

Les mathématiques au service de l'esprit critique

L'esprit critique au service des mathématiques

1 ; 2 ; 4 ; 8 ; 16 ; ? Et si le nombre suivant était 31 ?

ou

Comment et pourquoi l'enseignement des mathématiques peut contribuer à développer l'esprit critique des élèves.

Document rédigé par

Yann Bertrand – professeur au lycée Aristide Briand (44 – Saint Nazaire) – Académie de Nantes

Arnaud Boulay – professeur au collège Suzanne Bouteloup (72 – Mayet) – Académie de Nantes

Arnaud Durand – professeur au collège Belle-Vue (72 – Loué) – Académie de Nantes

Fabrice Foucher – professeur au lycée Jacques Prévert (44 – Savenay) – Académie de Nantes

François Guérineau – professeur au collège Jean Monnet (49 – Angers) – Académie de Nantes

Rana Maanan – professeur au lycée Aimé Césaire (44 – Clisson) – Académie de Nantes

Emmanuel Malgras – professeur au collège Pierre et Marie Curie (44 - Le Pellerin) – Académie de Nantes

Emmanuel Lemaitre – professeur au collège Pierre Gilles de Gennes (72 – Le Mans) – Académie de Nantes

Stéphane Percot – professeur au lycée Rosa Parks (85 – La Roche-sur-Yon) – Académie de Nantes

Mikael Rieu – professeur au lycée François Rabelais (85 – Fontenay-le-Comte) – Académie de Nantes

Damien Riviere – professeur au collège Pierre Dubois (53 – Laval) – Académie de Nantes

Sophie Riviere – professeur au collège Emmanuel De Martonne (53 – Laval) – Académie de Nantes

sous la direction de

Marina Lucas-Taillieu – IA-IPR de mathématiques – Académie de Nantes

Gilles Ollivier – IA-IPR de mathématiques – Académie de Nantes

Sommaire

Introduction et problématique - l'esprit critique : de quoi parle-t-on ?

1 - Faire preuve d'esprit critique : un des 12 éléments de culture commune retenus dans le socle commun de connaissances, de compétences et de culture.

2 - Travailler l'esprit critique pour permettre de prendre du recul sur ce qui est proposé.

3 - Travailler l'esprit critique c'est accepter de douter.

4 - Travailler l'esprit critique pour gagner en confiance et ne pas douter de tout.

5 - Travailler l'esprit critique pour convaincre et donner envie d'apprendre à démontrer.

Conclusion

Introduction et problématique

En juin 2023, deux IA-IPR de mathématiques se sont rendus à un stage PNF au sujet de l'esprit critique. À leur grande surprise, il s'est avéré que, dans les exemples donnés, les mathématiques y étaient totalement absentes, ni même imaginées. Avec quelques professeurs de l'académie de Nantes, ils ont donc décidé de construire des ressources pédagogiques sur ce thème qui est au cœur de notre discipline et en lien avec le numérique.

En septembre 2024, l'académie de Nantes a été sélectionnée pour participer à des travaux de recherche mutualisés au niveau national (TraAM) sur le thème de l'esprit critique :

Quelles activités mathématiques pour former l'esprit critique des élèves ?

Les professeurs de mathématiques sont convaincus que leur matière contribue à développer chez les élèves leur écoute, leur curiosité, leur autonomie. Le travail du groupe a permis de construire des ressources et des outils testés en classe. Ces outils nous paraissent particulièrement pertinents pour distiller des gouttes d'esprit critique tout en faisant le programme de mathématiques des différents niveaux d'enseignement et pour travailler les compétences des élèves.

Le projet de nouveau socle commun de connaissances, de compétences et de culture explicite que faire preuve d'esprit critique est un des éléments de culture commune et indique que les mathématiques sont une école de la pensée critique.

L'esprit critique : de quoi parle-t-on ?



Source M@gistère Mallette esprit Critique

1 - Faire preuve d'esprit critique : un des 12 éléments de culture commune retenus dans le socle commun de connaissances, de compétences et de culture.

Le projet de nouveau socle commun de connaissances, de compétences et de culture indique :

a) Dans la partie II - Éléments de culture commune

« Esprit critique » désigne autant une disposition intellectuelle et morale qu'un ensemble de procédures qui conduisent à apprécier avec discernement des énoncés, des faits ou des situations en les plaçant dans leur contexte spécifique. L'exercice de l'esprit critique n'est nullement celui d'une faculté à part, mais une manière de tirer parti d'apprentissages disciplinaires ou interdisciplinaires. Il encourage ainsi chez les élèves : la curiosité, c'est-à-dire l'envie de savoir et une authentique ouverture d'esprit ; l'intérêt et le respect pour autrui, avec une recherche du dialogue et du débat ; la lucidité, qui implique de distinguer ce qu'on sait de ce qu'on ne sait pas, de reconnaître notamment des degrés de certitude et d'incertitude ; la prudence intellectuelle face à la complexité du monde, en sachant qu'on peut se tromper et qu'il faut parfois remettre en chantier ce qu'on croit savoir ; en somme l'exercice de la raison, à savoir la méfiance à l'égard des préjugés et une recherche de la justification de ce qu'on avance et tient pour vrai. Ainsi compris, l'esprit critique n'est jamais un acquis : c'est une constante exigence et un exercice continué de l'intelligence.

En fin de scolarité obligatoire, les élèves disposent d'un niveau de connaissances et de réflexion suffisant pour appréhender avec vigilance et discernement les représentations et les énoncés qu'ils reçoivent des autres, ceux aussi qu'ils élaborent eux-mêmes. S'ils ne disposent pas de tous les outils et méthodes permettant de vérifier les sources ou d'assurer la pleine rigueur de leurs expériences ou de leurs raisonnements, ils sont néanmoins capables de se garder des opinions et des réactions les plus immédiates et les moins réfléchies, de cultiver des formes simples de doute méthodique et, en prenant le temps de la réflexion, d'éviter les biais personnels ou sociaux les plus importants, en engageant notamment des recherches destinées à hiérarchiser des degrés de vraisemblance ou de plausibilité, voire à confirmer la validation ou l'invalidation des énoncés, des faits ou des situations qu'ils examinent. Une telle exigence conditionne l'usage raisonné et maîtrisé des intelligences artificielles, qui ne produisent jamais que des énoncés probables, et qui appellent toujours une vérification rigoureuse.

L'ensemble des disciplines et des parcours transversaux y contribuent, à égalité et sur la base de leurs spécificités. Notamment et pour donner des exemples significatifs : dans les sciences expérimentales, expliquer ce qu'est la démarche scientifique permet de distinguer ce qui relève de la science de ce qui relève de l'affirmation non prouvée ou de la croyance non réfutable. En histoire-géographie, on apprend à distinguer les faits des interprétations. Dans le cadre de l'éducation aux médias et à l'information, on construit des critères pour discerner ce qu'est une source d'information fiable.

b) Dans la partie IV.2 - Apprentissages fondamentaux de mathématiques

Les mathématiques sont une école de la pensée critique. Résoudre un problème, c'est apprendre à formuler des hypothèses, à structurer des idées et à adopter une démarche à la fois inventive, et méthodique pour confirmer ou infirmer une affirmation en s'appuyant sur une démonstration. Ce processus développe des compétences essentielles : la persévérance face aux difficultés, la capacité à explorer des perspectives nouvelles sur la base des acquis antérieurs, le goût pour la logique et l'analyse. Ces qualités sont fondamentales pour former des citoyens capables d'affronter les défis d'un monde complexe, en raisonnant avec rigueur tout en étant créatifs et audacieux.

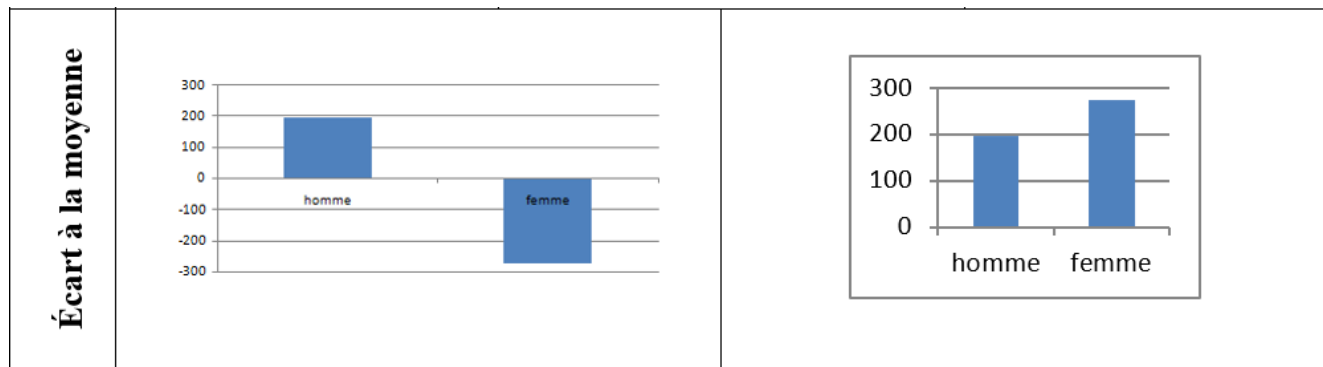
2 - Travailler l'esprit critique pour permettre de prendre du recul sur ce qui est proposé.

Une même situation donnée peut être questionnée au travers de graphiques différents, entraînant alors des interprétations différentes, voire contradictoires.

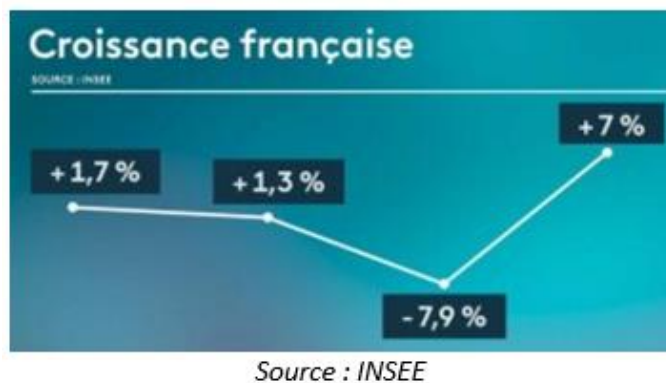
Confronter les élèves à ce type de situation permet de les aider à prendre conscience que les choix sont effectués de manière à illustrer une opinion ou une idée.

Voici plusieurs ressources pédagogiques illustrant ceci :

- Activité **Comprendre les chiffres et les graphiques** (cycle 4)



- Activité **Faire parler les diagrammes** (cycle 4)



- Activité **Résolution de problème en 6^e et utilisation de deux IA** (cycle 3 et cycle 4)

ChatGPT 4o Les verres de la cantine sont stockés dans des bacs rectangulaires comportant 7 rangées de 10 cases. Chaque case ne peut contenir qu'un verre. Combien faut-il de paniers pour stocker les verres de 372 demi-pensionnaires ? - Capacité d'un bac : $7 \times 10 = 70$ verres par bac. - Nombre de bacs nécessaires : $\frac{372}{70} = 5,31$. On arrondit à l'entier supérieur, donc 6 bacs. Conclusion : Il faut 6 bacs pour stocker les 372 verres.	Perplexity - Problème des verres de la cantine Calculs : - Nombre de verres par bac : $7 \times 10 = 70$ verres - Nombre total de verres nécessaires : 372 verres - Nombre de bacs nécessaires : $372 \div 70 = 5,31$ Conclusion : Il faudra 6 paniers pour stocker les verres de 372 demi-pensionnaires, car on ne peut pas avoir un nombre fractionnaire de paniers et il faut pouvoir stocker tous les verres.
--	--

- Activité Situations possibles / impossibles (cycle 4)

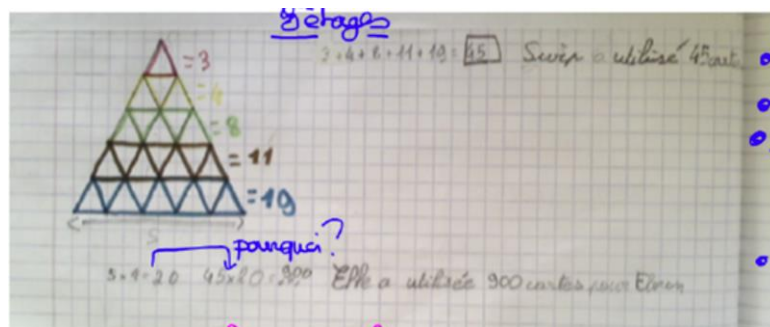
Dans un refuge,

- 45% des animaux sont des chats.
- 65% des animaux sont des chiens.

Dans la classe de 5eB,

- 45% des élèves jouent au basket
- 65% des élèves jouent au football.

- Activité Construire la critique de travaux d'élèves (cycle 3 et cycle 4)



- C'est coloré
- plus lisible
- plus enne de lire mais pas beaucoup d'explication
- en fait si pour 5 étages
- mais pas clair le passage de 5 étages à 20 étages.

⊖ pas la même façon de compter d'1 étage à l'autre

3 - Travailler l'esprit critique c'est accepter de douter.

Certains problèmes mathématiques se heurtent à notre intuition. Voici par exemple quelques questions dont les réponses peuvent surprendre et dont la résolution est l'occasion d'un travail mathématique particulier :

- Quelle est la probabilité que, dans une classe de 35 élèves, deux élèves aient la même date d'anniversaire ?
- On plie une feuille de papier d'épaisseur 0,1 mm. Combien de pliages sont nécessaires pour dépasser la hauteur de la Tour Eiffel (en acceptant que ces pliages soient possibles) ?
- Une corde de 101 m est attachée au sol entre 2 piquets distants de 100 m. À quelle hauteur monte-t-elle en son milieu lorsqu'on la tend ?

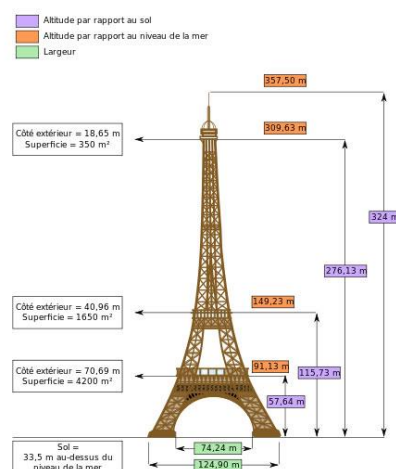
Voici quelques ressources pédagogiques illustrant ceci :

- Activité La tour Eiffel est-elle plus légère que l'air ? (fin de cycle 4 – début de lycée)
- Activité Confronter la conjecture à la démonstration (lycée)

On définit la suite (p_n) de la façon suivante :

Pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, $p_n = n^2 - n + 41$

Affirmation : tous les termes de la suite (p_n) sont des nombres premiers.



4 - Travailler l'esprit critique pour gagner en confiance et ne pas douter de tout.

Le travail autour des indices de confiance (ou degré de confiance ou échelle de confiance) a été abordé par plusieurs professeurs du groupe. Ce travail permet à l'élève de gagner en confiance en renforçant sa compréhension d'une notion.

- Activité **Échelle de certitude et calcul littéral** (cycle 3 et cycle 4)

Je suis certain(e) que c'est faux	Je doute mais je pense que c'est faux	Je doute mais je pense que c'est vrai	Je suis certain(e) que c'est vrai

- Activité **Curseur de certitude et triangle rectangle** (cycle 3 et cycle 4)

0	1	2	3	4	5
Je suis certain que c'est faux	Doute				Je suis certain que c'est vrai

- Activité **Des QCM avec des échelles de certitude** (cycle 4)

Questions	Réponse <i>Écrire la Lettre</i>	Échelle de certitude <i>Surligner ou entourer</i>	Point	Score
1)		25 % - 50 % - 75 % - 100 %		
2)		25 % - 50 % - 75 % - 100 %		
3)		25 % - 50 % - 75 % - 100 %		
4)		25 % - 50 % - 75 % - 100 %		
5)		25 % - 50 % - 75 % - 100 %		
Score total :				

- Activité **Jeu du Coin-coin** (hommage à notre collègue Yannick Doin-Doin) (cycle 3 - cycle 4)

Parmi les trois estimations de mesures laquelle te semble la plus cohérente pour l'angle ?

60° 150° 100°

Angle 1		
60°	150°	100°

Jetons gagnés : _____

Le travail sur les ordres de grandeur fait partie des attendus en mathématiques du projet de nouveau socle commun de connaissances, de compétences et de culture :

- Activité **Activités rapides et ordre de grandeur** (cycle 3 – cycle 4)

Des vitesses maximales ! A votre avis ?

	1 mm/s	1 cm/s	10 cm/s	1 m/s
L'escargot				
Le guépard	4 km/h	50 km/h	100 km/h	300 km/h

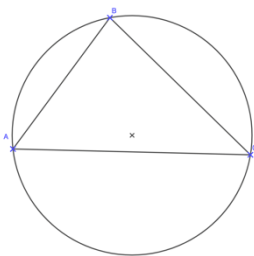
5 - Travailler l'esprit critique pour convaincre et donner envie d'apprendre à démontrer.

La question de l'intérêt de la démonstration a particulièrement retenu l'attention du groupe de recherche. Pourquoi apprendre les propriétés mathématiques ? À quoi ça sert ? Comment les utiliser ? Pourquoi justifier par une propriété quelque chose qui me semble évident ou que je vois ? Voici un panel de questions que se posent des élèves et qui sont des freins à l'apprentissage des propriétés et à leur utilisation.

Confronter les élèves à une situation géométrique pour laquelle la méthode du tâtonnement ou bien l'utilisation d'instruments géométriques montrent des limites, permet de motiver l'apprentissage de propriétés et de méthodes.

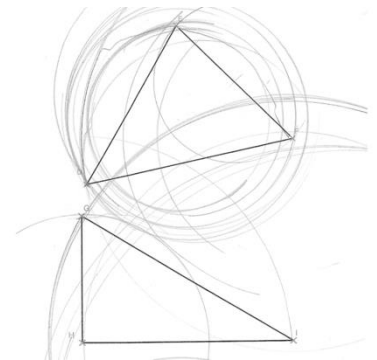
- Activité À la recherche des cercles perdus (cycle 3)

Défi : À la recherche des cercles perdus !



Pour le triangle ABC ci-contre, j'ai réussi à construire un cercle passant par les trois sommets du triangle. À ton avis, est-ce toujours possible ?

Pour chacun des triangles ci-dessous, essaie de construire un cercle passant par les trois sommets.



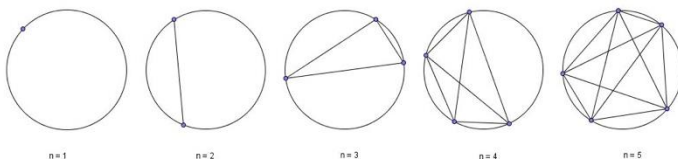
- Activité ...Ou pas (cycle 4)

	Description "On a un segment $[MN]$, on place le milieu du segment puis on trace la perpendiculaire au segment passant par son milieu. On place un point A sur cette perpendiculaire."	Question $AM = AN$ ou pas ?
--	---	--

Confronter les élèves à des affirmations emblématiques permet de motiver l'apprentissage de l'argumentation et de faire apparaître la démonstration d'une propriété comme utile, comme nécessaire.

- Activité Autour de la notion de preuve ou de l'art de convaincre en mathématiques (lycée)

« Quand on cherche combien il y a de régions d'un disque déterminées par toutes les cordes joignant des points deux à deux, on remarque qu'on double le nombre de régions quand on rajoute un point. »



nombre de points	1	2	3	4	5	6
nombre de régions	1	2	4	8	16	31

Conclusion

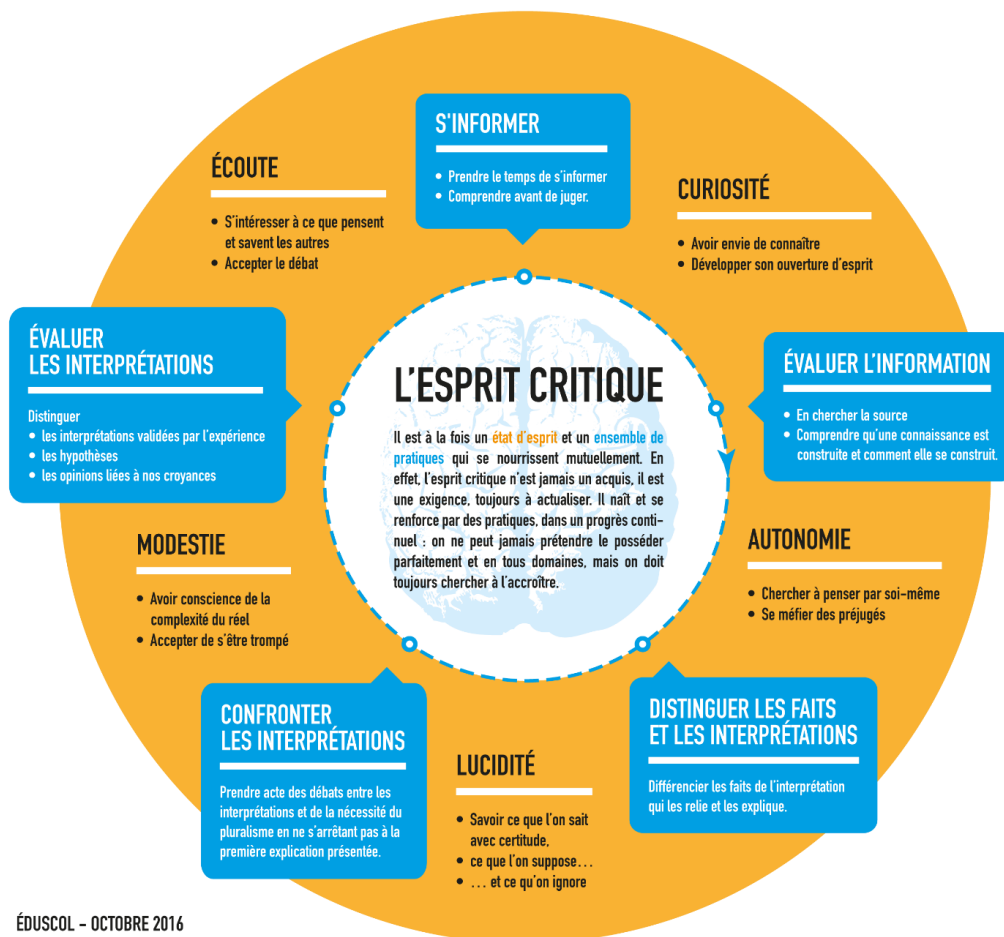
Former les élèves à l'esprit critique est un réel enjeu de la construction du jeune citoyen. Le parcours mathématique en collège et en lycée et l'acquisition du socle commun de connaissances, de compétences et de culture y contribuent pleinement.

Avoir conscience que l'on a à travailler régulièrement l'esprit critique avec les élèves plutôt que de mener un cours spécifique sur l'esprit critique en mathématiques permettra d'éviter l'écueil d'être vu comme une leçon de morale d'un autre temps. Ainsi, pour le professeur, il vaut mieux distiller des gouttes d'esprit critique chez les élèves. Celles-ci ne demandent pas plus de temps et permettent de travailler l'ensemble des six compétences mathématiques.

Voici quelques éléments didactiques qui semblent opérantes :

- En changeant très légèrement les questions que l'on pose, on peut développer l'esprit critique ou l'occulter complètement. La première idée est d'ouvrir les questions le plus souvent possible. À la place de "Montrer que ABC est rectangle" ou "Démontrer que les points A, B et C sont alignés", on peut demander "ABC est-il rectangle ?" ou "A, B et C sont-ils alignés ?".
- On peut renvoyer les questions posées d'un élève à la classe.
- Lorsqu'une solution est présentée, on peut demander à la classe ce qu'elle en pense, que la réponse soit juste, partielle ou erronée.
- On peut faire évoluer les « Vrai/Faux » pour qu'ils deviennent « Vrai/Faux/On ne peut pas savoir si c'est vrai ou faux ».

Un autre écueil serait de toujours être dans la critique négative, d'inviter à douter de tout. Ceci inciterait à ne jamais faire confiance et ne donne pas plus d'outils aux élèves pour savoir ce qui est vraie. Par exemple, critiquer des graphiques erronés de médias est moteur mais, pour vraiment aller vers l'esprit critique, il est nécessaire d'y inclure des graphiques sans erreurs ou d'explicitier les raisons pour lesquels les graphiques réalisés contiennent aussi des choix éditoriaux.



ÉDUSCOL - OCTOBRE 2016