

## « Equation enquête d'identité »

Dans cette activité sur tableur, il s'agit d'un travail en trois parties :

- 1) Emettre une conjecture et tester la robustesse de celle-ci.
- 2) Vérifier la véracité d'une égalité en prenant en compte en particulier le formatage des cellules.
- 3) Obtenir une valeur approchée d'une solution d'une équation du second degré.

Travail en classe entière sur poste en 3<sup>ème</sup>.

### Enoncé de l'exercice

Enoncé donné aux élèves

Consignes données aux élèves

2

2

2

### Objectifs

Texte de référence

Compétences B2i développées dans cette activité

Connaissances et compétences du socle commun développées dans cette activité

2

2

2

3

### Scénario

Ce qui a été fait avant

Le jour de la séance

Ce qui a été fait après

3

3

3

4

Compétences expérimentales pouvant être construites ou évaluées avec cette activité

4

Compétences mathématiques pouvant être construites ou évaluées avec cette activité

4

Les outils nécessaires ou utiles

4

Quelques travaux d'élèves

5

## Enoncé de l'activité.

### Equations en quête d'identité

- 1) Comparer les valeurs prises par  $X^2 + X + 1$  et  $2X + 1$  pour  $X$  compris entre 0 et 100.  
Que peut-on conjecturer ?  
Que peut-on faire pour valider ou invalider cette conjecture ?
- 2) L'égalité  $0,1(1000X + 0,01) = 100X + 0,01$  est-elle vraie ?  
On pourra en particulier calculer chacune des deux expressions pour différentes valeurs de  $X$ .
- 3) Résoudre  $X^2 + X - 1 = 0$ .  
(toute réponse sera donnée à  $10^{-4}$  près)

## Consignes données aux élèves

L'objectif est que chaque élève ait le temps de traiter les deux premières questions. La dernière est pour les plus rapides.

Avant de changer de questions, il faut demander la validation du professeur, qui peut alors demander d'explicitier à l'oral tel ou tel aspect.

## Objectifs

Créer, modifier une feuille de calcul

Utiliser le tableur comme outil de simulation afin d'émettre une conjecture ou de résoudre une équation (en valeurs approchées)

## Texte de référence.

Programme de la classe de 3<sup>ème</sup>.

[ftp://trf.education.gouv.fr/pub/edutel/bo/2007/hs6/MENE0750668A\\_annexe2.pdf](ftp://trf.education.gouv.fr/pub/edutel/bo/2007/hs6/MENE0750668A_annexe2.pdf)

## Compétences B2i développées dans cette activité

Domaine 3 – Créer, produire, traiter, exploiter des données :

Compétence 3.4 : Je sais créer, modifier une feuille de calcul, insérer une formule

Mais aussi en fonction de votre salle multimédia :

Domaine 1 – S'approprier un environnement informatique de travail :

Compétence 1.1 : Je sais m'identifier sur un réseau ou un site et mettre fin à cette identification.

Compétence 1.2 : Je sais accéder aux logiciels et aux documents disponibles à partir de mon espace de travail.

Compétence 1.3 : Je sais organiser mes espaces de stockage.

# Connaissances et compétences du socle commun développées dans cette activité

Pilier 3 – Les principaux éléments de mathématiques et la culture scientifique et technologique

Capacité à utiliser des outils (... , calculatrices, logiciels).

Capacité à contrôler la vraisemblance d'un résultat.

Capacité à utiliser les techniques et les technologies pour surmonter des obstacles.

Pilier 4 – La maîtrise des techniques usuelles de l'information et de la communication

Capacité à s'approprier un environnement informatique de travail.

Capacité à créer, traiter, s'approprier des données.

Pilier 7 – L'autonomie et l'initiative

Capacité à identifier un problème et mettre au point une démarche de résolution.

Capacité à mettre à l'essai plusieurs pistes de solution.

## Scénario

Classe de 3<sup>ème</sup> : 24 élèves – classe entière.

1 élève par poste...évidemment modulable à 2 élèves par poste !

## Ce qui a été fait avant

Au niveau informatique :

Les élèves de cette classe ont déjà vu le fonctionnement en classe d'un tableur lorsque l'enseignant l'utilisait avec un vidéo projecteur (saisie de formules simples, tri...).

Ils ont déjà utilisé l'outil informatique en salle multimédia et notamment, l'utilisation du tableur dans le cadre d'activités autour de la lettre et des fonctions.

## Le jour de la séance

Question 1 :

L'énoncé n'a pas posé de problème de compréhension. La formulation de la conjecture ( $x^2+x+1 \geq 2x + 1$ ) a été plus difficile à obtenir pour de nombreux élèves : les deux expressions ont été rapidement testées pour des valeurs entières de 0 à 20 environ mais plusieurs élèves ont eu des difficultés à formuler en utilisant « supérieur ou égal », pour eux cela faisait deux conditions que l'on ne pouvait réduire à une seule.

L'idée de tester ensuite pour des valeurs négatives ainsi que pour des valeurs décimales a été rapidement trouvée...et s'est répandue dans la salle.

Question 2 :

La réponse à la question (« l'égalité n'est pas vraie ») a été très rapidement trouvée. Il a fallu alors porter l'attention des élèves sur le formatage des cellules. En effet, tous pensaient que pour  $x = 1$  on a  $0,1(1000x + 0,01) = 100$ . En effet, l'affichage par défaut ne propose que deux décimales significatives. Le formatage des cellules a permis de mettre en évidence qu'il faut être prudent quant à l'affichage des résultats avec le tableur.

Question 3 :

Quatre élèves ont abordé cette question. Cela a permis un retour sur ce que signifie « à  $10^{-4}$  près » puis une réflexion sur ce qu'est une solution d'une équation.

## Ce qui est fait après

Les fichiers élèves ont été récupérés et annotés directement dessus.

## ***Compétences expérimentales pouvant être construites ou évaluées avec cette activité***

Comprendre et analyser une série de résultats.

Capacité à formater une cellule de façon à avoir un résultat fiable et utilisable.

Capacité à vérifier qu'un résultat est possible.

## ***Compétences mathématiques pouvant être construites ou évaluées avec cette activité***

Formuler une conjecture. La tester.

Comprendre la signification d'une inégalité large (signification de  $\geq$  et  $\leq$ ).

Comprendre ce qu'est la solution d'une équation.

## **Les outils nécessaires ou utiles.**

Matériel.

Un poste informatique par élève ou par binôme.

Logiciel :

Un tableur.

Logiciel utilisé : Open Office Calc

<http://www.openoffice.org>

# Quelques travaux d'élèves :

## Question 1

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	x											
2	0	$x^2+x+1$	$2x+1$									
3	1	3	3									
4	2	7	5									
5	3	13	7		1)							
6	4	21	9		On peut conjecturer que les résultats de la colonne B sont supérieurs ou égal à ceux de la colonne C.							
7	5	31	11		$x^2+X1>=X2+1$							
8	6	43	13		On teste avec des valeurs négatives ou des nombres à virgule.							
9	7	57	15		Les nombres de la colonne B sont moins grands que ceux de la colonne C							
10	8	73	17		on en conclut que la conjecture est fausse pour les nombres de 0 à 1,							
11	9	91	19									
12	10	111	21									

101	0,4	1,56	1,8
102	1,4	4,36	3,8
103	2,4	9,16	5,8
104	3,4	15,96	7,8
105	4,4	24,76	9,8
106	5,4	35,56	11,8
107	6,4	48,36	13,8
108	7,4	63,16	15,8
109	8,4	79,96	17,8
110	9,4	98,76	19,8
111	10,4	119,56	21,8
112	11,4	142,36	23,8
113	12,4	167,16	25,8
114	13,4	193,96	27,8
115	0,6	1,96	2,2
116	1,6	5,16	4,2
117	2,6	10,36	6,2
118	3,6	17,56	8,2
119	0	1	1
120	-1	1	-1
121	-2	3	-3
122	-3	7	-5
123	-4	13	-7
124	-5	21	-9
125	-6	31	-11
126	-7	43	-13
127	-0,2	0,84	0,6
128	-0,8	0,84	-0,6
129	-1,8	2,44	-2,6
130	-2,8	6,04	-4,6
131	-0,8	0,84	-0,6
132	-1,8	2,44	-2,6

La conjecture est correcte. L'analyse est satisfaisante mais la conclusion est un peu hâtive au regard des calculs faits. Les explications associées à la phrase 'on en conclut que la conjecture est fausse pour les nombres de 0 à 1' ont été données à l'oral.

## Question 2

B3  $\sum = =0,1*(1000*A3+0,01)=100*A3+0,01$

	A	B	C	D	E
1					
2	1	FAUX	100,001	100,010	
3	2	FAUX	200,001	200,010	
4	3	FAUX	300,001	300,010	
5	4	FAUX	400,001	400,010	
6	5	FAUX	500,001	500,010	
7	6	FAUX	600,001	600,010	
8	7	FAUX	700,001	700,010	
9	8	FAUX	800,001	800,010	
10	9	FAUX	900,001	900,010	
11	10	FAUX	1000,001	1000,010	
12	11	FAUX	1100,001	1100,010	
13	12	FAUX	1200,001	1200,010	
14	13	FAUX	1300,001	1300,010	
15	14	FAUX	1400,001	1400,010	

Beaucoup d'élèves ont programmé l'égalité comme un test logique qu'ils n'ont pas bien su analyser ainsi.

A partir d'un travail à l'oral, la conclusion est pertinente.

Le FAUX est significatif du fait que l'égalité de départ est fausse.

Il faut changer le format de la cellule (décimales) pour

Pouvoir voir les différents décimales que l'on croiraient identiques aux premières vues.

### Question 3

B5 =A5^2+A5-1

	A	B	C
1		$x^2+x-1=0$	
2	0	-1	
3	1	1	
4	2	5	
5	0,1	-0,89	
6	0,2	-0,76	
7	0,3	-0,61	
8	0,4	-0,44	
9	0,5	-0,25	
10	0,6	-0,04	
11	0,7	0,19	
12	0,8	0,44	
13	0,9	0,71	
14	1	1,00000	
15	0,6	-0,04000	
16	0,61	-0,01790	
17	0,62	0,00440	
18	0,63	0,02690	
19	0,64	0,04960	
20	0,65	0,07250	
21	0,66	0,09560	
22	0,67	0,11890	
23	0,68	0,14240	
24	0,69	0,16610	
25	0,7	0,19000	
26			

Même si le travail n'est pas complètement abouti, le principe d'approcher peu à peu est acquis.

	A	B
1	x	$x^2+x-1$
2	0	-1
3	1	1
4	2	5
5	3	11
6	4	19
7	5	29
8	6	41
9	7	55
10	8	71
11	9	89
12	10	109
13	0,1	-0,89
14	0,2	-0,76
15	0,3	-0,61
16	0,4	-0,44
17	0,5	-0,25
18	0,6	-0,04
19	0,7	0,19
20	0,8	0,44
21	0,9	0,71
22	0,61	-0,01790
23	0,62	0,00440
24	0,63	0,02690
25	0,64	0,04960
26	0,65	0,07250
27	0,66	0,09560
28	0,67	0,11890
29	0,68	0,14240
30	0,69	0,16610
31	0,7	0,19000
32	0,611	-0,01568
33	0,612	-0,01346
34	0,613	-0,01123
35	0,614	-0,00900
36	0,615	-0,00677
37	0,616	-0,00454
38	0,617	-0,00231
39	0,618	-0,00008
40	0,619	0,00216
41	0,61810	0,00015
42	0,61820	0,00037
43	0,61830	0,00059
44	0,61840	0,00082
45	0,61850	0,00104
46	0,61860	0,00127
47	0,61870	0,00149
48	0,61880	0,00171
49	0,61890	0,00194
50	0,61900	0,00216
51		
52		

L'approche est correcte, mais il y a une erreur à l'arrivée à la quatrième décimale : Avec 0,61810, le résultat est déjà positif.