

Correction exercice 2

Soit x le premier nombre.

Il suffit de résoudre l'équation $(n+1)(x + x+n) = n(x+n+1 + x+2n)$.

Elle se simplifie en $x = n^2$.

Les nombres sont donc : $n^2 + p$ avec $p \in \mathbb{N}$ et $0 \leq p \leq 2n$.

La deuxième équation est

$$x^2 + (x+1)^2 + (x+2)^2 + \dots + (x+n)^2 = (x+n+1)^2 + (x+n+2)^2 + \dots + (x+n+n)^2.$$

Elle est équivalente aux équations suivantes :

$$x^2 = (x+n+1)^2 - (x+1)^2 + (x+n+2)^2 - (x+2)^2 + \dots + (x+n+n)^2 - (x+n)^2.$$

$$x^2 = n(x+n+1+x+1) + n(x+n+2+x+2) + \dots + n(x+n+n+x+n).$$

$$x^2 = 2n^2x + n \times \frac{n(n+2+3n)}{2}.$$

C'est-à-dire $x^2 - 2n^2x - n^2(2n+1) = 0$ ou encore $(x+n)(x-n(2n+1)) = 0$.

Les nombres sont donc : $n(2n+1) + p$ avec $p \in \mathbb{N}$ et $0 \leq p \leq 2n$.