

A rendre pour le vendredi 28 mars 2008

LE NOMRE D'OR

les question notées Q1, Q2, Q3 ...sont à rédiger classiquement, sur la copie.
les questions notées T1, T2, T3... sont à résoudre à l'aide d'un tableur.

1^{ère} partie : définition du nombre d'or

Le nombre d'or est le nombre irrationnel noté par la lettre grecque ϕ (prononcer phi) et égal à $\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$

Q1) Donne une valeur approchée à 10^{-6} près du nombre d'or.

T1) Donne une valeur approchée à 10^{-12} près du nombre d'or.

2^{ème} partie : construction géométrique du nombre d'or

Programme de construction :

- Construis un carré ABCD de côté **1 dm**. On appelle I le milieu du segment [AB]
- Trace le cercle de centre I, de rayon [IC]. Ce cercle coupe la demi-droite [AB) en E.
- Construis le rectangle AEFD.

Q2) Calcule la valeur exacte de IC puis démontre que $AE = DF = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$

Remarque : le rectangle AEFD est appelé **rectangle d'or** car la proportion entre sa longueur et sa largeur est égal au nombre d'or.

3^{ème} partie : le nombre d'or, solution d'une équation

Q3) Montre que le nombre d'or est solution de l'équation $x^2 - x - 1 = 0$.

4^{ème} partie : le nombre d'or dans la suite de Fibonacci.

La suite de Fibonacci est l'une des suites de nombres les plus connues. Elle doit son nom au mathématicien italien Leonardo Pisano, plus connu sous le pseudonyme de Fibonacci (1175 - 1250).

Les 2 premiers termes étant 0 et 1, chaque terme suivant est la somme des deux termes précédents : Voici donc les 7 premiers termes de la suite de Fibonacci : 0 ; 1 ; 1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 8 ...

Q4) a) Continue cette suite de nombres jusqu'au 15^{ème} terme.

Q4) b) Calcule le quotient du 12^{ème} terme par le 11^{ème}, puis le quotient du 13^{ème} terme par le 12^{ème}, puis celui du 14^{ème} par le 13^{ème} et enfin le 15^{ème} par le 14^{ème}? Que constates-tu?

T4) a) A l'aide d'un tableur, calcule les 30 premiers termes de la suite de Fibonacci.

T4) b) Calcule la suite des quotients obtenus en divisant un terme par son précédent. Que constates-tu?

5^{ème} partie : le nombre d'or dans une suite de fraction.

Voici une suite logique de fractions définie à partir du nombre 2 à l'aide du raisonnement suivant : « pour trouver la fraction suivante, je prends l'inverse de la précédente et j'ajoute 1 ». Cela donne

$$F_1 = 2 \quad F_2 = 1 + \frac{1}{2} \quad F_3 = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}} \quad F_4 = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}} \quad F_5 = 1 + \frac{1}{F_4} \dots$$

Q5) Écrire F_1 , F_2 , F_3 et F_4 sous forme d'une fraction irréductible et donne pour chacune d'elle une valeur décimale approchée à 10^{-3} près. Que remarques-tu ?

T5) A l'aide d'un tableur, calcule les valeurs approchées 10^{-12} près des 30 premières fractions (de F_1 à F_{30}). Que constates-tu ?

Le défi du mois : Un saut de grenouille



3 grenouilles vertes (à gauche) sont assises face à 3 grenouilles marrons (à droite). Une grenouille peut avancer (mais jamais reculer) de 2 façons différentes :

- sauter la pierre juste devant elle si celle-ci est libre.
- sauter sur la pierre suivante si celle juste devant elle est occupée par une autre grenouille.

Le but du jeu consiste à faire passer les 3 grenouilles vertes à droites et les 3 grenouilles marrons à gauche.