème. Exemple exo 7***

**** Il peut y avoir pour une même question plusieurs méthodes toutes aussi efficaces***

- **Habituer les élèves au fait qu’il peut y avoir des questions auxquelles on ne peut pas répondre.**

Par exemple question 3°) exo 24

- **Habituer les élèves à prendre des initiatives**

Exemples :

**** Dans l’exo 23 la démarche pour étudier le sens de variation de la fonction n’est pas imposée et calculer la fonction dérivée (avec l’erreur possible de l’oubli du 0,5) n’est pas plus simple que de faire référence à l’effet sur l’ordre des fonctions de référence.***

- ***Dans la partie B de l’exo 20, aucune indication de méthode n’est donnée pour déterminer le bénéfice maximal.***

Analyse et évaluation de quelques solutions d'élèves ?

4 points sont affectés à cette partie B.

Solution n°1
B(x) = CA – Coût
B(x) =7,5x –(0,0625 x² +1,25x+100)
J'ai utilisé la fonction TABLE de ma calculatrice et j'ai constaté que B augmente puis diminue.
Cela change autour de 50.

x	B(x)
48	56
49	56,188
50	56,25
51	56,188

x	B(x)
48	56
48,5	56,109
49	56,188
49,5	56,234
50	56,25
50,5	56,234
51	56,188

J'ai modifié Tableset

x	B(x)
49,5	56,234
49,6	56,24
49,7	56,244
49,8	56,248
49,9	56,249
50	56,25
50,1	56,249
50,2	56,248
50,3	56,244

Le bénéfice maximal que l'entreprise peut réaliser est 56,25€.

Solution n°2
B(x) = CA – Coût
B(x) =7,5x –(0,0625 x² +1,25x+100)
B(x) = 6,25x – 0,0625 x² -100

B'(x) = 6,25 - 0,125 x

x		**50**	
B'(x)	+		-
B	↗	**56,25**	↘

Bénéfice maximal 56,25€

Solution n°3
B(x) = g(x)- f(x)
B(x) =7,5x –(0,0625 x² +1,25x+100)
Je ne sais pas démontrer que B(x) = 56,25 - 0,0625(x – 50)². Je l'admets

B(x) c'est donc 56,25 moins un carré donc c'est toujours plus petit que 56,25.
Le plus grand bénéfice c'est 56,25.

Solution n°4
B(x) = CA – Coût
B(x) =7,5x –(0,0625 x² +1,25x+100)
B(x) = 8,75 x - 0,0625 x² +100

56,25 – 0,0625 (x –50)² = 56,25 –0,0625 x² - 50²
=56,25 – 0,00625x² +100

Solution n°5
Le bénéfice c'est 56,25 – 0,0625 (x-50)².
Pour 50 cela fait 56,25.

II
Utilisation de l'outil informatique

Document N°1 ou PPT

Question N°1 : Quelles sont les capacités attendues des élèves au niveau du tableur ?

Que disent les programmes ?
En première , rubrique Feuilles automatisées de calcul , la capacité attendue est :
Dans le cadre d'une résolution de problème éditer une formule élémentaire, utiliser un adressage absolu ou relatif et mettre en œuvre quelques fonctions élémentaires.

Illustration grâce à la banque d'exercices : Analyse des exercices 3 ; 5 ; 9 ; 13 et 28

- Etre capable d'automatiser l'obtention dans une plage de cellules de nombres en progression arithmétique

Par exemple : dans l'exercice 28

dans A3 on saisit la formule «=A2 + 0,5 » et on la recopie dans la plage de cellules
ou
on écrit –2 dans A2, -1,5 dans A3
on sélectionne A2 et A3 (la raison de la suite arithmétique est ainsi enregistrée)
on prend la poignée de recopie et on tire la formule dans la plage de cellule.

- Etre capable d'automatiser un calcul en exploitant l'adressage relatif

Par exemple : dans les exercices 3 , 5 ou 9

Exercice 5 : dans C3 on saisit la formule « $=\dfrac{B3-B2}{B2}$ ».
Les modalités académiques de correction retenues pour le BAC proposeront peut-être d'accepter des réponses du type « $\dfrac{B3-B2}{B2}$ » ou «C3= $\dfrac{B3-B2}{B2}$ » afin de tenir compte du fait que les élèves ne peuvent pas tester concrètement leur formule mais la réponse «$=\dfrac{B3-B2}{B2}\times 100$ » est en contradiction avec la définition du taux d'évolution donnée par le programme.

<u>Au BAC on acceptera des formules différentes parce qu'il y a des tableurs différents.</u> Tableur de référence OPEN OFFICE logiciel libre

- Etre capable d'automatiser un calcul en exploitant à la fois adressage absolu et adressage relatif.

Par exemple dans les exercices 10 et 13

Exercice 10 : dans C3 on écrit la formule « = (C2 :\$B2)×100 » ou la formule « =(C\$2 :\$B\$2)×100 »
Exercice 13 : dans B4 on écrit la formule « =\$A4×200 + B\$3×280 » ou encore la formule « =\$A4×\$B\$1 + B\$3×\$F\$1 »

Remarque :
Il n'y a pas dans cette banque d'exercice nécessitant la mise en œuvre d'un test logique, l'utilisation des fonctions logiques ET ou OU, d'un SOLVEUR.
Même les commentaires du programme précisent bien que *« l'objectif n'est pas d'étudier un tableur mais d'utiliser des feuilles de calcul pour résoudre des problèmes »*. Toutefois utiliser ces fonctions en situation d'apprentissage peut permettre de construire chez les élèves des capacités en logique précieuses.
La maîtrise de ces fonctions n'est pas un attendu des programmes.
Dans d'autres séries (par exemple en L où le programme inclut un travail sur logique et algorithmique), il est convenu que si une question nécessitait d'utiliser ces fonctions, toutes les indications utiles seraient données.

Par exemple
=SI(condition ; si oui ; si non)
Saisir en cellule B2 la formule « =SI(A1=1 ; « VRAI » ; « FAUX ») » permet d'obtenir en cellule B2, le texte VRAI si la cellule A1 contient 1, le texte FAUX si la cellule A1 ne contient pas 1.

Toutefois attention nous n'avons pas la main sur les sujets !

Question N°2
Demander aux élèves d'inventer des formules tableur en les mettant concrètement devant un tableur rend possible des démarches par essais.
Comment aider les élèves à trouver des formules sans avoir, ce qui sera le cas au BAC, la possibilité de les tester concrètement sur tableur ?

Par exemple dans l'exercice 10

	A	B	C	D	E	F	G
1	Date	01/07/2000	01/07/2001	01/07/2002	01/07/2003	01/07/2004	01/07/2005
2	Smic horaire brut	6,41	6,67	6,83	7,19	7,61	8,03
3	Indices	100					

Devant un tableur l'élève peut saisir, en C3 : « = (C2 :B2)×100 » et se rendre compte en tirant vers la droite sa formule que cela ne convient pas .

Un élève doit donc **devenir capable de prévoir ce qui va se passer s'il tire sur la droite ou sur la gauche une formule :** Incrémentation de la colonne ou de la ligne .

Pour cela il faut
- qu'il ait fait, par lui-même, concrètement des essais sur un tableur
- qu'il ait identifié les effets d'une recopie sur une ligne ou sur une colonne
- qu'il soit entraîné **à prévoir avant d'essayer concrètement, à anticiper, à tester une formule SANS le tableur**

Par exemple : Des raisonnements du genre
« Si je tire la formule sur la droite la ligne ne change pas mais la colonne A devient B, la colonne B devient C etc … »
« Si je tire la formule vers le bas, la colonne ne change pas mais la ligne 1 devient 2, la ligne 2 devient 3 etc… »
doivent lui être devenu familiers.

Question 3 :
Quelles formes doit prendre l'apprentissage du tableur dans le cours de maths de STG ?

AVEC l'outil

- Utilisation du vidéo-projecteur en classe
- Séance en salle informatique
- Travaux personnels intégrant une utilisation d'un tableur (DM)

Il n'y a pas réellement besoin d'une heure dédoublée par semaine pour construire les apprentissages sur tableur nécessaires.
En revanche il peut être intéressant de dédoubler quelques heures et cela peut peut-être être négocié avec un chef d'établissement.
L'accès libre aux ordinateurs est à prévoir.

SANS l'outil

Voir Document N°3

Pour aider les élèves à faire la distinction entre le nombre obtenu à l'affichage dans une cellule et la formule saisit dans cette cellule, entraîner régulièrement et à petites doses (en activités rapides de début d'heure ?) à répondre à des questions du genre ?

1°)

	A	B	C
1	2,72		
2			
3			

On saisit dans la cellule A2 la formule « =A1 – 0,10 ». Qu'obtient-on à l'affichage dans A2 ?

On saisit dans la cellule B2 la formule «=B1-0,1 ». Qu'obtient-on à l'affichage dans B2 ?

2°)

	A	B
1	2,72	
2		
3		

On veut obtenir dans la plage de cellules A1 : A10 les premiers termes de la suite arithmétique de premier terme 2,72 et de raison –0,1 en saisissant une seule formule dans A2 et en la tirant vers le bas.

Peut-on saisir dans A2 : «=2,72 – 0,1 » ? Si non pourquoi ?

Pour aider les élèves à assimiler les adressages absolus et relatifs entraîner régulièrement <u>et à petites doses (en activités rapides de début d'heure ?)</u> à répondre à des questions du genre ?

	A	B	C	D
1	10	14		
2				
3				

1°) On a saisi dans la cellule C1 la formule «= (A1+B1)/2 »

- Que va-t-on obtenir à l'affichage dans cette cellule C1 ?
- Si on tire la formule vers le bas , quelle formule obtiendra-t-on et dans quelle cellule sera-t-elle programmée ?
- Comment modifier la formule saisie en C1 si on veut obtenir, par recopie de cette formule en C2, la formule «= (A1+B2)/2 » ?
- Si on tire la formule vers la droite , quelle formule obtiendra-t-on et dans quelle cellule sera-t-elle programmée ?
- Comment modifier la formule saisie en C1 si on veut obtenir, par recopie de cette formule en D1, la formule «= (A1+C1)/2

2°) On a saisi dans la cellule C1 la formule «= ($A1+$B1)/2 »

- Que va-t-on obtenir à l'affichage dans cette cellule C1 ?
- Si on tire la formule vers le bas , quelle formule obtiendra-t-on dans C2 ? Qu'aura-t-on à l'affichage dans la cellule C2 ?
- Si on tire la formule vers la droite , quelle formule obtiendra-t-on dans D1 ? Qu'aura-t-on à l'affichage dans la cellule D2 ?

3°) On a saisi dans la cellule C1 la formule «= (A$1+B$1)/2 »

- Que va-t-on obtenir à l'affichage dans cette cellule C1 ?
- Si on tire la formule vers le bas , quelle formule obtiendra-t-on dans C2 ? Qu'aura-t-on à l'affichage dans la cellule C2 ?
- Si on tire la formule vers la droite , quelle formule obtiendra-t-on dans D1 ? Qu'aura-t-on à l'affichage dans la cellule D2 ?

4°) On a saisi dans la cellule C1 la formule « = (A1+B1)/2 »

- Que va-t-on obtenir à l'affichage dans cette cellule C1 ?
- Si on tire la formule vers le bas , quelle formule obtiendra-t-on dans C2 ? Qu'aura-t-on à l'affichage dans la cellule C2 ?
- Si on tire la formule vers la droite , quelle formule obtiendra-t-on dans D1 ? Qu'aura-t-on à l'affichage dans la cellule D2 ?

Question N°4
Les activités sur tableur proposées en situation d'apprentissage doivent-elles

- **s'appuyer sur des fichiers déjà réalisés par le professeur ?**
- **entraîner les élèves à construire par eux-mêmes une feuille de calcul permettant d'avancer dans la résolution d'un problème ?**

Que disent les programmes ?

Un des objectifs généraux pour la série STG est «*Former les élèves à l'activité scientifique par l'acquisition de méthodes d'observation, d'analyse critique et de déduction* ».
Lien entre les mathématiques et informatique :
« savoir reconnaître certaines questions susceptibles d'être illustrées ou résolues grâce à l'ordinateur et savoir interpréter les réponses qu'il fournit. L'élève doit apprendre à situer et intégrer l'usage des outils informatiques dans une démarche scientifique ».
Les commentaires du programme font état de : l'**exploration** ou de la **construction de feuilles de calcul .**

S'appuyer sur des fichiers déjà réalisés par le professeur ?

- **Systématiquement ? NON !**
- **Pour dispenser les élèves de consacrer trop de temps à faire un travail de secrétariat afin de saisir sur une feuille de calcul tout ce qui a été donné sur papier. OUI**
- **Jamais ? NON (exercice 9)**

L'objectif est bien de proposer le tableur comme **un outil d'aide à la résolution de problème. Donc entraîner les élèves à construire par eux-mêmes une feuille de calcul ? OUI !**

Exemple : La situation de l'exercice 13 de la banque document N°2
Travail réalisé en stage
1°) Analyse de la situation telle qu'elle figure actuellement dans tous les manuels, sa résolution classique (le programme vise une bonne maîtrise de la résolution graphique d'un système d'inéquations linéaires et réciproquement de la caractérisation d'une région polygonale convexe par un système d'inéquations linéaires DOC Acc Page 4).Identification des problèmes que posent une telle résolution aux élèves.
2°) Comment on peut faire vivre en classe avec l'outil informatique la même situation posée sous une forme TOTALEMENT OUVERTE ? (fichier tableur)
3°) Comparer avec l'intermédiaire entre ces deux extrêmes que propose l'exercice tel qu'il est énoncé dans la banque.
4°) Quelle est la façon de poser l'exercice qui prépare le mieux les élèves à réagir devant l'exercice 9 tel qu'il est posé dans la banque ?

Annexe 1 : Lexique disciplines technologiques

Points d'appui dans les disciplines technologiques

Cours d'économie en classe de 1ère (2ème trimestre, la loi de l'offre et de la demande)

<u>Marché</u> : lieu de rencontre réel ou fictif (matérialisé ou non) de l'offre et de la demande pour un ou plusieurs biens ou services sur lequel se déterminent les quantités échangées et le prix (ex : le marché de l'immobilier, le marché de l'assurance, ….)

<u>Offre</u> : sur un marché donné, quantité maximale de biens ou de services qu'un agent économique (ou un ensemble d'agents économiques) souhaite vendre à un prix donné.

<u>Demande</u> : sur un marché donné, quantité maximale de biens ou de services qu'un agent économique (ou un ensemble d'agents économiques) souhaite acheter à un prix donné.

Quand le prix d'un produit augmente, l'*offre* augmente et la *demande* diminue.

<u>Prix d'équilibre</u> : prix pour lequel l'offre est égale à la demande.

<u>Surproduction</u> : offre supérieure à la demande
<u>Pénurie</u> : offre inférieure à la demande

<u>Coefficient budgétaire :</u> part d'un poste budgétaire (ex : alimentation, transport) dans les dépenses totales de consommation

<u>Taux d'équipement des ménages</u> : proportion des ménages équipés de biens durables déterminés.

<u>Elasticité :</u>
<u>Elasticité-revenu</u> : nombre qui indique la sensibilité de la demande d'un produit à la variation du revenu des ménages (rapport entre la variation relative de la demande et la variation relative du revenu).
Si l'élasticité-revenu est *e*, lorsque le revenu augmente de a%, la demande augmente de *ea*%.

En mathématiques, l'élasticité d'une fonction f en x est $\frac{xf'(x)}{f(x)}$; c'est une approximation du quotient

$$\frac{\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{f(x)}}{\frac{\Delta x}{x}}.$$

<u>Elasticité de la demande au prix</u> : nombre qui indique la sensibilité de la demande d'un produit à la variation de son prix (rapport entre la variation relative de la demande et la variation relative du prix).

Cours d'économie en classe de 1ère (1er trimestre) : revenu, consommation, épargne

<u>Revenu disponible</u> : *revenu, après impôts et cotisations sociales, que les ménages peuvent dépenser pour consommer ou épargner.*
<u>Taux d'épargne</u> *: rapport entre l'épargne des ménages et leur revenu disponible (part du revenu disponible qui est affectée à l'épargne)*

Lorsqu'on considère une population importante (pays, catégorie socio-professionnelle), la <u>consommation globale</u> C *<u>(resp. l'épargne globale</u>* S*<u>) dépend du revenu g</u>lobal* R *de la population.*
On a : $R = S + C$

On peut définir la ***propension marginale à consommer c (resp. à épargner s) pour un revenu R*** comme étant le nombre dérivé en R de la fonction qui associe la consommation au revenu (resp. l'épargne au revenu).

C'est une approximation de $\frac{\Delta C}{\Delta R}$.

Ex : $c = 0{,}8$ signifie que 80% du revenu supplémentaire est consacré à consommer.

Remarque : Ceci n'est pas au programme du secondaire en économie du moins sous la forme « mathématique ».

Elasticité de la consommation par rapport au revenu pour un revenu R : c'est le rapport de la variation relative de la consommation à la variation relative du revenu.

Taux d'activité (dans une population) : rapport entre l'effectif des actifs et l'effectif de la population considérée.
Sont considérés comme actifs toutes les personnes qui sont sur le marché du travail (celles qui occupent un emploi et les chômeurs).

Taux de chômage : rapport du nombre de chômeurs au nombre d'actifs.

Cours d'économie programme de première

Pouvoir d'achat : il correspond à la quantité de biens et de services qu'un revenu permet d'obtenir. Il dépend du revenu et du niveau des prix. On s'intéresse à la variation relative du pouvoir d'achat.

Euros constants : Raisonner en euros constants a pour but de neutraliser l'effet de la variation des prix. Pour cela on actualise tous les prix à une même date, le taux d'actualisation étant le taux d'évolution de l'indice des prix.
(Exemple : De 2002 à 2003 l'indice des prix a augmenté de 2,2%. Une somme de p euros en 2003 correspond à une somme de $p \times \frac{1}{1{,}022}$ euros courants 2002.)

Cours de comptabilité classe de première (en général fin de second trimestre)

Coût (total) de production
Le coût de production est constitué de frais fixes (investissements, ..) et de frais qui dépendent de la quantité fabriquée (matière d'œuvre, main d'œuvre, ..).

Le coût total de production augmente lorsque la quantité produite augmente.

Coût marginal d'une production q :
En économie, la définition est : coût marginal=coût de la dernière unité produite.
Lorsque la fonction coût est suffisamment régulière et q suffisamment grand, le nombre dérivé de la fonction coût en q est une valeur approchée du coût marginal pour une production q.

Coût moyen: quotient du coût total par la quantité produite.
Pour que l'entreprise puisse espérer faire du profit le coût moyen doit être inférieur à la recette moyenne.

Il peut être intéressant de savoir s'il existe une quantité produite pour laquelle le coût moyen unitaire est minimum.

On peut s'intéresser aux quantités à produire pour réaliser un profit, pour réaliser le profit maximum. (Une quantité qui conduit à un coût moyen unitaire minimal ne conduit pas toujours au profit maximum.)

Comptabilité programme de terminale

Placement à intérêt simple : pendant toute la durée du placement, les calculs d'intérêts prennent pour base le capital initial.

Placement à intérêt composé *: les intérêts sont capitalisés (ajoutés au capital) périodiquement (lorsque cette période n'est pas précisée il s'agit de l'année).*

Valeur acquise par un capital placé :

- placement à intérêts simples : somme du capital initial et des intérêts produits ;
- placement à intérêts composés : somme disponible à l'issue du placement.

Actualisation d'un capital : calcul de la valeur actuelle d'un capital à partir de sa valeur à une date ultérieure (en fonction du taux d'actualisation.

Valeur actuelle d'une suite d'annuités : total des valeurs actuelles de ces annuités exprimées une période avant la première annuité (en utilisant le taux d'escompte attaché à cette période).

Annexe N°2 : Modèles et liens

Une seule grandeur *Y* intervient ; elle évolue en passant par des états successifs (sa mesure prend successivement plusieurs valeurs y_i).	<u>Suites de *n* nombres</u> ($n \geq 2$) (ou série chronologique).
On s'intéresse au <u>mode de passage d'un état à l'état suivant</u> (ou à un état ultérieur). Deux points de vue : - on s'intéresse à <u>la variation absolue de *Y*</u> entre un état et le suivant, - on s'intéresse à <u>la variation relative de *Y*</u> (ou taux d'évolution de *Y*) entre un état et le suivant.	Deux modèles : <u>modèle 1</u> : $y_1 \xrightarrow{+r_1} y_2 \xrightarrow{+r_2} y_3 \xrightarrow{+r_3} y_4 \ldots\ldots\ldots \xrightarrow{+r_{n-1}} y_n$ $y_1 \qquad \xrightarrow{+nr_m} \qquad y_n$ r_m , <u>moyenne arithmétique</u> des nombres r_1, …… r_n est la <u>variation moyenne de *Y* entre deux états</u>. - <u>modèle 2</u> : $y_1 \xrightarrow{\times q_1} y_2 \xrightarrow{\times q_2} y_3 \xrightarrow{\times q_3} y_4 \ldots\ldots\ldots y_n \xrightarrow{\times q_n} y_{n+1}$ $y_1 \qquad \xrightarrow{\times q_1 q_2 \ldots q_n} \qquad y_{n+1}$ $y_1 \qquad \xrightarrow{\times q_g^n} \qquad y_{n+1}$ Si t_i est le taux d'évolution entre y_i et y_{i+1} : $q_i = 1 + t_i$. On a : q_g <u>moyenne géométrique</u> des nombres $q_1, \ldots, q_n$. si t_m est le <u>taux d'évolution moyen</u>, $q_g = 1 + t_m$.
<u>Le processus de passage d'un état au suivant demeure identique d'une étape à l'autre</u>. (deux cas particuliers : variation absolue constante, taux d'évolution constant).	Suites numériques définies par récurrence. Deux types de telles suites sont étudiés (parmi l'infinité de suites possibles) : <u>Suites arithmétiques</u> : $y_1 \xrightarrow{+r} y_2 \xrightarrow{+r} y_3 \xrightarrow{+r} y_4 \ldots\ldots\ldots y_n \xrightarrow{+r} y_{n+1}$ $y_1 \qquad \xrightarrow{+nr} \qquad y_{n+1}$ <u>Suites géométriques</u> : $y_1 \xrightarrow{\times q} y_2 \xrightarrow{\times q} y_3 \xrightarrow{\times q} y_4 \ldots\ldots\ldots \xrightarrow{\times q} y_{n+1}$ $y_1 \qquad \xrightarrow{\times q^n} \qquad y_{n+1}$

- Mettre en évidence la grandeur qui évolue, ses différents états et le mode de passage d'un état à l'autre : appliquer la TVA c'est faire évoluer le prix (prix HT = prix avant TVA, prix TTC= prix après TVA), placer un capital selon un placement à intérêt composé c'est faire évoluer ce capital (selon un placement à intérêt simple le capital n'évolue pas), … Cela revient à préciser le modèle mathématique qui est un modèle de suite numérique définie par récurrence.
- Travailler sur la distinction entre variation absolue qui peut-être liée à une addition et variation relative qui peut être liée à une multiplication.
- Dans des situations où intervient un taux d'évolution t mettre systématiquement en évidence le multiplicateur $1+t$.
- Notion de moyenne : si on remplace *n* nombres qui peuvent être différents les un des autres par *n* fois le même nombre, on obtient le même effet.

Deux grandeurs *X* et *Y* interviennent On s'intéresse au <u>lien entre ces deux grandeurs</u>. - On dispose de mesures de ces deux grandeurs et on les étudie pour tenter de préciser le lien, - le lien est déjà donné par une formule.	<u>Série de données statistiques quantitatives à deux variables ou séries chronologiques</u>. <u>Ajustement</u> d'un nuage de points par le graphe d'une fonction (fonction donnée en première ainsi qu'en terminale lorsqu'elle n'est pas affine). On définit une <u>fonction *f*</u> qui, à une mesure possible *x* de *X* associe la mesure correspondante *y* de *Y* dans le modèle.
On souhaite <u>prévoir</u>, ou <u>interpoler.</u>	Calculs <u>d'images par la fonction *f*</u> (ou d'antécédents).
On souhaite étudier <u>l'effet sur *Y* d'une variation de *X*</u>. - Qualitativement (si *X* augmente, que fait *Y* ?). - Quantitativement, - pour une variation absolue Δx de *X*, quelle est la variation absolue Δy de *Y* ? - pour une variation relative $\frac{\Delta x}{x}$ de *X*, quelle est la variation relative $\frac{\Delta y}{y}$ de *Y* ?	- <u>Sens de variation de la fonction *f*</u> (à partir d'un graphique en première, établi et prouvé en terminale grâce à la fonction dérivée). - <u>Variation absolue, variation relative.</u> <u>- Localement</u>, <u>approximation d'une fonction par une fonction affine</u>, nombre dérivé : graphiquement en première, algébriquement en terminale ($\Delta y \approx f'(x) \times \Delta x$). (l'élasticité d'une fonction n'est pas au programme mais elle peut être introduite lors de l'étude d'une situation)
On souhaite <u>agir sur *X* pour maximiser ou minimiser *Y*</u>.	<u>Recherche d'un maximum ou d'un minimum de la fonction *f*</u> (conjecture et approximation à partir d'un graphique ou de la construction d'une table de valeurs en première, calcul exact en terminale).

Ne pas appeler taux de variation d'une fonction le rapport $\frac{f(y_2)-f(y_1)}{y_2-y_1}$; ce rapport intervient très peu et lorsqu'il intervient il vaut mieux dire qu'il s'agit du coefficient directeur de la sécante (M_1M_2).

Un modèle que les élèves doivent bien connaître : proportionnalité, fonction linéaire

Annexe 3 :

Information chiffrée et suites numériques

Un pourcentage est considéré comme l'une des écritures possibles d'un nombre décimal.
On écrira : $\frac{1}{4} = 0{,}25 = \frac{25}{100} = 25\%$.
Il n'y a pas de « chapitre : pourcentage » : l'écriture d'un nombre décimal sous forme de pourcentage sera utilisée essentiellement lors de travaux sur l'information chiffrée, les suites numériques, la statistique et les probabilités.

On peut distinguer trois grands types de situations et de modèles mathématiques correspondants :

- description d'un état et proportions (ou fréquences),
- description du passage d'un état à un autre et taux d'évolution,
- situations qui font intervenir plusieurs états successifs et suites numériques.

Les élèves devront être entraînés à bien distinguer ces trois types de situations.

1. Proportion ou fréquence

a) Points d'appui dans les autres disciplines
Taux d'activité, taux de chômage, part de marché, cote de popularité.

b) Partie « modèle mathématique »

En première

Définir la *fréquence de A dans E* (ou *proportion de la sous-population A dans la population E*). On peut la noter $f_E(A)$.
En s'appuyant sur des schémas, démontrer :
- (1) $f_E(A \cup B) = f_E(A) + f_E(B) - f_E(A \cap B)$,
- (2) $f_E(A) \times f_F(E) = f_F(A)$.

On peut étendre (1) à un nombre fini de sous-populations deux à deux disjointes.
On peut aussi observer que dans le cas d'une partition la somme des fréquences vaut 1 car cela sera utile en probabilités.

c) Points importants à travailler sur des exemples

- Identification de la population de référence : l'ordre des fréquences n'est pas nécessairement celui des effectifs lorsque les populations de référence sont différentes.
- Analyse de tableaux croisés d'effectifs et construction d'arbres de répartition : cela sera un point d'appui pour l'étude des probabilités conditionnelles en terminale. On ne s'appesantira pas sur le langage (fréquences marginales, fréquences conditionnelles) mais il est important que les élèves sachent distinguer $f_B(A)$.et $f_A(B)$.

2. Taux d'évolution

a) Points d'appui dans les autres disciplines

Taux de croissance annuel du PIB, taux d'inflation, taux de TVA, taux d'intérêt.
En économie, le taux d'évolution (ou variation relative) est souvent appelé taux de croissance et parfois taux de variation.

b) Partie « modèle mathématique »

En première :
Définir *le taux d'évolution* entre deux nombres strictement positifs y_1 et y_2 :
$t = \dfrac{y_2 - y_1}{y_1}$.

Démontrer : $t = \dfrac{y_2 - y_1}{y_1} \Leftrightarrow y_2 = (1+t)y_1$

En terminale :
Définir :

- *le taux d'évolution moyen* pour n évolutions successives : taux t qui répété n fois fournirait le même taux global *;*
- *la moyenne géométrique* de deux puis de plusieurs nombres réels positifs
- *l'indice de y_2 par rapport à y_1 pris comme base 100.*

c) Points importants à travailler sur des exemples

- Dans un texte, distinction entre un pourcentage qui exprime une proportion et un pourcentage qui exprime une variation.
- Distinction entre variation relative et variation absolue : apprendre à débusquer l'implicite dans des expressions courantes sachant que par convention une variation exprimée en pourcentage est toujours une variation relative.
- Utilisation systématique dès la classe de première du coefficient multiplicateur, ou multiplicateur, $1+t$: sur des exemples, calcul de l'un des nombres y_1 ou y_2 connaissant l'autre et *t*, calcul du taux réciproque, du taux global correspondant à deux évolutions successives. (Le multiplicateur sera la raison de la suite géométrique associée aux états successifs obtenus lorsque le taux d'évolution est constant.)

3. Suites numériques

a) Points d'appui dans les autres disciplines

Intérêts simples, intérêts composés, évolution ou actualisation d'un capital, évolution démographique, taux équivalent, taux proportionnel, emprunts à annuités constantes, valeur actuelle d'une suite d'annuités constantes, euros courants, euros constants.

b) Partie « modèle mathématique »

En première

Définir :

- suite arithmétique (« dire qu'une suite de nombres est arithmétique signifie qu'on passe d'un terme au suivant en ajoutant toujours le même nombre ») ;
- suite géométrique dont le premier terme et la raison sont positifs (dire qu'une suite de nombres est géométrique signifie que l'on passe d'un terme au suivant en multipliant toujours par le même nombre) ;
- suite croissante, suite décroissante.

Démontrer que :

- les points de la représentation graphique d'une suite arithmétique sont alignés,
- une suite arithmétique de raison positive (resp. négative) est croissante (resp. décroissante) ; une suite géométrique de raison supérieure à 1 (resp. positive et inférieure à 1) est croissante (resp. décroissante).

En terminale

Etablir :

- la somme de plusieurs termes consécutifs d'une suite arithmétique est le produit du nombre de termes par la demi-somme du premier et du dernier ;
- la somme de n termes consécutifs d'une suite géométrique de raison b différente de 1 est le produit du premier terme par le nombre $\frac{b^n-1}{b-1}$;
- (u_n) étant une suite géométrique de premier terme positif et raison positive *a,*
  - si a est strictement supérieur à 1, on peut rendre u_n aussi grand que l'on veut en prenant n suffisamment grand,
  - si a est strictement compris entre 0 et 1, on peut rendre u_n aussi petit que l'on veut en prenant n suffisamment grand.

(Dans le cas d'une suite géométrique, on utilise le vocabulaire « la suite tend vers $+\infty$ » ou « la suite tend vers 0 », mais on ne donne aucune définition concernant la limite d'une suite.)

c) Points importants à travailler sur des exemples

- Lien entre une situation où la variation absolue entre deux états successifs est constante et le modèle suite arithmétique ; lien entre une situation où la variation relative (ou taux d'évolution) entre deux états successifs est constante et le modèle suite géométrique (dont la raison est le multiplicateur $1+t$).
- Utilisation des notations $u(n)$, u_n, et (u_n) pour condenser l'écriture $(u_0, u_1, u_2, ...)$; le fait que pour passer de u_0 à u_n on effectue n fois la même opération alors que pour passer de u_1 à u_n on l'effectue $n-1$ fois.
- Représentation graphique des suites : on ne relie pas les points car d'une part les nombres réels non entiers n'ont pas d'image, d'autre part une infinité de fonctions peuvent interpoler une suite donnée.

4. Optimisation à deux variables

a) Points d'appui dans les autres disciplines

Coût constant, profit constant, seuil de rentabilité à deux produits, coût minimal, profit maximal

b) Partie modèle mathématique

En terminale

Etablir :

- Les points dont les coordonnées $(x;y)$ sont telles que l'expression $ax+by$ prend la valeur c sont les points d'une droite, la droite d'équation $ax+by=c$.
- Les points dont les coordonnées $(x;y)$ sont telles que l'expression $ax+by$ prend une valeur supérieure ou égale (resp. strictement supérieure, inférieure ou égale, strictement inférieure) à c sont les points d'un demi-plan, le demi-plan d'équation $ax+by \geq c$ (resp. $ax+by \succ c$, $ax+by \leq c$, $ax+by \prec c$).

c) Points importants à travailler sur des exemples

- A l'aide d'un tableur, calcul effectif des valeurs prises par une expression du type $ax+by$ lorsque x et y prennent des valeurs entières en nombre fini ; traduction des contraintes à l'aide de l'instruction conditionnelle « si … alors ». (Ceci pour aider à la compréhension)
- Résolution graphique de systèmes d'inéquations linéaires et aussi recherche d'un système d'inéquations qui caractérise une région polygonale convexe représentée dans un repère du plan.

Statistique et probabilités

C'est une partie importante du programme, surtout en première, et il faut y consacrer un temps suffisant. On s'appuie sur la notion de fluctuation d'échantillonnage et la pratique des simulations travaillées en seconde.

Domaine de la statistique : observation du réel.
Domaine des probabilités : élaboration d'un modèle, à partir de ce modèle tentative de prévision d'événements non encore réalisés (ou estimation à partir d'un échantillon), validation ou invalidation de ce modèle.

1. Statistique

Privilégier le traitement de données réelles discrètes qui ont un sens pour les élèves : l'utilisation du tableur ou de la calculatrice permet le traitement d'un nombre important de données nécessaire pour que l'étude statistique se justifie. (Quelques calculs peuvent cependant être effectués à la main sur des « cas d'école » pour comprendre le principe des calculs effectués automatiquement par les outils informatiques.)
Regrouper les données en classes pourra être pertinent pour tracer une représentation graphique qui permette de visualiser la distribution de la population étudiée ; en revanche des données regroupées en classes ne permettent d'obtenir que des approximations des paramètres statistiques.

Prévoir un temps suffisant pour que les élèves parviennent à maîtriser l'utilisation les fonctions statistiques de leur programme avec leur calculatrice et avec un tableur.

Rédaction de l'interprétation d'un résumé statistique ou de l'analyse d'un graphique

2. Probabilités

Pour étudier une *épreuve aléatoire* (ou expérience) on construit un modèle qui précise *les issues* (ou événements élémentaires) et la *distribution de probabilité* (ou répartition de probabilité) entre ces issues.
La probabilité de réalisation de chaque issue est donnée, soit *a priori* (équiprobabilité donnée par des indications comme « au hasard », « dé régulier », « pièce équilibrée », « jeu de cartes bien battu », …), soit estimée au préalable par une répétition de l'épreuve un grand nombre de fois et un relevé des fréquences d'apparition des issues dans l'échantillon ainsi obtenu.

A la lecture d'un énoncé, les élèves devront être capables d'indiquer quelle est l'épreuve et quel modèle ils lui associent (c'est à dire quelles sont les issues et quelle est la probabilité de chaque issue).

Les tirages dans une urne, simples ou multiples avec ou sans remise, sont considérés comme des épreuves de référence. Les tirages simultanés ne sont pas au programme.
Confrontés à une situation, les élèves pourront dire par exemple : « c'est comme si on tirait au hasard successivement et sans remise deux boules dans une urne qui contiendrait 5 boules rouges, 3 boules bleues, …. ».

Les arbres probabilistes sont un outil à privilégier et l'utilisation correcte d'un arbre bien construit doit être acceptée comme démonstration lors des évaluations.

Fonctions numériques et applications

Trois grandes idées directrices :
- apprendre aux élèves à utiliser les outils informatiques (calculatrice, tableur),
- distinguer conjecture et démonstration d'une propriété d'une fonction (ce qui n'interdit pas de faire des conjectures même dans les cas où l'on ne saura pas démonter ensuite).
- exploiter des situations issues des domaines technologiques,

Prendre dès le départ le temps nécessaire pour apprendre aux élèves à utiliser calculatrices graphiques et tableurs :
- sur calculatrice : savoir entrer une fonction, la tabuler, choisir une fenêtre adaptée pour la représenter ;
- sur tableur : savoir entrer une formule, la recopier, construire un graphique.

Cela peut se faire en partant de situations concrètes issues des disciplines technologiques (les fonctions et les coefficients peuvent sans inconvénient être « compliqués ») et fournir l'occasion de retravailler le vocabulaire vu en seconde mais non maîtrisé par tous (images, antécédents, signe, sens de variation, extrema) : parallèle entre le langage de la situation concrète et le langage du modèle mathématique.

Prendre ensuite le temps de faire comprendre aux élèves les limites des renseignements qu'ils peuvent tirer des résultats fournis par une calculatrice ou un tableur :
- problème des approximations,
- problème de l'interpolation,
- problème de l'extrapolation.

Une pratique qui a eu parfois cours lors de l'étude d'une fonction, « placer quelques points, tracer la courbe, en déduire le tableau de variation » est à proscrire absolument.

Situations issues des disciplines technologiques	**Modèles mathématiques**	**Notions mathématiques pouvant être utilisées**
Quand le prix d'un produit augmente, ***la demande** DE* diminue. *Ex* : Pour un prix unitaire compris entre 1000€ et 5000€ la tonne, la demande DE peut être calculée par la formule : $DE = -0{,}001p^2 - 3p + 46\,000$.	Le lien entre le prix et la demande peut être modélisé par une fonction *f* définie sur un intervalle inclus dans $[0\ ;+\infty[$, positive et décroissante sur cet intervalle. Ex : Soit : $f : [1000 ; 5000] \to R$ $p \to -0{,}001p^2 - 3p + 46000$ On a : $DE = f(p)$ où *p* est le prix en euros d'une tonne de produit et *DE* la demande exprimée en tonnes.	***Notion de fonction*** Images, antécédents. Fonction décroissante sur un intervalle : fonction qui inverse le sens des inégalités. (si deux prix p_1.et p_2 sont tels que $p_1 \le p_2$ alors leurs images vérifient : $f(p_1) \ge f(p_2)$).
Quand le prix d'un produit augmente ***l'offre*** , *Offre*, augmente. *Ex* : Pour un prix unitaire compris entre 1000€ et 5000€ la tonne, l'offre peut être calculée par la formule : $Offre = 5p - 2000$.	Le lien entre le prix et l'offre peut être modélisé par une fonction *g* définie sur un intervalle inclus dans $[0\ ;+\infty[$, positive et croissante sur cet intervalle. Ex : Soit : $g : [1000 ; 5000] \to R$ $p \to 5p - 2000$. On a : $Offre = g(p)$ où *p* est le prix en euros d'une tonne de produit et *Offre* l'offre exprimée en tonnes.	***Notion de fonction.*** Images, antécédents. Fonction croissante sur un intervalle : fonction qui conserve le sens des inégalités. (si deux prix p_1.et p_2 sont tels que $p_1 \le p_2$ alors leurs images vérifient : $f(p_1) \le f(p_2)$)
Prix d'équilibre : prix pour lequel l'offre est égale à la demande.	S'il existe, le prix d'équilibre est solution de l'équation : $f(p) = g(p)$.	Equation : $f(p) = g(p)$ ou $f(p) - g(p) = 0$ Recherche de valeurs approchées des solutions : *- par lecture graphique (courbes construites par les élèves ou distribuées),* - en utilisant le mode « trace » de la calculatrice, - en construisant un tableau de nombres (calculatrice ou tableur). Démonstration du fait qu'un nombre est solution d'une équation. Résolution d'équations
Surproduction : offre supérieure à la demande ***Pénurie*** : offre inférieure à la demande	Il y a surproduction lorsque le prix appartient à un intervalle dans lequel $f(p) \le g(p)$.	Comparaison graphique de fonctions

Coût (total) de production Le coût de production est constitué de frais fixes (investissements, ..) et de frais qui dépendent de la quantité fabriquée (matière d'œuvre, main d'œuvre, ..). Le coût total de production augmente lorsque la quantité produite augmente. Ex1 : le coût total de fabrication d'un produit peut être calculé approximativement par la formule : $CT = 0{,}1q^2 + 2q + 160$ (CT est en milliers d'euros, q en tonnes). Ex 2 : $CT = 160\,e^{0{,}02q}$	Le lien entre la quantité produite et le coût de production peut être modélisé par une fonction f définie sur un intervalle inclus dans $[0\ ;\ +\infty[$. La fonction f doit être positive et croissante sur l'intervalle considéré. $f(0)$ doit être strictement positif pour tenir compte des coûts fixes incompressibles même en l'absence de production. *Ex 1 : Soit :* $f : [0;+\infty[\to R$ $q \to 0{,}1q^2 + 2q + 160$ On a : $CT = f(q)$ où q est la quantité de produit fabriquée exprimée en tonnes et CT le coût de production exprimé en milliers d'euros.	Notion de fonction Images, antécédents. Fonction croissante sur un intervalle : fonction qui conserve le sens des inégalités. (si $q_2 \succ q_1$ alors $f(q_2) \succ f(q_1)$ car lorsqu'on produit q_2 on a déjà produit q_1). En première : fonctions affines, fonctions trinômes du second degré, fonctions polynômes de degré 3. En terminale, fonctions du type $x \to C\ e^{ax}$ ou $x \to a\,ln(x+b)+c$
Coût marginal d'une production q : nombre dérivé de la « fonction coût de production » en *q.* Lorsque *q* est assez grand et la fonction coût suffisamment régulière, c'est une approximation du coût de production d'une unité supplémentaire ou de la dernière unité produite.	Ex 1 : En première Le nombre dérivé de la fonction f en q est le coefficient directeur de la tangente au graphe de f en son point d'abscisse q. On peut trouver une valeur approchée du coût marginal d'une production de 60 tonnes par exemple par lecture graphique. En terminale : $f'(q) = 0{,}2q + 2 \quad f'(60) = 14$ Le coût marginal pour une production de 60 tonnes est 14 milliers d'euros.	Nombre dérivé de f en a : coefficient directeur de la tangente au graphe de f en son point d'abscisse a. Approximation d'une fonction par une fonction affine au voisinage d'une valeur de la variable. Interprétation graphique du coefficient directeur d'une droite (si l'on assimile localement le graphe de f à sa tangente, $f(q+1) - f(q) \approx f'(q)$. $f(q) - f(q-1) \approx f'(q)$)
Coût moyen unitaire : quotient du coût total de production par la quantité produite. Pour que l'entreprise puisse espérer faire du profit le coût moyen unitaire doit être inférieur au prix de vente unitaire. Il est intéressant de savoir s'il existe une quantité produite pour laquelle le coût moyen unitaire est minimum.	Le coût moyen unitaire est le coefficient directeur de la droite (OM), M étant le point d'abscisse q du graphe de f. On peut modéliser le lien entre la quantité produite et le coût moyen par une fonction m : $m \to \dfrac{f(q)}{q}$. On peut s'intéresser à l'existence et à la valeur d'un minimum pour la fonction m. Ex 1 : $m(q) = \dfrac{f(q)}{q} = 0{,}1q + 2 + \dfrac{160}{q}$. *En première :* Observation et lecture graphique du coefficient directeur de la droite (OM). (Lorsque la fonction f est convexe, le coefficient directeur de (OM) est minimal lorsque (OM) est tangente au graphe de f ; il est alors égal au coût marginal.) *En terminale :* L'étude des variations de la fonction m permet de conclure que le coût moyen unitaire est minimal pour $q = 40$ (il vaut alors 10000€).	Coefficient directeur d'une droite passant par l'origine. Valeur minimum d'une fonction sur un intervalle En première : - conjecture quant à l'existence à partir d'un graphique ou d'un tableau de nombres, - recherche d'une valeur approchée (zoom, affinement du pas si nécessaire) En terminale : étude des variations grâce au calcul de dérivée.

Résultat d'exploitation : différence entre la recette générée par les ventes (ou chiffre d'affaires réalisé sur le produit) et le coût de production. ***Profit :*** résultat d'exploitation lorsqu'il est positif. ***Perte :*** résultat d'exploitation lorsqu'il est négatif. On peut s'intéresser aux quantités à produire pour réaliser un profit, pour réaliser le profit maximum. (Une quantité qui conduit à un coût moyen unitaire minimal ne conduit pas toujours au profit maximum.) Ex : on suppose que l'entreprise parvient à vendre toute sa production au prix de 11,5 milliers d'euros la tonne. Pour quelle production, $RE = CA - CT$ est-il maximum ?	Lorsque toute la production est vendue, le lien entre le chiffre d'affaire (resp. le résultat d'exploitation) et la quantité produite peut être modélisé par une fonction *g* (resp. *h*). *Ex : Soit* g *la fonction définie sur* $[0;+\infty[$ *par* $g(q) = 11{,}5q$. On a : $CA = g(q)$ où CA est le chiffre d'affaires exprimé en milliers d'euros qui est réalisé grâce à la vente d'une quantité q du produit. $g(q) - f(q) = 11{,}5q - 0{,}1q^2 - 2q - 160$. Soit *h* la fonction définie sur $[0;+\infty[$ par $h(q) = -0{,}1q^2 + 9{,}5q - 160$. On a : $RE = h(q)$ où RE est le résultat d'exploitation exprimé en milliers d'euros qui correspond à une quantité q du produit. *En première* : Un tableur ou une calculatrice permet d'obtenir une représentation du graphe de h. Il semble que *h* présente un maximum et un zoom ou une feuille de calcul avec un pas de 0,5 permettent de dire que, si tel est le cas, c'est pour une valeur de l'intervalle [47 ; 48]. *En terminale :* $h'(q) = -0{,}2q + 9{,}5$ *h* présente un maximum pour $q = 47{,}5$.	<u>Fonction linéaire</u> <u>Inéquations</u> <u>$f(x) \leq k$, $f(x) \geq k$.</u> <u>Valeur maximum d'une fonction sur un intervalle</u> En première : - conjecture quant à l'existence à partir d'un graphique ou d'un tableau de nombres, - recherche d'une valeur approchée (zoom, affinement du pas si nécessaire) En terminale : étude des variations grâce au calcul de dérivée.

<u>Revenu, consommation, épargne</u> *Lorsqu'on considère une population importante (pays, catégorie socio-professionnelle), la <u>consommation globale</u>* C *<u>(resp. l'épargne globale</u>* S*<u>) dépend du revenu</u> global* R *de la population.* On a : $R = S + C$ On définit la ***<u>propension marginale à consommer c (resp. à épargner s) pour un revenu R</u>*** comme étant le nombre dérivé en R de la fonction qui associe la consommation au revenu (resp. l'épargne au revenu). C'est une approximation de $\frac{\Delta C}{\Delta R}$. Ex : $c = 0{,}8$ signifie que 80% du revenu supplémentaire est consacré à consommer.	On peut modéliser le lien entre le revenu et la consommation par une fonction *f* définie sur $[0\,;+\infty[$. (Cette fonction doit être positive et vérifier $\lvert f'(x) \prec 1\rvert$ pour tout *x*.) Si le revenu R subit une variation absolue ΔR et passe de R à R_1, la consommation passe de $f(R_1)$ à $f(R)$ et subit une variation ΔC . Le nombre $\frac{f(R_1) - f(R)}{R_1 - R}$ est le coefficient directeur de la sécante (MM_1) au graphe de *f* et, lorsque R_1 est voisin de *R,* il est approché par $f'(R)$: $\frac{\Delta C}{\Delta R} \approx f'(R)$.	<u>Nombre dérivé d'une fonction en un point.</u> <u>Coefficient directeur d'une sécante à une courbe.</u> <u>Approximation d'une courbe par sa tangente au voisinage d'un point.</u> <u>Proportion.</u>
<u>Elasticité de la consommation par rapport au revenu pour un revenu R</u> : c'est une approximation du nombre	A une fonction *f* on peut associer l'élasticité de la fonction f en *a :* c'est le nombre $\frac{af'(a)}{a}$.	<u>Approximation de $\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$ par $f'(a)$ lorsque *b* est voisin de *a*.</u>

$\dfrac{\frac{\Delta C}{C}}{\frac{\Delta R}{R}}$.		Taux d'évolution. Approximation des petits taux d'évolution.

Notions importantes pour la partie modèle mathématique

En première
- compréhension du concept de fonction comme étant un lien,
- sens de variation d'une fonction (« une fonction croissante conserve le sens des inégalités », « une fonction décroissante renverse le sens des inégalités »),
- connaissance des fonctions de référence (linéaire, affine, carré, inverse, cube, racine carrée) : leur sens de variation et les conséquences quant à la manipulation des inégalités,
- nombre dérivé en x_A d'une fonction (coefficient directeur de la tangente à la courbe représentative de la fonction en son point d'abscisse x_A) et influence du sens de variation de la fonction sur le signe du nombre dérivé.

En terminale
- fonction dérivée et théorèmes de dérivation d'une somme, d'un produit, d'un quotient, d'une composée,
- l'étude du sens de variation d'une fonction permet de prouver l'existence d'un maximum, d'un minimum et d'en déterminer la valeur exacte,
- fonction logarithme népérien (définie par $ln(1) = 0$ et $ln'(x) = \dfrac{1}{x}$ pour tout $x \succ 0$,
- définition de a^b par $ln(a^b) = b\,ln(a)$,
- fonctions expo