L’enseignement des mathématiques en classe de seconde

Un nouveau programme ?

De quoi ce nouveau programme est-il porteur prioritairement ?

- Propose-t-il une simple mise en cohérence, un cadrage d’ordre purement technique, des contenus du programme de cette classe avec ceux du collège ?
- Confirmerait-il, ou non, un attendu de formation récurrent, constante de toutes les dernières réformes, que ce soit au collège (avec la mise en œuvre du socle commun), au lycée technologique (avec les programmes de spécialité L, ceux de ST2S et de STG) ou au lycée professionnel ? un attendu qui s’inscrirait aussi dans l’esprit de l’épreuve pratique expérimentée ces dernières années ? un attendu qui est déjà évalué au DNB ou au bac tout particulièrement dans les questions précédées de la remarque "*toutes traces de recherche même incomplète ou non fructueuse sera pris en compte* "

Autre question incontournable : Quelle prise en compte de la mise en œuvre du socle commun au collège doit on faire en seconde? Peut-on enseigner en seconde en ignorant tout de la mise en œuvre du socle commun qui, au collège, révolutionne les pratiques d’enseignement et d’évaluation ?

Rôle de la seconde

Quel est l’objectif fixé à cette classe :

1. former de futurs scientifiques ?
2. permettre à tout élève de faire des études pouvant nécessiter une certaine maîtrise des mathématiques ?

La SMF (société mathématique de France) a classé les objectifs à donner aujourd’hui à l’enseignement des mathématiques en **trois objectifs-clefs.**

- Garantir une formation de base en mathématique qui rend capable de réagir devant des problèmes de la vie courante. (les mathématiques du « monde réel »). Contribuer grâce à l’enseignement des mathématiques à construire chez tout élève les bonnes attitudes (esprit critique, capacité à mettre au point une démarche de résolution).
- Garantir une formation de futurs utilisateurs de mathématiques, capables d’anticipation, de prise d’initiative et informés de l’articulation avec les autres disciplines comme la physique, la technologie (besoin en simulation et algorithmique) :. médecins, techniciens, ingénieurs etc …
- Former des spécialistes en mathématiques (spécialistes capables d’abstraction, capables d’entrer dans le monde des objets mathématiques, des modèles).

Il n’y a pas de hiérarchie entre ces trois objectifs. Il ne s’agit pas d’opposer les « vraies » mathématiques aux « autres » mathématiques. Les trois aspects **sont respectables** et **complémentaires.**
L’enseignement a eu longtemps comme objectif d’apprendre aux élèves les mathématiques qui leur permettaient de continuer à faire des mathématiques. Or, en seconde, on trouve couramment des élèves concernés par l’un ou l’autre seulement de ces trois objectifs. Se focaliser essentiellement sur un enseignement de futurs utilisateurs des mathématiques peut-il permettre de former tous les autres ?
D’où la très grande complexité de l’enseignement des mathématiques en seconde.

Quelle est la réponse de l'institution (voir en tête du programme) ?
La classe de seconde est (et reste) une classe de détermination. Dans les documents concernant le nouveau lycée on peut lire : la classe de seconde n'est pas une classe de pré-orientation.

Comme dans tous les programmes récents, une liberté pédagogique réaffirmée !
Il n'y a aucune préconisation d'ordre pédagogique dans ce nouveau programme (sauf pour la formation à l'algorithmique et à la logique).
Contrairement à ce qui a pu être dit parfois, aucune obligation n'est faite d'adopter une démarche pédagogique systématique par résolution de problème. **C'est aux professionnels que sont les enseignants de faire les choix pédagogiques les mieux adaptés au public qu'ils ont à former.**

Mais cette liberté pédagogique ne peut s'exercer que si des objectifs précis sont donnés.
Comme dans les programmes de collège ces objectifs se déclinent en termes de **nature de problème que les élèves doivent savoir résoudre**. Le texte fixe aussi **le degré d'autonomie que les élèves doivent acquérir relativement à ces problèmes**.

Exemple d'objectif : Extraits de l'en-tête de la partie analyse et de la partie géométrie

Rendre les élèves capables d'étudier un problème
- d'optimisation ou du type f(x)>k et de le résoudre, selon les cas, en exploitant les potentialités de logiciels, graphiquement ou algébriquement, **toute autonomie pouvant être laissée pour associer au problème une fonction.**
- d'alignement de points, de parallélisme ou d'intersection de droites, de reconnaissance des propriétés d'un triangle ou d'un polygone, **toute autonomie pouvant être laissée sur l'introduction ou non d'un repère, l'utilisation ou non des vecteurs.**

Est à noter un changement important, parfaitement en phase avec ce qui est mis en place au collège pour la 5e année. La **place à donner aux compétences est confortée.** Le **degré d'exigence**, vis à vis de **tous les élèves, au niveau de l'acquisition des compétences est plus élevé**.

Construire un tel degré d'autonomie chez les élèves ne peut qu'induire leur confrontation fréquente à des problèmes posés sous une forme ouverte.
Or l'expérience prouvant que réaliser concrètement cela dans les classes nécessite du temps, ce nouveau texte recentre volontairement les contenus sur l'essentiel afin de mieux donner aux enseignants la possibilité de concilier ces trois objectifs dans une même classe : si on est moins contraint de «courir après le temps » pour faire acquérir beaucoup de contenus nouveaux aux élèves, on a davantage la possibilité d'obtenir que chaque élève, y compris le plus fragile, fasse bien à tout moment des mathématiques.

> Pendant les journées d'animation une question est revenue de façon récurrente : Le programme donne-t-il une place nouvelle à la résolution de problème ?
> Effectivement si «motiver l'introduction d'une nouvelle notion par la confrontation des élèves à un problème qu'ils ne savent pas encore résoudre » reste une stratégie pédagogique pertinente, porteuse de sens, le programme fixe un objectif de fin de formation : « que les élèves, après avoir construit des savoirs nouveaux, deviennent capables de résoudre, sans indication de méthode, des problèmes ».

Continuités nouvelles troisième-seconde

La partie « Fonctions ».

Un travail amorcé au collège mais une notion difficile à appréhender pour beaucoup d'élèves et dont la maîtrise est nécessaire à toutes les poursuites d'étude.

Un attendu clarifié au niveau de l'étude qualitative d'une fonction. L'objectif de la 3e est de faire émerger, progressivement, et sur des exemples, un processus faisant correspondre à un nombre un autre nombre. Les fonctions affines sont vues comme des exemples d'un tel processus, ce qui ouvre la possibilité de soulever des questions de fond sur la courbe représentative.

Conséquence pour la classe de seconde :

\>> **Eviter de faire en début d'année un chapitre « généralités sur les fonctions »** (voir point 2 du Doc ressource page 4),

\>> **Avant toute formalisation travailler de façon récurrente diverses manifestations du lien existant entre deux quantités qui varient**

\>> Poursuivre, comme dans tous les nouveaux programmes (STG, ST2S), le travail sur **le *distingo* entre la courbe représentative d'une fonction et les dessins que l'on peut en faire**.

Une pratique des « activités rapides » du début de séance peut offrir des occasions fréquentes et peu chronophages de travailler un tel lien. Confronter, par exemple, les élèves à des situations dans lesquelles, pour répondre à une question posée au départ, il y a besoin d'expliciter de diverses manières le lien entre deux quantités qui varient (formule, tableau de valeurs, nuages de points) et d'identifier les avantages et les inconvénients de tel ou tel aspect.

L'explicitation, sous la forme d'une définition formelle, de ce qu'est une fonction croissante (ou décroissante) sur un intervalle, **ne doit pas être un préalable** à l'étude qualitative des fonctions. (Cf programme page 3). La priorité est que les élèves aient compris ce qu'est une fonction croissante (ou décroissante) sur un intervalle.

Le programme ne fixe pas comme objectif qu'un élève devienne capable d'étudier le sens de variation d'une fonction par suivi de l'effet sur l'ordre des fonctions de référence. (Voir doc ressource page 11)

En revanche cela ouvre des pistes **de différenciation.** Il est possible de conduire certains élèves à accéder à une pratique de la démonstration formelle de la monotonie et dans ce cadre il serait important d'obtenir qu'ils comprennent bien que connaître l'ordre dans lequel f(a) et f(b) sont rangés ne suffit pas à conclure.

Mais alors que pourra faire un élève qui aura besoin, en cours de résolution de problème par exemple pour déterminer un maximum, de déterminer les variations de la fonction $x \mapsto -x^2 + 2x + 3$?

- Je sais que la courbe représentative d'une fonction polynôme de degré 2 a un axe de symétrie parallèle à l'axe des ordonnées. Or je vois sur le graphique que –1 et 3 ont la même image 0 et je le vérifie par un calcul ou bien je cherche les nombres x tels que $-x^2 + 2x = 0$, je trouve alors les deux nombres qui ont la même image 3 (f(0) =3 et f(2)=3).
  J'en déduis que l'axe de symétrie de Cf est la droite d'équation x=1 (ou l'ensemble des points qui ont pour abscisse 1).
  La fonction change donc de variation en 1 et comme f(–1)<f(1), avant 1 elle est croissante, et donc après 1 elle décroît.

- Il semble que la fonction présente un maximum égal à 4 en la valeur 1. Pour en être sûr je dois démontrer que, pour tout nombre x, $f(x) < 4$. Pour cela :
  Je vais calculer $f(x) - 4$ et démontrer que c'est un nombre toujours négatif,
  ou
  je vais démontrer que $f(x) - 4$ est toujours l'opposé d'un carré qui s'annule en 1,
  ou
  je vais vérifier par un calcul que, pour tout x, $f(x) - 4 = -(x-1)^2$.

Attention à la tentation de donner *a priori* aux élèves une règle qu'il suffirait d'appliquer, règle du genre « signe de a » et changement de variation en « $-\frac{b}{2a}$ ».

Un élève qui conduit des raisonnements analogues aux raisonnements précédents, raisonnements qui peuvent être différents d'une situation à l'autre, réalise une vraie activité mathématique. Une règle devrait rester pour tout élève le moyen d'aller plus vite une fois qu'il a compris.

> Durant les journées d'animation la nature de l'autonomie à laisser aux élèves a été interrogée.
> Par exemple : peut-on dire d'un élève qui détermine le sens de variation d'une fonction polynôme du second degré en mettant en œuvre l'un ou l'autre des raisonnements donnés ci-dessus qu'il fait preuve d'autonomie : il ne peut le trouver seul et si le professeur l'a déjà fait en classe, il ne fait qu'appliquer.
> Consensus a été obtenu sur le fait qu'un élève **ne peut exercer son autonomie qu'à partir du moment où son professeur lui a appris des choses.** Donc «être en mesure d'identifier le contexte pertinent d'utilisation d'un savoir (par exemple sur les fonctions polynôme du second degré) et exploiter ce savoir de façon pertinente en ayant un degré de liberté sur la méthode c'est faire preuve d'autonomie.

Comme dans toutes les parties du programme (et comme du reste dans tous les programmes de collège), **l'attendu est de centrer les apprentissages sur la construction par l'élève des compétences propres à la résolution de problèmes.**

Dans l'ancien programme sur la partie *Calcul et fonctions*, dans la colonne *capacités attendues*, il n'y avait pas de trace du mot problème. Dans le nouveau, sur la partie *Fonctions*, dans la même colonne on peut trouver :
- Associer à un problème une expression algébrique
- Identifier la forme la plus adéquate d'une expression en vue de la résolution du problème donné
- Mettre un problème en équation
- Modéliser un problème par une inéquation
- Résoudre algébriquement les inéquations nécessaires à la résolution d'un problème.

L'objectif prioritaire est donc de rendre les élèves opérationnels dans le cadre d'une résolution de problèmes sans mettre en préalable une maîtrise technique excessive. Cela ne revient pas à supprimer tout entraînement technique mais impose de donner à cet entraînement technique sa juste place.

La partie « Géométrie ».

- **La géométrie repérée n'est plus travaillée au collège**

Seul acquis : les coordonnées d'un point dans un repère orthonormé (lecture, construction d'un point dont on connaît les coordonnées).
Sont donc à construire : le calcul des coordonnées du milieu d'un segment et celui de la distance entre deux points.

Les élèves ont travaillé le fait que la représentation graphique d'une fonction affine est une droite.
Reste une question importante à étudier : toute droite non parallèle à l'axe des ordonnées est-elle la représentation graphique d'une fonction affine ?

Caractérisation du parallélisme de deux droites.

- **Les vecteurs ne sont plus étudiés au collège.**

Le point de vue retenu sur les vecteurs est celui de la géométrie repérée, un **vecteur étant alors un couple de nombres réels**. C'est ce point de vue qui doit être privilégié dans les problèmes.

La définition des vecteurs à partir des translations n'est là que pour donner un caractère intrinsèque à la notion de vecteur.

Deux remarques importantes :

- **Le professeur a toute liberté de ne pas commencer par la définition donnée dans le programme**. En revanche les élèves doivent savoir *in fine* que l'on peut définir de façon intrinsèque un vecteur.
- **L'objectif n'est pas d'étudier la translation**. Il s'agit bien de se centrer sur la liaison avec la géométrie repérée. Aucune propriété de la translation n'est au programme. Aucun exercice utilisant la translation ne devrait être proposé aux élèves.

Attention : Les seules transformations connues des élèves au sortir du collège sont les symétries axiale et centrale.

Là aussi on l'a vu l'autonomie de la démarche est à construire : choix ou non d'un repère, utilisation ou non des vecteurs …

- **En géométrie dans l'espace.**

Les acquis du collège concernant les solides usuels sont à entretenir. Au niveau des contenus le programme fixe comme objectif de passer des solides aux objets de l'espace (droites et plans) et de faire étudier la position relative de ces objets.

On ne va plus jusqu'à l'orthogonalité d'une droite et d'un plan dans l'espace.

La partie « Statistiques et probabilités ».

La notion de probabilité est abordée en troisième.
Objectifs du travail à réaliser dans cette classe :
• Former à l'aléatoire,
• Interroger sur la mathématisation du hasard,
• Introduire et faire fonctionner quelques concepts probabilistes.

Le travail vise donc
1°) à faire émerger les représentations existantes (du genre « quand je viens de lancer 20 fois un dé et que je n'ai pas encore obtenu de 6, j'ai plus de chance la 21e fois d'obtenir un 6 »), les confronter, les expliciter, les faire évoluer.

2°) Faire préciser

- de quoi on parle : qu'est ce qu'une expérience aléatoire ? qu'est-ce qui ne l'est pas ? (une expérience est aléatoire à condition qu'elle puisse se répéter dans les mêmes conditions, qu'elle ne donne pas toujours le même résultat mais que tous ses résultats soient bien identifiés). Quelle est la liste des issues ? (Si on observe un dé le problème des issues ne se pose pas : il va de soi qu'il y a six issues possibles. En revanche supposons que l'on dispose d'une bouteille opaque qui contient des billes de couleurs (bouteille dont on ne connaît pas le contenu). Supposons encore qu'après l'avoir secouée, on ne puisse voir par l'ouverture qu'une seule bille. Arrêter la liste des issues possibles d'une telle expérience aléatoire relève de la modélisation « j'ai observé des billes de couleur rouge, verte, bleue. Mais y a-t-il une autre couleur ? »).
- sur quoi on travaille : les événements (qui présupposent que l'expérience est réalisée) sont définis par un énoncé concernant les issues de l'expérience aléatoire, et dont on ne peut pas dire avant d'avoir réalisé l'expérience s'il est VRAI ou FAUX.

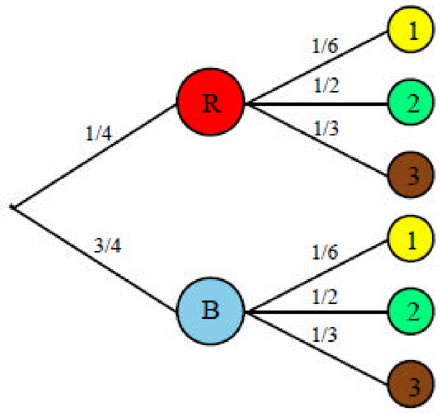
3°) Développer et mettre en œuvre une démarche de modélisation et de validation à partir de l'analyse de situations réelles :

- Est-ce que j'ai plus de chance d'obtenir ceci ou cela ? comment le mesurer ?
  Dans ce cadre il est essentiel de mettre en évidence des invariants : la somme des fréquences est égale à 1, la fréquence d'un événement est la somme des fréquences des issues, prendre une fréquence d'une fréquence d'un nombre N revient à multiplier les fréquences (voir extrait document ressource ci-dessous). Ce sont ces invariants qui donnent sens aux calculs de probabilités.
- Choix d'une fréquence comme modèle.
- Se poser la question de la validation du choix du modèle ? peut-on ou ne peut-on pas valider ce choix ?

Extrait du document ressource collège

On cherche la probabilité d'obtenir chacun des six résultats possibles à l'issue des deux étapes : (R, 1), …, (B, 3).

On peut pondérer l'arbre avec les probabilités :



Comment évaluer la probabilité du résultat (R, 1) ?

L'approche fréquentiste de la probabilité permet la justification suivante :

Imaginons que l'on reproduise 120 000 (ou N) fois l'expérience. 1/4 de ces expériences environ suivront la branche vers R, et parmi celles-ci 1/6 environ iront vers 1.

Donc il y en a environ $\frac{1}{6}\left(\frac{1}{4}\times 120\,000\right)$ ou $\frac{1}{6}\left(\frac{1}{4}\times N\right)$, soit 5 000 (ou N/24) qui conduiront au résultat (R,1). La fréquence correspondante est 5 000/120 000 ou 1/24.

De manière plus générale, ceci conduit à admettre que la probabilité d'obtenir R à la première épreuve et 1 à la deuxième est égale au produit des probabilités 1/4 et 1/6, rencontrées sur le chemin représentant le résultat (R, 1).

Ce résultat peut être institutionnalisé, par exemple sous la forme suivante :

Dans un arbre, la probabilité du résultat auquel conduit un chemin est égal au produit des probabilités rencontrées le long de ce chemin.

Mais cette connaissance n'est pas un objectif du programme et on ne proposera que des exemples très simples dans lesquels un raisonnement permet facilement de trouver les résultats en leur donnant du sens.

Toutefois cette formation reste à consolider en seconde. Lors de la première année de mise en œuvre de cette partie du programme les professeurs de collège ont souvent mis l'accent davantage sur le calcul de probabilité que sur la formation à l'aléatoire et à la modélisation.

Au sujet de l'algorithmique :

Question n°1 :
Pourquoi faire faire de l'algorithmique aux élèves ? Quelles sont les raisons d'un retour de l'algorithmique (et/ou de l'attendu nouveau sur l'algorithmique) dans les programmes ?

- **Une exigence de formation :**

Raison n°1 : Une exigence de formation « classique » en mathématique : la logique et la rigueur. L'algorithmique est un lieu privilégié d'exercice de la logique et de la rigueur. Écrire un algorithme qui « marche » nécessite d'avoir envisagé la globalité du problème et tous les cas particuliers.

Raison n°2 : Un attendu nouveau au niveau de la formation initiale en mathématiques : ceux qui utiliseront des mathématiques dans leur métier utiliseront pour la plupart des mathématiques de manière algorithmique. Actuellement 30 % de la recherche et développement dans le monde se fait dans le domaine de l'informatique.

Raison n°3 : La question d'intégrer un programme d'informatique aux programmes enseignés en lycée se pose de plus de plus nettement. L'enjeu est le suivant : si on ne le fait pas, on fait courir à la nation le risque que tout ce qui relève de l'informatique ou qui nécessite de l'informatique soit fait par les autres pays.

- **Une exigence nouvelle au niveau des compétences:**

La compréhension de ce qui est confié à la machine, de ce qu'il y a dans les « boites noires »

Dans l'enseignement des mathématiques on est passé au fil des années :

- Il y a 40 ans : des mathématiques se devant de pallier des insuffisances de la calculatrice. Par exemple dans les années 70, 80 nécessité de faire des algorithmes et un minimum de programmation avec la calculatrice pour obtenir par exemple le terme de rang 100 d'une suite, une valeur approchée d'une intégrale, une solution approchée par dichotomie etc …)
- A partir des années 80 : des mathématiques facilitées par une plus grande performance de l'outil (logiciel de géométrie dynamique, calcul formel) mais aussi beaucoup plus dépendantes de l'outil (délégation à la machine et donc possibilité de perte de maîtrise, de perte du sens)
- Dans les programmes d'aujourd'hui on constate une exigence nouvelle : la compréhension de ce qui est confié à la machine. Par exemple à l'école primaire plus qu'une maîtrise poussée des techniques opératoires (multiplication d'un nombre à 4 chiffres par un nombre à 3 chiffres par exemple) c'est la compréhension de l'algorithme opératoire qui est visé : pourquoi lorsque l'on abaisse un zéro, met une virgule etc on obtient bien le résultat attendu ? Par exemple une déontologie à avoir vis à vis du calcul formel qui passe par la maîtrise du cas simple, la délégation à la machine se limitant au cas où cela devient complexe ; l'habitude de mettre en place des éléments de contrôle (formation à l'esprit critique).

Question n°2 :
Quels sont les attendus de formation sur l'algorithmique au niveau du lycée et plus précisément au niveau de la classe de seconde ?

L'attendu consiste à proposer aux élèves **une initiation à la programmation structurée.**

Pour cela les algorithmes doivent respecter un certain nombre de règles :

- **Ecriture modulaire** dans laquelle les différentes tâches constituent des blocs distincts, ce qui permet de comprendre ou de modifier facilement un programme.
- **Structures « entrée - sortie »** (nombre, chaîne de caractères)
- **Structures de contrôle (tests, boucles)**

  Structure séquentielle : suite de calculs et d'affectations

  Structures conditionnelles : si alors (test simple), Si alors …sinon (test complet)

  Structures itératives : pour i = … à …, tant que (test fait au départ), répéter jusqu'à (test à la fin).

Remarque : En classe de seconde la pratique de la récursivité n'est pas attendue.

Qu'est-ce qu'un algorithme ?

Un algorithme est une méthode qui permet de résoudre, dans tous les cas identifiés *a priori*, un problème en un nombre fini d'étapes.

CSQ : Une notion à découvrir lors de la résolution de problème. Autrement dit sur ce point précis le document ressource incite à adopter une stratégie pédagogique par résolution de problèmes, le traitement algorithmique d'un problème venant élargir la palette des résolutions accessibles aux élèves.

Cette méthode peut tout d'abord être schématisée et puis écrite en langage naturel avant d'être traduite en langage informatique (fonction du logiciel de programmation utilisé).

Pourquoi ne pas revenir aux organigrammes ?

Il y a quelques années l'écriture de programmes en langage de bas niveau (langage machine, assembleur) imposait dans l'écriture des programmes de descendre à un degré de finesse important tel que le suivi pas à pas du fonctionnement d'une boucle avec pointeur et test d'arrêt. Les organigrammes avaient alors pour but de simuler au plus près le fonctionnement de la machine et de faciliter la gestion de l'adressage (GOTO, Label). Les langages évolués utilisés aujourd'hui permettent de se libérer de cette contrainte.
Pour autant **on ne s'interdit pas des schémas s'ils peuvent faciliter la modélisation du problème.** Mais on ne les cultive pas non plus *a priori* lorsque les élèves peuvent écrire directement un algorithme en langage naturel.

Attention : Il s'agit bien de conduire les élèves à une pratique active qui ne se résume pas à l'écriture de programme. C'est bien une formation à la modélisation et à l'esprit algorithmique qui est visée.

Quelles compétences attendues des élèves ?

- Faire fonctionner un algorithme en langage naturel et identifier ce qu'il produit
- Modifier un algorithme soit pour l'adapter à un nouveau problème, soit pour **le rectifier** parce qu'il y a erreur (mise en place de la démarche de contrôle)
- Ecrire un algorithme
- Traduire un algorithme sous forme de programme et le mettre au point.

Question N°3
Quelles stratégies pédagogiques privilégier ?

- **Conduire les élèves à une pratique active**
  Autrement dit
  Les confronter à des **problèmes posés sous une forme ouverte** et si possible connectés aux notions du programme à étudier (il ne s'agit pas de surcharger le programme et l'algorithmique est une manière de résoudre des problèmes)

  Poursuivre leur apprentissage en modélisation (on est sur le même attendu qu'en analyse, en géométrie etc …).

- **Ne pas faire de cours spécifique**

> Une question revenue de façon récurrente durant les journées d'animation :
> **Traiter de certaines notions « à propos de » sans y consacrer un chapitre** (c'est le cas pour les fonctions, pour l'algorithmique et la logique, ..) interroge de façon récurrente le temps de la formalisation, la nature de la formalisation (ancrage intermédiaire ou formalisation définitive ?) les traces et la façon de gérer ces traces.

Remarque : Cette question a souvent été provoquée par le fait qu'il est préconisé de ne pas faire de cours spécifique sur l'algorithme, mais elle ne se limite pas à cette seule formation et concerne plus largement ce programme.

Mais alors quelle place pour la formalisation ? Faut-il en faire, ne pas en faire du tout ? Si on décide d'en faire comment alors gérer les traces écrites ?

Ne pas faire de cours spécifique et privilégier un apprentissage via la résolution de problèmes pris dans tous les champs du programme n'interdit pas que l'on fasse a posteriori et à distance une formalisation.

Elle peut prendre des formes diverses :
Par exemple

- on peut concevoir des supports gérés de manière non linéaire par rapport au temps et choisir, par exemple, un classement par thèmes étudiés ou/et compléter progressivement une fiche exprimant les démarches utilisées (en algorithmique par exemple des indications sur la traduction dans un(des) langage(s) adapté(s) ;voir la dernière feuille du document d'accompagnement)
- on peut engager les élèves à faire un feed back par exemple sur les différents algorithmes rencontrés, à en identifier les constantes et à les formaliser. Ainsi les élèves

peuvent personnaliser leur(s) fiche(s) en fonction en particulier du modèle de leur calculatrice. Dans ce cas, un contrôle par l'enseignant est indispensable.

- On peut inciter les élèves à choisir dans tous les exemples rencontrés celui qui pour eux jouerait le rôle d'exemple de référence et à le commenter (cela pourrait faire l'objet d'un travail personnel avec correction individuelle par le professeur).

- **Quels langages informatiques privilégier ?**

Il s'agit de permettre un **apprentissage progressif en veillant à ne pas multiplier le nombre de logiciels** de programmation utilisé et en même temps de **permettre à l'élève de travailler le choix du logiciel (**l'environnement**) le mieux adapté à la nature (*la complexification*) de l'algorithme.**

Une clef de la réussite : Une culture d'équipe disciplinaire à construire dès la seconde.

> Seule une confrontation régulière des élèves aux savoir-faire techniques utiles pour étudier un problème de mathématiques (savoir-faire qu'il n'est pas nécessaire d'évaluer pour eux-mêmes) peut leur permettre, en situation de résolution de problème, de ne pas avoir leur réflexion parasitée par des obstacles techniques. Articuler ces confrontations à la progression peut être facilitateur.

Lors de la résolution de problème, l'attendu jusqu'à cette année était que les élèves soient capables de mobiliser les outils disponibles (logiciels de géométrie dynamique, tableurs, grapheurs, calculatrices) pour étudier des problèmes …

L'algorithmique/programmation est une démarche supplémentaire, régie par ses règles propres, qui doit trouver sa place auprès des autres.
Cette démarche présentant l'avantage de construire chez les élèves des compétences essentielles à leur formation scientifique : logique, rigueur, capacité à modéliser, exercice de l'esprit critique et mise en place d'éléments de contrôle…

Question N°4
Quelles évaluations mettre en oeuvre ?

L'évaluation de ces compétences gagnerait **à s'inscrire dans la nouvelle culture d'évaluation apportée par l'expérimentation de l'épreuve pratique du BAC réalisée ces dernières années.**

Dans le document ressource, il est proposé de procéder à une évaluation par compétences qui ne conduit pas nécessairement à une note.
Pour évaluer

- des compétences liées davantage à la démarche qu'à la seule maîtrise des logiciels (ce qui est à faire lors de l'épreuve pratique)
- des compétences d'auto-contrôle (identification et rectification d'une erreur).

Il semble indispensable que le professeur puisse intervenir pendant l'évaluation au moins auprès de quelques élèves par exemple pour valider un résultat ou faire identifier un problème et permettre à l'élève d'aller plus loin, pour l'engager à regarder plus attentivement tel ou tel point, pour donner une indication d'ordre logiciel etc …

Deux types d'évaluation possibles :

• évaluation spécifique avec ou sans machine (style épreuve de bac L) : interprétation ou rectification d'un algorithme déjà écrit, écriture d'un algorithme répondant à une commande spécifique et explicite. Cela entre parfaitement dans le cadre d'une évaluation « ordinaire » de mathématiques. Dans le cadre d'une épreuve classique avec calculatrice, le professeur n'intervient pas.

• évaluation de type épreuve pratique (sans pour autant chercher à reproduire le cadre d'une évaluation type BAC) avec un problème à résoudre pour lequel la programmation d'un algorithme est **une démarche possible**, à l'initiative de l'élève. Cette utilisation ou non de l'algorithmique peut dépendre de la modélisation choisie. Dans ce cadre un professeur peut, en cas de besoin, intervenir auprès de quelques élèves.

Par ailleurs, au niveau de l'évaluation formative, il ne faut pas négliger l'introduction de parties algorithmiques dans les devoirs à la maison (utilisation de logiciels à la maison, au lycée, calculatrices).

Conclusion

Ces journées d'animations pédagogiques ont permis de **conscientiser quelques bonnes pratiques** qui sont d'ores et déjà présentes dans les classes et qui sont à renforcer parce qu'elles sont particulièrement favorables à l'atteinte des objectifs fixés par ce nouveau programme.

- Ouvrir les questions posées aux élèves et leur laisser régulièrement l'initiative de la démarche (choix de la fonction, du repère, de la façon de simuler une expérience aléatoire, un déplacement etc …) de façon à les former à la modélisation et à construire chez eux les compétences propres à la résolution de problème.

- Valoriser les stratégies personnelles afin d'améliorer l'activité mathématique de tous.

- Différencier les exigences et le travail proposé en fonction des aptitudes des élèves.

- Donner place aux compétences dans l'évaluation (dans l'esprit de l'épreuve pratique)

Par ailleurs
- Différer certaines institutionnalisations facilite l'assimilation des connaissances par les élèves tout particulièrement ceux qui sont plus fragiles
- Éviter les progressions par blocs, mettre en relation et solliciter le plus possible les notions déjà travaillées (ce que les activités rapides de début de séance peuvent faciliter), favorisent la pérennité des acquis.

La réalisation des objectifs fixés par ce nouveau programme nécessite aussi des pratiques nouvelles, à inventer et à expérimenter tout particulièrement au niveau de **la trace écrite.**
Si, au vu de ces objectifs, fonctionner par chapitres ne semble plus pertinent, pour autant, il est nécessaire que l'élève puisse disposer de traces dans lesquelles il se retrouve et avec lesquelles il peut retravailler. Par ailleurs les familles sont souvent demandeuses d'une structure classique de l'écrit (*Où est ton cours ?*)
Il faut donc tenir compte d'une double contrainte : faire en sorte que l'élève puisse repérer les éléments forts dégagés lors des différentes activités de classe (que ce soit dans le cadre d'une résolution de problèmes, d'un entraînement technique, ou de l'introduction d'une notion), tout en différant certaines institutionnalisations pour permettre à tous de s'emparer de la notion.

Annexe : Exemple de problème ouvert développé dans certaines animations.

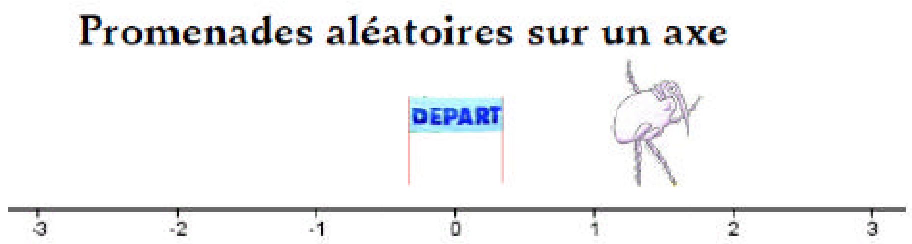
Ce problème a servi de support:

- pour mettre en évidence la place de la modélisation dans le traitement algorithmique d'un problème,
- illustrer ce qui pourrait raisonnablement être attendu d'un élève de seconde au niveau de l'algorithmique,
- ouvrir des pistes de différenciation pédagogique.

Un des objectifs fixés par le programme est de faire réfléchir les élèves à la mise en œuvre et à la réalisation d'une simulation.
Remarque : cet objectif n'est pas nouveau puisque les simulations faisaient déjà partie du programme précédent.

Exemple de la marche aléatoire présentée dans le document ressource sur proba et stats. Page 12

Trajectoire constituée de pas successifs, aléatoires et indépendants.
Des applications multiples tant en botanique (mouvement brownien : caractère apparemment erratique du déplacement de particules de pollen dans l'eau), en SP (trajectoires d'une molécule dans un liquide ou un gaz), en sciences informatiques (certains moteurs de recherche utilisent des marches aléatoires pour parcourir des pages internet)



Une puce se déplace sur un axe gradué : à chaque saut elle se déplace d'une unité, de manière aléatoire et équiprobable vers la droite ou vers la gauche. Elle part de l'origine et effectue une marche de 30 sauts.

Problème : **Automatiser une marche aléatoire et donner la position de la puce à l'arrivée**

Passages obligatoires pour tout élève

Nœud n°1 : Compréhension de l'aléatoire

- Comment le **modéliser** ? expérience aléatoire à deux issues qui ont exactement la même chance d'être obtenues.
- **Comment simuler cette expérience aléatoire** ? (on simule le modèle)

par une expérience concrète lancer de pièces bien équilibrée ? par un lancer de dés et la focalisation sur les deux événements « obtenir un numéro pair » « obtenir un numéro impair » ?

par une utilisation d'un logiciel ou d'une calculatrice ? liste de nombres aléatoires (fonction aléa) traitée à la main ? fonction alea entre bornes du tableur ? fonction alea() ou random () ? Mais alors comment obtenir avec une telle fonction deux issues équiprobables ?

Si on a déjà travaillé la simulation du lancer d'un dé avec les élèves, ils peuvent naturellement penser par exemple à :

*ENT(2*ALEA()) qui génère des 0 et des 1 de façon équiprobable.*

Mais avec un logiciel tel qu'Algobox il faut penser à mettre le résultat de ce calcul dans une variable

Nœud N°2 : **Comment va-t-on modéliser un pas ?**

modélisation de la position de la puce par une variable x ;
initialisation, modélisation de l'avancée +1, du recul –1

Comment faire avancer ou reculer la puce aléatoirement et de façon équiprobable ?

Un Test : Si en simulant l'expérience aléatoire on a obtenu 0 la puce recule (autrement dit on enlève 1 à X), si on a obtenu 1 la puce avance, (autrement dit on ajoute 1 à X)

Encore mieux ! Si au lieu de simuler l'expérience en générant des 0 et des 1, on arrivait à la simuler aléatoirement en générant des –1 et des 1 ? Comment faire ?

*ENT(2*ALEA()) qui génère des 0 et des 1 de façon équiprobable.*
Je veux deux nombres entiers différents de 2 ; on dilate
*2 * ENT(2*ALEA()) qui génère des 0 et des 2 de façon équiprobable.*
Je veux -1 et 1 , on translate
2(ENT(2*ALEA()) -1 génère bien des -1 et des 1 de façon équiprobable.*

Dans ce cas le test est inutile il suffit d'ajouter la valeur de cette variable dans X
On associe à chaque saut +1 ou -1 et on totalise (exemple avec le tableur)

Nœud N°3 : Comment va-t-on **passer d'un pas à une marche de 30 pas successifs ?**

Ajout d'une structure de contrôle supplémentaire : une boucle « pour I=1 à 30 » qui permet de réitérer 30 fois un saut.

> Un objectif raisonnable de fin de seconde est que les élèves parviennent de façon autonome à automatiser une marche de 30 pas.
> Mais pour gérer les rythmes différents des élèves on peut facilement, pour laisser plus de temps à certains, proposer des prolongements stimulants pour des élèves plus rapides.

Des pistes pour mettre en œuvre une différenciation pédagogique : Un problème … des problèmes

1. Tiens c'est étonnant la puce semble toujours arriver à des résultats pairs ! Pourquoi est-ce vrai ?
   Une question défi à proposer à des élèves rapides ?

2. Des élèves qui ont fini le travail précédent : Chiche : je vous change le cahier des charges !
   La puce fait 35 marches consécutives. On veut afficher la liste des positions finales
   Autre commande : La puce fait n marches consécutives. On veut afficher
   - le détail de chaque marche ainsi que la position finale.
   - la distribution des positions finales et sa représentation sur un graphique.