Etude d'une famille de paraboles.

Première partie : exploration de la situation.

Soit P le polynôme défini par : $P(x)=(m-3)x^2-2(m+2)x+m-5$ où m est un nombre réel.

On appelle (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthogonal $(O;\vec{i},\vec{j})$.

I) Dans toute cette partie I, on se place dans le cas particulier où m = 11.

1) Etude algébrique.

   a. Réécrire alors P(x) : P(x) =

   b. Résoudre, par le calcul, P(x) = 0

2) Approche numérique : le tableur.

   a. Construire, à l'aide d'un tableur, le tableau de valeurs de P sur l'intervalle [-10 ;10] par pas de 1.
   b. Représenter, sur la même feuille de calcul, la courbe (C) sur [-10 ;10].

II) On souhaite maintenant pouvoir faire varier m.

1) Un cas particulier…

La courbe (C) est-elle toujours une parabole ?

2) On se place dans les cas où (C) est une parabole.
Modifier la feuille de calcul précédente de façon à ce que :

- L'utilisateur puisse modifier m : le tableur recalculera alors toute la feuille (le tableau de valeurs et la représentation graphique).
- La feuille donne le discriminant du polynôme.
- La feuille donne les solutions éventuelles de l'équation P(x) = 0 (On ne cherchera pas, par d'éventuels tests, à éliminer les erreurs liées aux cas où le discriminant est négatif).

Vérifier votre feuille en prenant m = 11…

3) Exploitation de la feuille de calcul.

Est-il possible de choisir m de façon à ce que l'équation P(x) = 0 admette :

   a) Deux solutions distinctes ? (exemple : m =)

   b) Une unique solution (exemple : m =)

   c) Aucune solution (exemple : m =)

4) Retour sur l'algèbre : à faire pour la prochaine séquence sur feuille…

En exprimant, en fonction de m, le discriminant de P, déterminer selon les valeurs de m le nombre de solutions de l'équation P(x) = 0.

Vérifier la cohérence de votre étude avec les résultats de la question 3).