Choix d'une modélisation

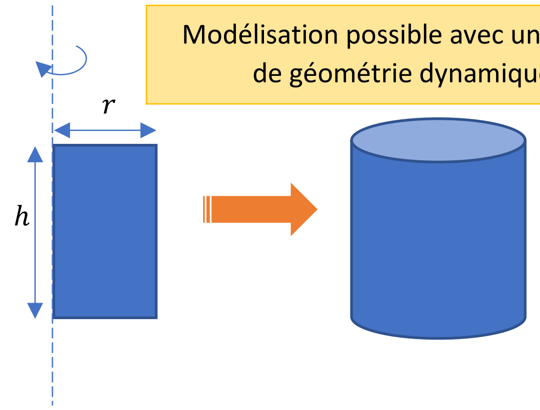
Voici des exemples de modélisations (de solides) qui peuvent convenir ou non selon le contexte : toute modélisation n'est pas forcément celle à utiliser. D'où une réflexion préalable pour faire le bon choix. Voulons-nous modéliser pour générer un solide, ou modélisons-nous pour calculer le volume de ce solide ?

Le cas du cylindre

Le cylindre vu comme un cylindre de révolution

Le **cylindre de révolution** ou le rectangle qui « tourne » autour d'un axe permet d'obtenir une modélisation du cylindre géométriquement, mais ce n'est pas le bon choix pour modéliser le calcul du volume.

Modélisation possible avec un logiciel de géométrie dynamique.

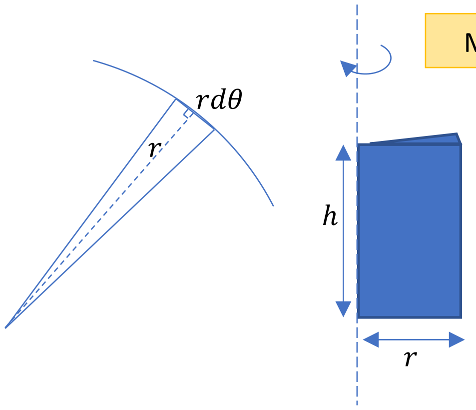


Qui ne fonctionne pas pour le calcul du volume

$$\int_0^{2\pi} r \times h.d\theta = [r \times h \times \theta]_0^{2\pi} = 2\pi rh$$

Une modélisation possible (en conservant la révolution) pour le calcul serait plutôt celle ci-dessous en considérant non pas un triangle, mais un prisme à base triangulaire

Modélisation possible pour un calcul.

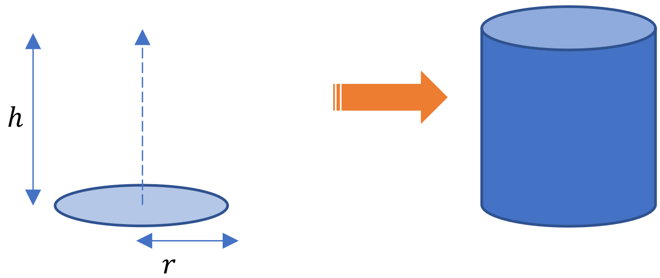


$$\int_0^{2\pi} h \times \frac{r.rd\theta}{2} = \left[h \times \frac{r^2}{2} \times \theta\right]_0^{2\pi} = \frac{2\pi r^2}{2} h = \pi r^2 h$$

Le cylindre vu comme une pile d'assiettes

Sinon, une modélisation qui fonctionne dans les deux cas serait « la pile d'assiettes ».

Modélisation possible avec un logiciel de géométrie dynamique.



Qui fonctionne pour le calcul du volume

$$\int_0^{h} \pi r^2.dx = [\pi r^2 \times x]_0^h = \pi r^2 h$$

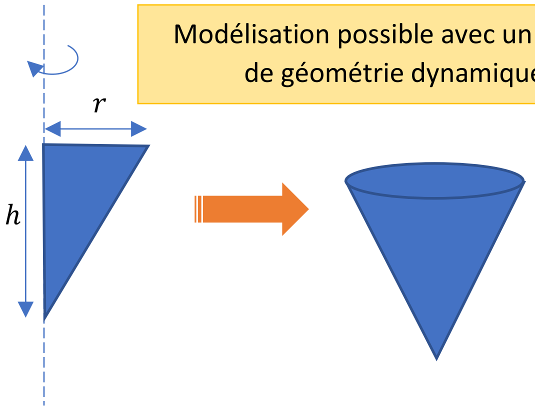
Le cas du cône

Le cylindre vu comme un cylindre de révolution

Dans le même état d'esprit, on peut modéliser le cône de révolution de deux manières différentes.

Le **cône de révolution** ou le triangle rectangle qui « tourne » autour d'un axe permet d'obtenir une modélisation du cylindre géométriquement, mais ce n'est pas le bon choix pour modéliser le calcul du volume.

Modélisation possible avec un logiciel de géométrie dynamique.

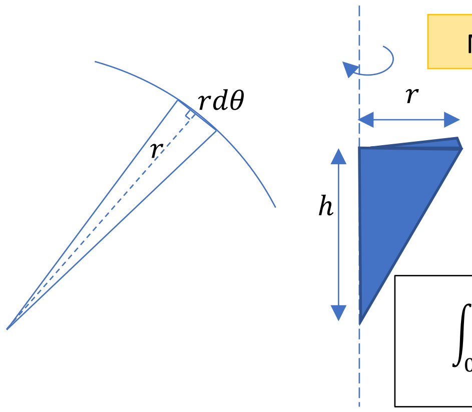


Qui ne fonctionne pas pour le calcul du volume

$$\int_0^{2\pi} \frac{r \times h}{2}.d\theta = \left[\frac{r \times h}{2}\theta\right]_0^{2\pi} = \frac{r \times h}{2} \times 2\pi = \pi r h$$

Une modélisation possible (en conservant la révolution) pour le calcul serait plutôt celle ci-dessous en considérant non pas un triangle, mais une pyramide à base triangulaire.

Modélisation possible pour un calcul.

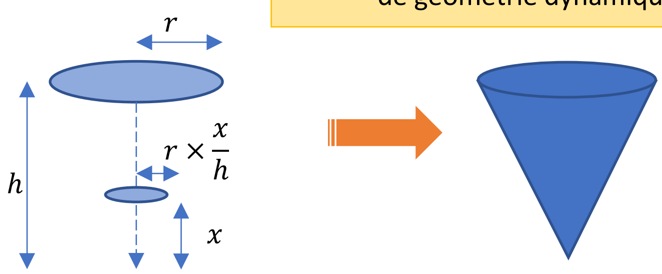


$$\int_0^{2\pi} \frac{1}{3} \times h \times \frac{r.rd\theta}{2} = \left[\frac{1}{3} \times h \times \frac{r^2}{2}\theta\right]_0^{2\pi} = \frac{1}{3} \times \frac{2\pi r^2}{2} h = \frac{\pi r^2 h}{3}$$

Le cylindre vu comme une pile d'assiettes de plus en plus petites

Sinon, une modélisation qui fonctionne dans les deux cas serait « la pile d'assiettes » qui augmente au fur et à mesure.

Modélisation possible avec un logiciel de géométrie dynamique.



Qui fonctionne pour le calcul du volume

$$\int_0^h \pi\left(r \times \frac{x}{h}\right)^2 .dx = \int_0^h \frac{\pi r^2}{h^2} x^2 .dx = \left[\frac{\pi r^2}{h^2}\left(\frac{x^3}{3}\right)\right]_0^h = \frac{\pi r^2}{h^2}\left(\frac{h^3}{3}\right) = \frac{\pi r^2 h}{3}$$