

Objet : **Apprentissage des maths et résolution de problème.**

Constat de départ.

Donner SENS aux connaissances à acquérir en mathématiques : une difficulté principale de l'enseignement à l'école. Dans l'enseignement primaire depuis 15 ans on s'est beaucoup intéressé à la maîtrise de la langue et on a délaissé l'enseignement des maths. Mais on se retrouve confronté aujourd'hui à un problème de société : la pénurie de scientifiques. Or le goût ou le dégoût des mathématiques se met en place dès le primaire.

Quatre des enjeux principaux des apprentissages de mathématiques à l'école :

- Fournir des outils
- Développer la capacité à utiliser ces outils en autonomie (autrement dit faire acquérir une **compétence**). La seule évaluation qui serait à faire serait de tester la maîtrise des outils au sein de la résolution de problème.
- Contribuer à la formation générale
- Initier la culture mathématique (notion à développer car moyen de **comprendre le monde et d'agir dans le monde**).

Au niveau de la connaissance des nombres :

Par exemple au CP

- techniques {
- Compétence n°1 : Savoir réciter la suite des nombres entiers
 - Compétence n°2 : Savoir lire et écrire les nombres entiers
 - Compétence n°3 : Savoir utiliser les nombres entiers pour dénombrer une collection (répondre à la question **combien ?**)
- Compétence n°4 : Savoir utiliser en autonomie le dénombrement pour répondre à un problème.

Un laps de temps important peut avoir lieu entre l'acquisition de la compétence n°1 et celle de la compétence n°3. Mais l'essentiel est la maîtrise de la compétence n°4.

Exemple de situation problème permettant de tester cette dernière compétence :

Il y a des pots de yogourts sur le bureau et des couvercles sur une table dans le fond de la classe. L'élève doit aller chercher exactement le bon nombre de couvercles pour fermer les pots qui sont sur le bureau.

L'école ne doit pas se limiter aux seules compétences techniques. Seule la maîtrise de la compétence « **A quoi cela sert ?** » permet de donner du SENS !

Mais attention : il n'y a pas d'ordre ! Il ne faut pas imposer le « **comment cela marche !** » et donc la technique d'abord pour proposer le « **A quoi cela sert ?** » ensuite. L'envie de s'approprier de nouveaux outils passe aussi par le « **A quoi cela sert ?** » !

Quel sens donner aux nombres en CP ?

Le nombre pour garder la mémoire des quantités.

Par exemple : les moutons que le berger doit compter le soir. C'est résoudre des problèmes de ce type qui historiquement a motivé l'invention des nombres.

Exemple de problème permettant de travailler la compétence n°4:

Le robot qu'il faut compléter par des gommettes.

Trois étapes différentes qui traduisent une gradation dans la maîtrise.

Le nombre pensé Etape n°1 : Aller chercher soi-même le nombre de gommettes ad hoc.

Le nombre dit Etape n°2 :Oraliser la commande pour la faire effectuer par un autre.

Le nombre écrit Etape n°3 : Commander par écrit sur un papier suffisamment petit pour contraindre à l'écriture du nombre

Ce que devrait être l'enseignement des mathématiques :

Des connaissances techniques au service de la résolution de problèmes clairement identifiés et reconnus comme pertinents.

1. Etats des lieux

Quelques données :

◆ Evaluations 6^{ième} 2002-2003

50 photos et un classeur dans lequel on peut mettre 6 photos par page. Quel est le nombre de pages remplies ? Combien de photos sur la dernière page ?

6 élèves sur 10 résolvent le problème correctement mais 4 sur 10 ne font rien !

Pour justifier l'incapacité des élèves à résoudre ce type de problème sont trop souvent mises en avant des difficultés dans le domaines de la lecture.

Pourtant un élève dispose à l'entrée en 6^{ième} de multiples procédures :

–Niveau CP : le dénombrement

Avec un paquet de 50 objets on fait des regroupements de 6 objets et on compte 8 regroupements.

–Niveau CE1 : L'addition réitérée. On compte de 6 en 6 et on obtient 48. De 48 pour aller 50 il y a 4.

–Niveau CE2 : Encadrement par deux multiples de 6. Utilisation de la table de multiplication par 6.

–Niveau CM1 : La division par 6. Reconnaissance d'un problème « combien de fois 6 dans 50 ? ».

Bien sûr la solution experte est la division ou la multiplication à trou mais il y a deux solutions personnelles possibles . Alors comment expliquer que l'on trouve des réponses aberrantes du genre $50-6$ ou $50+6$ ou encore 50×6 ?

Une question qu'il faut se poser :

Comment se fait-il que des élèves ne pensent pas , n'osent pas, ne se croient pas autorisés à utiliser d'autres procédures que les seules procédures expertes ? Les élèves savent sûrement plus de choses qu'ils ne le montrent !

◆ Evaluation PISA : l'aire de l'antarctique

Les jeunes français montrent nettement plus de difficultés que ceux d'autres pays à utiliser ce qu'ils savent pour bricoler une réponse lorsqu'il n'y a pas de stratégie immédiatement disponible.

Il faudrait développer l'imagination, l'inventivité, la prise d'initiative, le travail sur le raisonnement.

L'objectif est de faire en sorte que les élèves qui n'associent pas à un problème donné une solution experte ad hoc puissent bricoler autre chose et résoudre le problème autrement.

2. Qu'est ce qu'un problème ?

Rappel de quelques idées force :

– Ne pas confondre apprendre à chercher et à lire un énoncé

– L'énoncé ne fait pas le problème. Il n'y a problème « mathématiques » qu'à chaque fois que la résolution nécessite le recours à des notions mathématiques ... et que la question n'est pas résoluble immédiatement.

Une idée que chaque professeur doit garder en mémoire et installer dans la tête des élèves :

Un problème qui ne pose pas de problème n'est plus un problème !

Conséquence : il faut différencier les problèmes proposés en fonction des élèves pour que chaque élève ait bien la possibilité d'être régulièrement confronté à des problèmes qui lui pose bien problème.

Un exemple tout simple : le calcul réfléchi

au CE1 : 43 moins 5

au CM2 : 52 divisé par 4

sont des problèmes pour tous les élèves

Il y a en effet diversité des stratégies :

$52 = 48 + 4$ et $48 = 4 * 12$ donc $52 = 4 * 13$

$52 : 2 = 26$ et $26 : 2 = 13$

$52 = 40 + 12$ et dans 40 il y a 10 paquets de 4, dans 12 il y en a 3 donc au total 13 paquets de 4.

Le calcul réfléchi une façon simple de poser de vrais problèmes aux élèves !

Quelques pistes pour que les problèmes posent les « bons » problèmes et offrent de réelles situations d'apprentissage :

– Enlever les « parasites » autrement dit **favoriser l'appropriation du problème.**

La résolution commence quand l'élève a compris la question. Il faut donc tout faire pour que les élèves les plus en difficultés soient réellement en situation de problème. Par exemple il faudrait gommer les difficultés de lecture (attention au travail systématique sur fiche !). On peut partir d'un énoncé transmis oralement, d'un schéma... . Les supports de présentation sont à varier.

– **Décontextualiser les problèmes**

Résoudre un problème mettant en œuvre la division dans le chapitre « division » ne contribue pas à donner du sens à la division. Il faut proposer des problèmes qui ne soient pas simplement des problèmes d'application qui se réduisent à un simple entraînement technique. Pour cela quand on travaille la division il faut veiller à mélanger des problèmes qui exploitent avec des problèmes qui n'exploitent pas la division. (attention à la place de l'exercice dans le manuel ou au titre indiqué au tableau ou dans le cahier !)

– **Inciter les élèves à chercher**

Attention aux incitations du genre « **relis l'énoncé !** » ou « **cherche dans ta tête !** » qui ne sont d'aucune aide !

Différencier c'est aussi donner à tous la même tâche mais en revanche accepter des procédures différentes. Il faut veiller à ce que devant un problème l'élève cherche bien une réponse à la question posée et non pas la réponse qui est dans la tête du professeur. Pour inciter les élèves à inventer, à bricoler, il est essentiel de prendre en compte et de valoriser toutes les stratégies trouvées, de ne pas magnifier la méthode utilisant la procédure experte (par exemple une division ou un calcul sur des nombres) sinon les élèves vont valider le fait que le contrat didactique consiste donner une opération.

Attention au distinguo : corriger et mettre en commun !

3. L'importance du calcul mental

Mais déjà apprendre aux élèves à « poser des opérations et les effectuer » est-il toujours un objectif de formation indispensable ?

Aujourd'hui on dispose en effet d'outils de calcul qui rendent cette maîtrise non vitale. Par exemple on n'apprend plus au collège à extraire les racines carrées, on utilise la calculatrice !

Pourtant enlever des programmes l'acquisition des techniques opératoires est culturellement inconcevable à l'heure actuelle.

Alors quels objectifs fixer pour ce travail sur le calcul mental ?

Premier objectif : donner à l'individu la maîtrise de la commande passée à la machine
 Second objectif : Si les techniques ne se justifient plus par leur usage il faut les justifier pédagogiquement. **C'est moins la maîtrise de la technique qui prime que le fait qu'un élève comprenne qu'en faisant ce qu'il fait il obtient bien le résultat voulu.**
 De fait l'exigence est beaucoup plus grande qu'auparavant !

Il faut donc se poser la question de ce qu'apporte l'enseignement des techniques opératoires à la compréhension des nombres, à la compréhension de la numération.

Pourquoi travailler le calcul mental ?

- Première raison : le calcul mental c'est le calcul d'usage ! Il est indispensable à la vie quotidienne.
- Seconde raison : le calcul mental est nécessaire à la réussite scolaire. Des automatismes doivent être acquis pour que le reste des apprentissages puissent être mis en place.

Par exemple :

En 5^{ième} ou 4^{ième} savoir simplifier $\frac{28}{49}$ ou savoir compléter le tableau

4	28
5€	?

met en jeu le calcul mental. La difficulté rencontrée par certains élèves peut être plus le calcul mental que la non maîtrise de la proportionnalité.

- Troisième raison : le calcul réfléchi est une belle occasion de proposer aux élèves des problèmes.

Raisons pour lesquelles il faut faire travailler le calcul mental :

- Faire mémoriser aux élèves des résultats et quelques procédures réflexes (par exemple les tables de multiplication)
- Conduire les élèves à élaborer des stratégies de résolution de problème

Comment faire travailler les tables ?

Apprendre la petite musique ne suffit pas !

Un élève doit être capable de répondre à tout un jeu de questions :

9 fois 5	5 fois 9	$45 = 5 * ?$	$45 = 9 * ?$	$45 : 9$	$45 : 5$
Combien de fois 9 dans 45		Combien de fois 5 dans 45 ?			

Un élève doit être capable de répondre à tout un jeu de questions :

$4+7 =$	$11 = 7 + ?$	$11 = 4 + ?$	$11-7 = ?$	$11-4 = ?$	
Pour aller de 7 à 11 ?		Pour aller de 4 à 11 ?			