



**ACADÉMIE  
DE NANTES**

*Liberté  
Égalité  
Fraternité*

**Damien RIVIERE**

*Professeur de mathématiques – Collège Pierre Dubois – Laval (53)*

*Académie de Nantes – driviere@ac-nantes.fr*

# Expérimentation pédagogique sur le thème

## L'esprit critique

### « Echelle de certitude et calcul littéral »

*Cycle 4 – 5e*

*Testée dans une classe de 5e au collège Pierre Dubois.*

## 1. INTRODUCTION

L'activité proposée s'inscrit dans une volonté de développer l'esprit critique chez les élèves.

Le but premier est de renforcer chez les élèves la compréhension de l'exemple, du contre-exemple et de la nécessité de généraliser en testant des égalités. A travers plusieurs tests d'égalité, ils seront amenés à se poser plusieurs questions : un exemple ou un contre-exemple suffit-il ? A partir de combien de tests peut-on conclure ? ...

Pour favoriser ce questionnement, ils devront se positionner sur une échelle de certitude, d'abord seul puis par groupe de 3 ou 4 ils devront se mettre d'accord.

Suite à une première activité, il m'a paru intéressant de prolonger en se questionnant sur la cohérence des réponses données par les élèves.

## 2. PRINCIPE DE L'ACTIVITE

Une égalité est donnée aux élèves.

- 1<sup>er</sup> temps : individuellement chaque élève teste l'égalité en choisissant 3 nombres.  
Exemple :  $2 \times x + 3 = 15$
- 2<sup>ème</sup> temps : Chaque élève complète l'échelle de certitude pour chacune des 3 réponses possibles :

L'égalité est toujours vraie	Je suis certain(e) que c'est faux	Je doute mais je pense que c'est faux	Je doute mais je pense que c'est vrai	Je suis certain(e) que c'est vrai
L'égalité est parfois vraie, parfois fausse.	Je suis certain(e) que c'est faux	Je doute mais je pense que c'est faux	Je doute mais je pense que c'est vrai	Je suis certain(e) que c'est vrai
L'égalité est toujours fausse	Je suis certain(e) que c'est faux	Je doute mais je pense que c'est faux	Je doute mais je pense que c'est vrai	Je suis certain(e) que c'est vrai

- 3<sup>ème</sup> temps : Ils comparent, argumentent et se mettent d'accord par groupe de 4, pour compléter de nouveau l'échelle de certitude. En cas de changement par rapport à la phase individuelle ils doivent expliquer les raisons de cette modification.

Pour éviter que les erreurs de calcul viennent parasiter le but de l'activité, la calculatrice est autorisée.

Voici les égalités proposées :

Egalité 1 : $2 \times x + 3 = 15$	Parfois vraie parfois fausse	Peut-être trouvé facilement par les élèves.
Egalité 2 : $12 \times (3,2 + 1,6 \times x) = 62,4$	Parfois vraie parfois fausse	Pas évident de trouver 1,25 pour l'égalité vraie
Egalité 3 : $2 + 5 \times (x - x) = 2$	Toujours vraie	Démontrable
Egalité 4 : $3 \times 8 \times x - 4 \times 6 \times x = 2$	Toujours fausse	Démontrable
Egalité 5 : $2 \times (2 \times x + 4) - 10 \times x - 7 = 13$	Toujours vraie	Non démontrable pour l'instant en 5 <sup>ème</sup> (distributivité et simplification non vues)

### 3. QUELQUES REPNSES D'ELEVES

#### Pourquoi ils ont changé de réponse ?

Voici quelques exemples des réponses des élèves et surtout les explications qu'ils donnent quand ils changent d'avis entre la phase individuelle et celle collective :

**Egalité 1 :**  
 $2 \times x + 3 = 15$

**PHASE INDIVIDUELLE.**

Mes 3 tests

Test 1	Test 2	Test 3
Pour $x = \dots$	Pour $x = \dots$	Pour $x = \dots$
9	13	19

Les 3 tests donnent une égalité fausse. L'élève n'a pas trouvé la valeur pour laquelle l'égalité est vraie.

Phase individuelle	Phase collective																				
<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>L'égalité est toujours vraie</td> <td>Je suis certain(e) que c'est faux</td> <td>Je doute mais je pense que c'est faux</td> <td>Je doute mais je pense que c'est vrai</td> <td>Je suis certain(e) que c'est vrai</td> </tr> <tr> <td></td> <td>     </td> <td></td> <td>—————▶</td> <td></td> </tr> </table>	L'égalité est toujours vraie	Je suis certain(e) que c'est faux	Je doute mais je pense que c'est faux	Je doute mais je pense que c'est vrai	Je suis certain(e) que c'est vrai				—————▶		<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>L'égalité est toujours vraie</td> <td>Je suis certain(e) que c'est faux</td> <td>Je doute mais je pense que c'est faux</td> <td>Je doute mais je pense que c'est vrai</td> <td>Je suis certain(e) que c'est vrai</td> </tr> <tr> <td></td> <td>     </td> <td></td> <td>—————▶</td> <td></td> </tr> </table>	L'égalité est toujours vraie	Je suis certain(e) que c'est faux	Je doute mais je pense que c'est faux	Je doute mais je pense que c'est vrai	Je suis certain(e) que c'est vrai				—————▶	
L'égalité est toujours vraie	Je suis certain(e) que c'est faux	Je doute mais je pense que c'est faux	Je doute mais je pense que c'est vrai	Je suis certain(e) que c'est vrai																	
			—————▶																		
L'égalité est toujours vraie	Je suis certain(e) que c'est faux	Je doute mais je pense que c'est faux	Je doute mais je pense que c'est vrai	Je suis certain(e) que c'est vrai																	
			—————▶																		
<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>L'égalité est parfois vraie, parfois fausse.</td> <td>Je suis certain(e) que c'est faux</td> <td>Je doute mais je pense que c'est faux</td> <td>Je doute mais je pense que c'est vrai</td> <td>Je suis certain(e) que c'est vrai</td> </tr> <tr> <td></td> <td>     </td> <td></td> <td>—————▶</td> <td></td> </tr> </table>	L'égalité est parfois vraie, parfois fausse.	Je suis certain(e) que c'est faux	Je doute mais je pense que c'est faux	Je doute mais je pense que c'est vrai	Je suis certain(e) que c'est vrai				—————▶		<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>L'égalité est parfois vraie, parfois fausse.</td> <td>Je suis certain(e) que c'est faux</td> <td>Je doute mais je pense que c'est faux</td> <td>Je doute mais je pense que c'est vrai</td> <td>Je suis certain(e) que c'est vrai</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td>—————▶</td> <td>     </td> </tr> </table>	L'égalité est parfois vraie, parfois fausse.	Je suis certain(e) que c'est faux	Je doute mais je pense que c'est faux	Je doute mais je pense que c'est vrai	Je suis certain(e) que c'est vrai				—————▶	
L'égalité est parfois vraie, parfois fausse.	Je suis certain(e) que c'est faux	Je doute mais je pense que c'est faux	Je doute mais je pense que c'est vrai	Je suis certain(e) que c'est vrai																	
			—————▶																		
L'égalité est parfois vraie, parfois fausse.	Je suis certain(e) que c'est faux	Je doute mais je pense que c'est faux	Je doute mais je pense que c'est vrai	Je suis certain(e) que c'est vrai																	
			—————▶																		
<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>L'égalité est toujours fausse</td> <td>Je suis certain(e) que c'est faux</td> <td>Je doute mais je pense que c'est faux</td> <td>Je doute mais je pense que c'est vrai</td> <td>Je suis certain(e) que c'est vrai</td> </tr> <tr> <td></td> <td>—————▶</td> <td></td> <td></td> <td>     </td> </tr> </table>	L'égalité est toujours fausse	Je suis certain(e) que c'est faux	Je doute mais je pense que c'est faux	Je doute mais je pense que c'est vrai	Je suis certain(e) que c'est vrai		—————▶				<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>L'égalité est toujours fausse</td> <td>Je suis certain(e) que c'est faux</td> <td>Je doute mais je pense que c'est faux</td> <td>Je doute mais je pense que c'est vrai</td> <td>Je suis certain(e) que c'est vrai</td> </tr> <tr> <td></td> <td>     </td> <td></td> <td>—————▶</td> <td></td> </tr> </table>	L'égalité est toujours fausse	Je suis certain(e) que c'est faux	Je doute mais je pense que c'est faux	Je doute mais je pense que c'est vrai	Je suis certain(e) que c'est vrai				—————▶	
L'égalité est toujours fausse	Je suis certain(e) que c'est faux	Je doute mais je pense que c'est faux	Je doute mais je pense que c'est vrai	Je suis certain(e) que c'est vrai																	
	—————▶																				
L'égalité est toujours fausse	Je suis certain(e) que c'est faux	Je doute mais je pense que c'est faux	Je doute mais je pense que c'est vrai	Je suis certain(e) que c'est vrai																	
			—————▶																		

Explication du changement :

*c'est parfois vrai car avec 6 cela marche*

**Egalité 2 :**  
 $12 \times (3,2 + 1,6 \times x) = 62,4$

**PHASE INDIVIDUELLE.**

Mes 3 tests

Test 1	Test 2	Test 3
Pour $x = \dots$	Pour $x = \dots$	Pour $x = \dots$
152,6	13,14	96
Faux	Faux	Faux

Les 3 tests donnent une égalité fausse. L'élève n'a pas trouvé la valeur pour laquelle l'égalité est vraie.

Phase individuelle	Phase collective																				
<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>L'égalité est toujours vraie</td> <td>Je suis certain(e) que c'est faux</td> <td>Je doute mais je pense que c'est faux</td> <td>Je doute mais je pense que c'est vrai</td> <td>Je suis certain(e) que c'est vrai</td> </tr> <tr> <td></td> <td>     </td> <td></td> <td>—————▶</td> <td></td> </tr> </table>	L'égalité est toujours vraie	Je suis certain(e) que c'est faux	Je doute mais je pense que c'est faux	Je doute mais je pense que c'est vrai	Je suis certain(e) que c'est vrai				—————▶		<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>L'égalité est toujours vraie</td> <td>Je suis certain(e) que c'est faux</td> <td>Je doute mais je pense que c'est faux</td> <td>Je doute mais je pense que c'est vrai</td> <td>Je suis certain(e) que c'est vrai</td> </tr> <tr> <td></td> <td>     </td> <td></td> <td>—————▶</td> <td></td> </tr> </table>	L'égalité est toujours vraie	Je suis certain(e) que c'est faux	Je doute mais je pense que c'est faux	Je doute mais je pense que c'est vrai	Je suis certain(e) que c'est vrai				—————▶	
L'égalité est toujours vraie	Je suis certain(e) que c'est faux	Je doute mais je pense que c'est faux	Je doute mais je pense que c'est vrai	Je suis certain(e) que c'est vrai																	
			—————▶																		
L'égalité est toujours vraie	Je suis certain(e) que c'est faux	Je doute mais je pense que c'est faux	Je doute mais je pense que c'est vrai	Je suis certain(e) que c'est vrai																	
			—————▶																		
<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>L'égalité est parfois vraie, parfois fausse.</td> <td>Je suis certain(e) que c'est faux</td> <td>Je doute mais je pense que c'est faux</td> <td>Je doute mais je pense que c'est vrai</td> <td>Je suis certain(e) que c'est vrai</td> </tr> <tr> <td></td> <td>     </td> <td></td> <td>—————▶</td> <td></td> </tr> </table>	L'égalité est parfois vraie, parfois fausse.	Je suis certain(e) que c'est faux	Je doute mais je pense que c'est faux	Je doute mais je pense que c'est vrai	Je suis certain(e) que c'est vrai				—————▶		<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>L'égalité est parfois vraie, parfois fausse.</td> <td>Je suis certain(e) que c'est faux</td> <td>Je doute mais je pense que c'est faux</td> <td>Je doute mais je pense que c'est vrai</td> <td>Je suis certain(e) que c'est vrai</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td>—————▶</td> <td>     </td> </tr> </table>	L'égalité est parfois vraie, parfois fausse.	Je suis certain(e) que c'est faux	Je doute mais je pense que c'est faux	Je doute mais je pense que c'est vrai	Je suis certain(e) que c'est vrai				—————▶	
L'égalité est parfois vraie, parfois fausse.	Je suis certain(e) que c'est faux	Je doute mais je pense que c'est faux	Je doute mais je pense que c'est vrai	Je suis certain(e) que c'est vrai																	
			—————▶																		
L'égalité est parfois vraie, parfois fausse.	Je suis certain(e) que c'est faux	Je doute mais je pense que c'est faux	Je doute mais je pense que c'est vrai	Je suis certain(e) que c'est vrai																	
			—————▶																		
<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>L'égalité est toujours fausse</td> <td>Je suis certain(e) que c'est faux</td> <td>Je doute mais je pense que c'est faux</td> <td>Je doute mais je pense que c'est vrai</td> <td>Je suis certain(e) que c'est vrai</td> </tr> <tr> <td></td> <td>—————▶</td> <td></td> <td></td> <td>     </td> </tr> </table>	L'égalité est toujours fausse	Je suis certain(e) que c'est faux	Je doute mais je pense que c'est faux	Je doute mais je pense que c'est vrai	Je suis certain(e) que c'est vrai		—————▶				<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>L'égalité est toujours fausse</td> <td>Je suis certain(e) que c'est faux</td> <td>Je doute mais je pense que c'est faux</td> <td>Je doute mais je pense que c'est vrai</td> <td>Je suis certain(e) que c'est vrai</td> </tr> <tr> <td></td> <td>     </td> <td></td> <td>—————▶</td> <td></td> </tr> </table>	L'égalité est toujours fausse	Je suis certain(e) que c'est faux	Je doute mais je pense que c'est faux	Je doute mais je pense que c'est vrai	Je suis certain(e) que c'est vrai				—————▶	
L'égalité est toujours fausse	Je suis certain(e) que c'est faux	Je doute mais je pense que c'est faux	Je doute mais je pense que c'est vrai	Je suis certain(e) que c'est vrai																	
	—————▶																				
L'égalité est toujours fausse	Je suis certain(e) que c'est faux	Je doute mais je pense que c'est faux	Je doute mais je pense que c'est vrai	Je suis certain(e) que c'est vrai																	
			—————▶																		

Explication du changement :

*J'ai changé car avec 1,25 ça fait 62,4 donc je suis sûr que l'égalité est parfois vraie et fausse.*

### Egalité 4 :

$$3 \times 8 \times x - 4 \times 6 \times x = 2$$

#### PHASE INDIVIDUELLE.

Mes 3 tests

Test 1	Test 2	Test 3
Pour $x = 2 \dots$	Pour $x = \dots 8 \dots$	Pour $x = \dots 7 \dots$
<i>faux</i>	<i>faux</i>	<i>faux</i>

Les 3 tests donnent une égalité fautive. Un débat a lieu au sein du groupe : « peut-on être sûr que l'égalité est toujours fautive alors que l'on n'a pas essayé tous les nombres ? »

#### Phase individuelle

L'égalité est toujours vraie	Je suis certain(e) que c'est faux	Je doute mais je pense que c'est faux	Je doute mais je pense que c'est vrai	Je suis certain(e) que c'est vrai
L'égalité est parfois vraie, parfois fautive.	Je suis certain(e) que c'est faux	Je doute mais je pense que c'est faux	Je doute mais je pense que c'est vrai	Je suis certain(e) que c'est vrai
L'égalité est toujours fautive	Je suis certain(e) que c'est faux	Je doute mais je pense que c'est faux	Je doute mais je pense que c'est vrai	Je suis certain(e) que c'est vrai

#### Phase collective

L'égalité est toujours vraie	Je suis certain(e) que c'est faux	Je doute mais je pense que c'est faux	Je doute mais je pense que c'est vrai	Je suis certain(e) que c'est vrai
L'égalité est parfois vraie, parfois fautive.	Je suis certain(e) que c'est faux	Je doute mais je pense que c'est faux	Je doute mais je pense que c'est vrai	Je suis certain(e) que c'est vrai
L'égalité est toujours fautive	Je suis certain(e) que c'est faux	Je doute mais je pense que c'est faux	Je doute mais je pense que c'est vrai	Je suis certain(e) que c'est vrai

Explication du changement :

*Nous ne sommes pas d'accord car Hugo dit que il faut essayer tous les nombres. Alors que on peut prouver car  $3 \times 8$  et  $4 \times 6$  font tous les deux 24. Donc les calculs sont identiques, abus ça fait toujours 0.*

## Des réponses incohérentes

Des élèves ont donné des réponses incohérentes. Elles ont été exploitées en classe :

### L'égalité est fautive pour $x=3$ , $x=15$ et $x=161$ .

Mes 3 tests

Test 1	Test 2	Test 3
Pour $x = \dots 3 \dots$	Pour $x = \dots 15 \dots$	Pour $x = \dots 161 \dots$
<i>36</i>	<i>1637 / 5</i>	<i>9885 / 9</i>

Compléter les échelles de certitude ( en mettant un croix dans la case qui vous paraît la plus judicieuse).

L'égalité est toujours vraie	Je suis certain(e) que c'est faux	Je doute mais je pense que c'est faux	Je doute mais je pense que c'est vrai	Je suis certain(e) que c'est vrai
L'égalité est parfois vraie, parfois fautive.	Je suis certain(e) que c'est faux	Je doute mais je pense que c'est faux	Je doute mais je pense que c'est vrai	Je suis certain(e) que c'est vrai
L'égalité est toujours fautive	Je suis certain(e) que c'est faux	Je doute mais je pense que c'est faux	Je doute mais je pense que c'est vrai	Je suis certain(e) que c'est vrai

### L'égalité est fautive pour $x=5$ et $x=3$ et vraie pour $x=6$ .

Mes 3 tests

Test 1	Test 2	Test 3
Pour $x = \dots 5 \dots$	Pour $x = \dots 3 \dots$	Pour $x = \dots 6 \dots$
<i>✓</i>	<i>✗</i>	<i>✓</i>

Compléter les échelles de certitude ( en mettant un croix dans la case qui vous paraît la plus judicieuse).

L'égalité est toujours vraie	Je suis certain(e) que c'est faux	Je doute mais je pense que c'est faux	Je doute mais je pense que c'est vrai	Je suis certain(e) que c'est vrai
L'égalité est parfois vraie, parfois fautive.	Je suis certain(e) que c'est faux	Je doute mais je pense que c'est faux	Je doute mais je pense que c'est vrai	Je suis certain(e) que c'est vrai
L'égalité est toujours fautive	Je suis certain(e) que c'est faux	Je doute mais je pense que c'est faux	Je doute mais je pense que c'est vrai	Je suis certain(e) que c'est vrai

Les élèves ont fait remarquer que « **comme au moins une réponse est fautive, on n'est sûr que l'égalité ne peut pas être toujours vraie !** »

Les élèves ont fait remarquer que « **comme au moins une réponse est vraie, on n'est sûr que l'égalité ne peut pas être toujours fautive !** »

## 4. CONCLUSION DE L'ACTIVITE

Après analyse des différentes égalités et des différentes réponses d'élèves la classe est arrivée aux conclusions suivantes :

- Un test d'égalité faux suffit pour affirmer que l'égalité n'est pas toujours vraie.
- Un test d'égalité vrai suffit pour affirmer que l'égalité n'est pas toujours fausse.
- Un test d'égalité vrai et un test faux suffisent pour être sûr que l'égalité est parfois vraie et parfois fausse.
- Pour prouver qu'une égalité est toujours vraie ou toujours fausse, il faudrait essayer tous les nombres, mais c'est impossible ! Il faut trouver une autre manière de faire sans essayer tous les nombres !