

Défi problème n°2

Cycle 3

Des carrés et des nombres



Document d'accompagnement

Ce défi entre dans le champ de la structuration arithmétique des nombres entiers naturels. La recherche proposée a pour but d'amener les élèves à explorer les propriétés multiplicatives des nombres. Cependant, les notions de multiples et de diviseurs ne font pas l'objet d'une étude systématique à l'école primaire, elles relèvent du collège.

Ici, les élèves doivent mettre en évidence les nombres qui divisent à la fois la mesure de la longueur **et** la mesure de la largeur d'un rectangle donné.

En fin de séance, les élèves pourront mesurer l'intérêt des décompositions multiplicatives des mesures des côtés.

Pour les trois premières situations, la phase initiale de recherche permettra de visualiser les solutions par des tracés successifs de carrés sur le rectangle (des rectangles imprimables en nombre sont proposés en annexe). Il est alors important de mettre à disposition de nombreuses reproductions du rectangle d'origine pour conserver trace de l'ensemble des essais et de pouvoir s'y référer dans un second temps.

Pour les trois premières situations, des classements des essais pourront mettre en évidence trois catégories :

- Celle des essais infructueux qui utilisent des carrés dont les côtés ne s'inscrivent dans aucun des deux côtés du rectangle d'origine (la longueur du côté du carré ne divise aucune des deux dimensions du rectangle) ;
- Celle des essais infructueux qui utilisent des carrés dont les côtés s'inscrivent un nombre entier de fois dans l'un **ou** l'autre des côtés du rectangle (la longueur du côté du carré divise alors seulement l'une des deux dimensions du rectangle) ;
- Celle des essais fructueux qui utilisent des carrés dont les côtés s'inscrivent un nombre entier de fois dans la longueur **et** dans la largeur du rectangle.

Lors de cette analyse, la catégorisation pourra prendre appui sur les écritures multiplicatives du type : $18 = 6 \times 3$ **et** $12 = 4 \times 3$

Ensuite, la formalisation pourra prendre la forme suivante :

« Pour qu'un carré puisse convenir, il faut que la mesure de ses côtés divise à la fois la mesure de la longueur et la mesure de la largeur du rectangle »

La quatrième situation peut être le prétexte à utiliser les notions découvertes précédemment. Le défi consistera en la recherche de l'exhaustivité des solutions sans recourir aux tracés. Ceux-ci pourront intervenir dans une phase de vérification.

Des éléments de différenciation (début de cycle, élèves à besoins particuliers...) :

- proposer des rectangles avec des mesures multiples de 5 (20x10 ; 25x10 etc.) ;
- proposer des gabarits de carrés de toutes dimensions permettant des essais par positionnement sur le rectangle objet de la recherche ;
- utiliser les outils numériques pour des manipulations facilitées en groupes ou individuellement (fichier annexe).

Une autre recherche avec le même support...

La proposition ci-dessous offre une situation proche dont la résolution fait appel à d'autres notions...

Recouvre entièrement le rectangle ci-dessous avec huit carrés qui n'auront pas tous la même aire.

