

## Le plus grand nombre premier connu peut-il recouvrir le toit du collège ?

**Énoncé :** En annexe

**Travail effectué en amont :**

- Séquence sur les nombres premiers
- Utilisation du tableur
- Règles du débat en Maths (des exemples ne suffisent pas à démontrer la véracité d'une conjecture ; un contre-exemple suffit à prouver qu'elle est fausse).
- Séance en salle informatique pour obtenir un programme sous Scratch donnant la liste des diviseurs d'un nombre.

**Objectifs :**

- Calculer en utilisant le langage algébrique
- Calculer en utilisant les puissances
- Raisonner (rôle des exemples et du contre-exemple)
- Chercher (en particulier en utilisant les outils numériques) ; développer la prise d'initiative
- Modéliser (reconnaître des situations de proportionnalité)
- Communiquer
- Développer les compétences numériques et donc PIX.

## Déroulement de l'activité :

Le devoir maison sur les nombres de Mersenne a été donné à une classe de 3<sup>ème</sup> en deux temps.

Les élèves ont la possibilité de travailler en binôme.

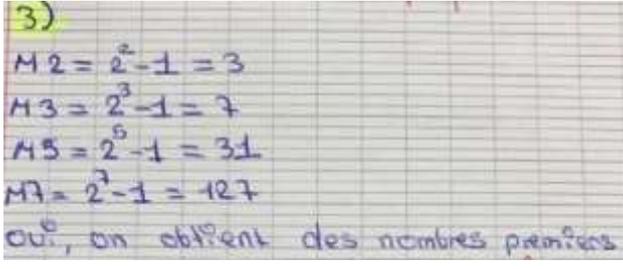
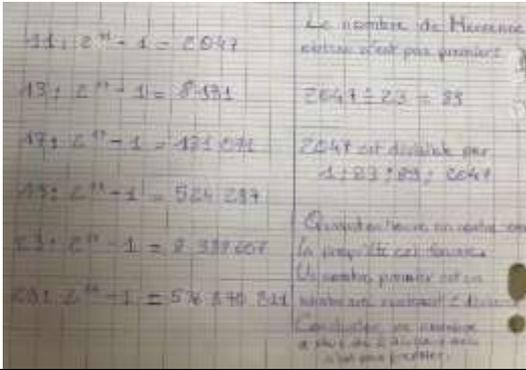
1<sup>er</sup> temps en travail à la maison : (pendant deux semaines)

Recherche de réponse(s) avec la possibilité de me poser des questions.

La dernière question en lien avec le toit du collège était, dans ce premier temps, facultatif.

2<sup>ème</sup> temps en classe :

Annotations des productions des élèves puis mise en commun des idées avec projection de quelques travaux d'élèves.

<p>Certains élèves se contentent encore de plusieurs exemples</p> 	<p>Pour d'autres, cela semble bien compris</p> 
<p>Aucun élève n'a utilisé le tableur, ni Scratch.</p>	

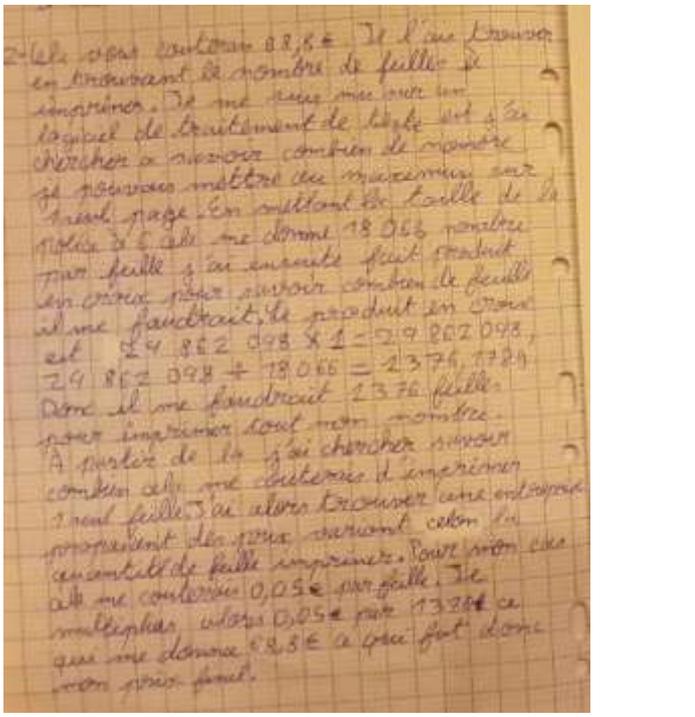
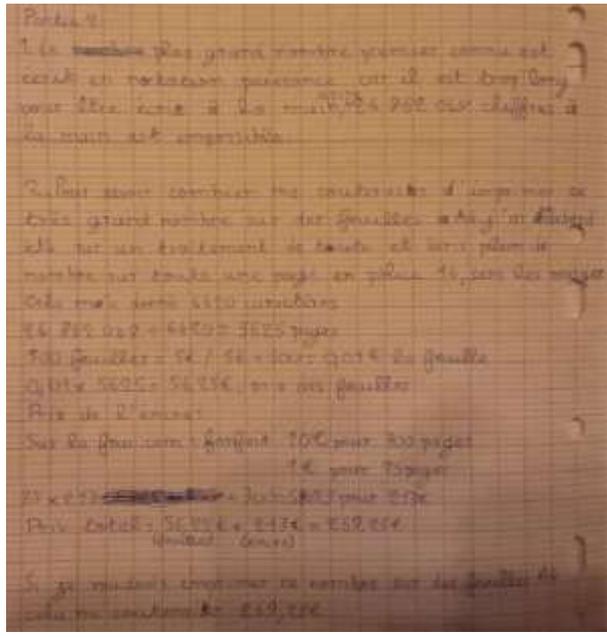
Pour la partie recherche, beaucoup d'élèves confondent taille d'une police et police elle-même.

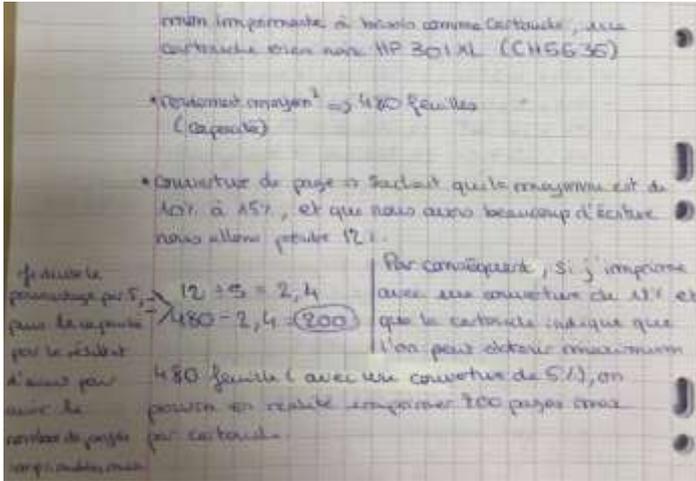
Ils se sont également souvent contentés de rechercher un nombre de feuilles nécessaires mais environ un tiers des élèves a pensé à rechercher le prix de l'encre.

Deux élèves ont produit une réponse en format numérique.

Parmi les idées des élèves concernant l'encre :

- Site internet proposant d'imprimer les pages.
- Formule d'abonnement mensuel avec des forfaits en fonction du nombre de pages.
- Nombre de pages par cartouche

<p>Site internet proposant d'imprimer les pages.</p> 	<p>Formule d'abonnement mensuel avec des forfaits en fonction du nombre de pages.</p> 
---	--



Une élève a recherché le taux de recouvrement d'encre sur une page et l'a adapté à la situation

**A) Nombre de chiffres sur une feuille :**

Je compte 3645 chiffres pour une feuille A4.

Sachant que le plus grand nombre premier compte 28 882 008, je veux savoir combien de feuilles A4 faut-il pour y inscrire tous les nombres.

$28\ 882\ 008 \div 3645 = 7926,198$

Il faut donc environ 8 521 feuilles A4 pour inscrire tous les chiffres.

**B) Prix d'une feuille / Coût de l'encre :**

HP Instant Ink - Abonnement :

<https://store.hp.com/franceStore/Merch/Offre.aspx?hp-instantink>

700 pages par mois = 19,99 euros.

Pour connaître environ le prix pour 6821 pages :

$6821 / 700 = 9,744\ 285\ 714$ .

$19,99\ \text{euros} * 9,744\ 285\ 714 = 194,788\ 271\ 004$ .

LE PRIX ÉQUIVAUT DONC À ENVIRON 195 EUROS.

Formule d'abonnement mensuel avec des forfaits en fonction du nombre de pages.

Durant la mise en commun des idées, le côté répétitif des calculs des nombres de Mersenne a permis de mettre en avant l'utilisation du tableur. Puis le fait de chercher si des « grands » nombres (à l'échelle d'élèves de 3<sup>ème</sup>) étaient premiers a montré l'intérêt d'utiliser le programme fait plus tôt dans l'année avec Scratch pour obtenir la liste des diviseurs d'un nombre. Enfin, pour la surface du toit du collège, nous avons reparlé du site Geoportail.

3<sup>ème</sup> temps en travail à la maison : (2 semaines)

Améliorer la première production en utilisant davantage l'outil numérique pour en même temps développer des compétences numériques en lien avec PIX :

			
1.1 Mener une recherche	1.3 Traiter des données	3.1 Développer des documents textuels	3.4 Programmer

4<sup>ème</sup> temps : en classe

Mettre en avant les travaux des élèves et le fait que les résultats varient selon les hypothèses effectuées.

D'où l'importance de bien communiquer son raisonnement...

Je propose également ma proposition et celle que mon collègue de Technologie s'est amusé à faire.



Pour terminer quelques erreurs que les élèves ont à chercher/analyser :

<p><b>Les frais de port :</b> (11,58 euros) <math>37,11 * 11,88 \text{ euros} = 440,87 \text{ euros}</math></p>  <p><b>L'encre :</b> (175 f = 10,58 euros (hors frais de port)) <math>6495 \text{ f} / 175 = 37,11</math> <math>37,11 * 10,58 \text{ euros} = 392,62 \text{ euros}</math> Il me faudrait 392,62 euros pour l'encre.</p>	<p>Ici l'élève calcule un nombre décimal de cartouches puis il ajoute des frais de port pour chaque cartouche.</p>														
<p>La superficie du toit du collège est-elle suffisamment importante pour retenir toutes les feuilles ? <math>623,7 \text{ cm}^2 * 6821 = 4\,254\,257,7 \text{ cm}^2</math> <math>= 42\,542 \text{ m}^2</math></p> <table border="1" data-bbox="124 667 603 712"> <thead> <tr> <th>km</th> <th>hm</th> <th>dam</th> <th>m</th> <th>dm</th> <th>cm</th> <th>mm</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>4</td> <td>2</td> <td>5</td> <td>4</td> <td>2</td> <td>5</td> <td>7</td> </tr> </tbody> </table> <ul style="list-style-type: none"> <li>Le toit n'est donc pas assez grand pour retenir toutes les feuilles.</li> <li>Total de la superficie des feuilles : 42 542 m<sup>2</sup>.</li> <li>Superficie du toit du collège : 890,78 m<sup>2</sup>.</li> </ul>	km	hm	dam	m	dm	cm	mm	4	2	5	4	2	5	7	<p>Mauvaise utilisation d'un tableau de conversion.</p>
km	hm	dam	m	dm	cm	mm									
4	2	5	4	2	5	7									
<p>En libération serif, taille 12 et sans marge nous avons 6527 caractères (écrit 1 sans cesse jusqu'à la remplir puis allez sur un compteur de caractères pour savoir quel était le nombre.</p> <p>Selon ma source une feuille A4 coûte 0,15 euros et une cartouche d'encre coûte 15,59 euros, Pour connaître le prix total on multiplie les deux prix ensemble</p> <p>On divise 24,862,048 par 6527 Ce qui nous donne 3809,10801287 On multiplie donc ce résultat par le prix d'une feuille A4 ce qui nous donne 571,36 euros à peu près.</p>	<p>L'élève dit multiplier le prix d'une page par le prix d'une cartouche...</p> <p>Puis dans sa réponse finale il n'utilise plus le coût de l'encre.</p>														
<p>on a besoin de 15232 pages donc:</p> <p><math>15235/1200=13</math>      13 cartouches</p> <p>donc:</p> <p><math>13*42=546</math>      <b><u>546€ d'encre</u></b></p> <table border="1" data-bbox="119 1400 821 1556"> <thead> <tr> <th>Type d'imprimante</th> <th>Consommation moyenne annuelle (kWh/an,10 000 pages) (ouverture d'une nouvelle fenêtre [source energy star])</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Jet d'encre économique 10/6 ppm*</td> <td>44,35</td> </tr> <tr> <td>**Duplex jet d'encre économique, 10/6 ppm</td> <td>44,22</td> </tr> <tr> <td><b>Laser économique, 20 ppm A3**</b></td> <td><b>55,5</b></td> </tr> </tbody> </table> <p><math>15235/10000=1,5</math>      <math>55*1,5=82,5</math></p> <p><b><u>82,5€ d'électricité</u></b></p>	Type d'imprimante	Consommation moyenne annuelle (kWh/an,10 000 pages) (ouverture d'une nouvelle fenêtre [source energy star])	Jet d'encre économique 10/6 ppm*	44,35	**Duplex jet d'encre économique, 10/6 ppm	44,22	<b>Laser économique, 20 ppm A3**</b>	<b>55,5</b>	<p>La consommation en kWh est comprise comme un prix en €.</p>						
Type d'imprimante	Consommation moyenne annuelle (kWh/an,10 000 pages) (ouverture d'une nouvelle fenêtre [source energy star])														
Jet d'encre économique 10/6 ppm*	44,35														
**Duplex jet d'encre économique, 10/6 ppm	44,22														
<b>Laser économique, 20 ppm A3**</b>	<b>55,5</b>														