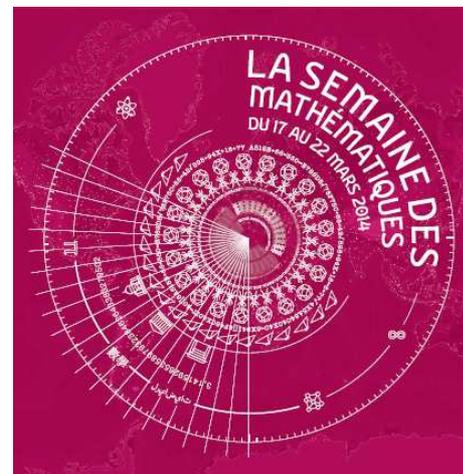


Document d'accompagnement



Les nombres figurés

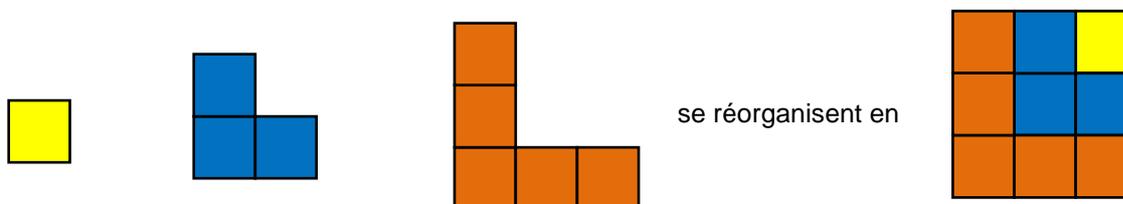
Les gnomons

Cette situation se propose d'aborder une propriété arithmétique des nombres impairs qui s'illustre par une représentation simple.

Dans l'Antiquité, les Grecs représentaient les nombres impairs sous la forme de « gnomons » qu'ils manipulaient pour faire apparaître différentes propriétés.

La première partie du défi vise à découvrir le principe de construction des gnomons en proposant de reproduire les trois premiers et de construire les deux suivants. Afin de rendre la tâche plus aisée en termes de tracés et de découpage, un quadrillage assez grand est souhaitable. Une feuille quadrillée est proposée dans la rubrique *Matériel à imprimer*.

Le questionnement porte ensuite sur la réorganisation de ces éléments sous la forme d'un carré afin de pouvoir dénombrer facilement les petits carrés qui le constituent.



Le carré ainsi constitué à l'aide des trois premiers gnomons, permet un calcul aisé de la somme des trois premiers nombres impairs à savoir $1+3+5 = \underline{3 \times 3}$.

Le prolongement proposé aux CE1 a pour objectif de faire calculer le nombre de carrés constituant l'assemblage des gnomons sans les dessiner mais en utilisant les régularités mises en avant.

Différentes procédures peuvent voir le jour et gagneront à être confrontées. Des élèves se dirigeront peut être vers le calcul habituel de la somme des sept premiers nombres impairs en remarquant par exemple que dans la somme $1+3+5+7+9+11+13$ on peut regrouper certains nombres « qui vont bien ensemble » comme 9 et 11, 13 et 7. D'autres utiliseront éventuellement la propriété observée avec les gnomons assemblés et calculeront 7×7 . Le tracé de ces gnomons peut constituer un élément de différenciation ou de vérification après la recherche.

Si vous souhaitez en savoir plus :

Un nombre figuré est un nombre qui peut être représenté par un ensemble de points disposés de façon plus ou moins régulière formant une figure géométrique. Les nombres figurés sont d'origine très ancienne. Les pythagoriciens (585-400 avant J.-C.) assimilaient les nombres à des points. L'unité était associée à un point et tout autre entier à un ensemble de points. Chaque entier était considéré comme une collection discrète d'unités. Cette conception du nombre permit l'éclosion de la théorie des nombres figurés qui furent l'objet d'études jusqu'au 17^e siècle.

En effet, tout au long de l'histoire, des mathématiciens comme Théon de Smyrne (v. 130), Nicomaque de Gérase (v. 150), Diophante (v. 325 - v. 410), Boèce (v. 480-525), Alhazen (965-1039), Fermat (1601-1665) et Pascal (1623-1662) ont contribué à développer cette théorie. Pascal a même écrit un traité sur le sujet.

Cette théorie était considérée comme une discipline autonome qui était d'ailleurs appelée l'arithmo-géométrie, signifiant par là que cette arithmétique était géométrique puisqu'elle classait les entiers selon la forme de leur assemblage correspondant de points. Ainsi les nombres impairs sont représentés par des « gnomons » mais il y a aussi les nombres carrés, les nombres triangulaires, les nombres polygonaux...

Une propriété arithmétique observée à travers ce défi se traduit donc par :

La somme des n premiers nombres impairs est égale à n^2 .