

Le plus grand nombre premier connu peut-il recouvrir le toit du collège ?

Depuis décembre 2018, le plus grand nombre premier connu est : $2^{82589933} - 1$

C'est un nombre comportant 24 862 048 chiffres soit près d'un million de chiffres supplémentaires par rapport à l'ancien record qui datait de janvier 2018. Il a été découvert le 7 décembre 2018 par le Great Internet Mersenne Prime Search (GIMPS), et confirmé le 21 décembre 2018. GIMPS est un projet de calcul partagé où les volontaires utilisent un logiciel client pour chercher les nombres premiers de Mersenne. L'heureux possesseur de l'ordinateur ayant fait les calculs pour trouver ce nombre à gagner 3 000 \$.

La vérification a nécessité douze jours de calcul non-stop sur une machine avec un processeur Intel i5-4590T.

Mais c'est quoi un nombre de Mersenne ?

Ils doivent leur nom à un moine français du XVII^{ème} siècle qui s'est beaucoup intéressé aux nombres premiers et qui a cherché à en trouver de très grands.

Depuis 1992, tous les plus grands nombres premiers connus à une date donnée sont des nombres premiers de Mersenne. En décembre 2018, les dix-huit plus grands nombres premiers connus sont de Mersenne !

Partie 1 : étude de quelques nombres de Mersenne

On appelle nombre de Mersenne un nombre de la forme :

$$M_n = 2^n - 1 \text{ avec } n \text{ un nombre entier supérieur ou égal à } 2.$$

1. Calculer les dix premiers nombres de Mersenne.
2. Obtient-on toujours des nombres premiers ?
3. Et si l'on remplace n par un nombre premier, le nombre de Mersenne obtenu est-il premier ?

Partie 2 :

Nous avons vu que le plus grand nombre premier connu est $2^{82589933} - 1$

1. Explique l'intérêt de la notation puissances.
2. Combien cela me coûterait si je voulais imprimer ce très grand nombre sur des feuilles A4.
3. Le toit du collège est-il suffisamment grand pour pouvoir disposer toutes les feuilles les unes à côté des autres ?

Il n'y a pas UNE bonne réponse mais plusieurs bonnes démarches.

Donc davantage que la réponse finale, je vais évaluer ta démarche et la communication (les explications) pour arriver à une proposition de réponse. En effet il va falloir faire des choix et un peu de recherche...

| | Niveau 1 | Niveau 2 | Niveau 3 | Niveau 4 |
|---|---|---|---|---|
| Communiquer la réponse à un problème | Je propose une solution | Je propose une solution avec des explications intermédiaires. | Je propose une solution avec des éléments (calculs, schéma, figure...) permettant de comprendre la démarche utilisée. | Niveau 3 de façon bien structurée avec tous les éléments pour comprendre la démarche. |
| Mobiliser des outils numériques. | Avec de l'aide j'arrive à utiliser quelques fonctionnalités d'un outil numérique. | Je montre que j'ai utilisé différents outils numériques (Traitement de texte, recherche internet, ...) | Je sais utiliser les outils numériques pour faire des recherches et produire un document de synthèse permettant de bien comprendre la démarche. Je montre que je sais insérer une image. | Je montre une très bonne maîtrise des différents outils. |
| Extraire et organiser les informations | J'utilise une partie des informations. | Je commence une démarche cohérente et j'utilise une partie des informations. | Je sais extraire, organiser et confronter les informations à mes connaissances pour mener à bien une démarche et résoudre un problème. | Tous les éléments du problème ont été pris en compte avec les recherches associées pour résoudre le problème. |
| Mettre en œuvre un raisonnement | J'essaie quelque chose (un calcul, un schéma, une figure...) | Je me lance dans une démarche qui a du sens. Je fais des essais Je sais émettre une hypothèse (conjecture) éventuellement avec une aide. | J'utilise un raisonnement et des règles établies (propriétés, théorèmes, formules) pour parvenir à une conclusion. Je sais formuler une conjecture et montrer si elle est vraie ou fausse. | Niveau 3 validé plusieurs fois ou dans un problème complexe. |