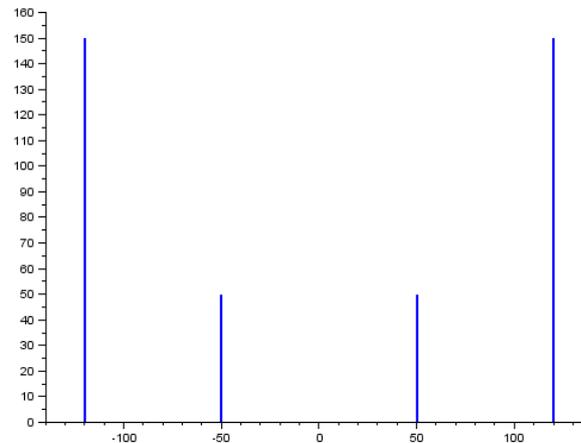


BTS SN – TFD d'un signal périodique



Thème abordé

1. Problématique, situation d'accroche

L'objectif de cette fiche est de montrer aux étudiants comment l'on peut utiliser la TFD pour retrouver le spectre d'un signal périodique.

2. Frontières de l'étude et prolongements possibles

Les étudiants doivent prendre conscience de l'importance du choix de la fréquence d'échantillonnage. Pour cette fiche, la situation est fermée : le spectre du signal est évident, les conditions d'application de la TFD sont explicitées.

On peut alors imaginer comme prolongements :

- Examiner ce qui se passe si la durée d'acquisition $T_a = NT_e$ du signal n'est plus un multiple entier de la période T du signal, la condition de Shannon étant toujours respectée (phénomène d'élargissement des raies).
- Examiner ce qui se passe si la durée d'acquisition du signal est égale à une période T (ou un multiple entier de la période), mais la fréquence d'échantillonnage f_e ne respecte plus la condition de Shannon (phénomène de repliement ou aliasing).

Objectifs pédagogiques

1. Discipline impliquée

Mathématiques

2. Prérequis

Les étudiants doivent savoir que le spectre d'un signal périodique obtenu comme combinaison linéaire de signaux sinusoïdaux est un spectre discret.

Ils doivent savoir également utiliser la commande fft d'un logiciel comme scilab ou Xcas.

3. Capacités et compétences

Comprendre le lien entre la période du signal et la fréquence d'échantillonnage.

Distinguer la fréquence du signal et les fréquences du spectre, en particulier associer la fréquence d'échantillonnage f_e à la fréquence du signal f et la fréquence de Shannon, f_s , aux fréquences contenues dans le spectre.

Représenter, changer de registre ; raisonner à partir d'un graphique ; calculer à la main et avec un logiciel.

Outils

L'activité proposée nécessite l'utilisation d'une calculatrice et d'un logiciel comme scilab ou Xcas.

Contenu de la fiche

On considère un signal périodique défini sur \mathbb{R} par :

$$s(t) = \cos(2\pi \times 50 \times t) + 3 \cos(2\pi \times 120 \times t)$$

Questions :

1. Déterminer, à l'aide de la calculatrice ou d'un logiciel, la période T de ce signal.

On admet que le spectre de ce signal est un spectre de raies que l'on souhaite retrouver à l'aide d'une TFD.

2. De quelles fréquences ce spectre est-il constitué ?

Pour réaliser la TFD, on prélève N échantillons du signal pris tous les temps T_e de telle sorte que le temps d'acquisition $N \times T_e$ soit un multiple de la période T du signal.

On s'assure également que l'échantillonnage respecte la condition de Shannon : la fréquence $f_e = \frac{1}{T_e}$ doit être supérieure au double de la plus grande fréquence contenue dans le spectre du signal.

3. Proposer une fréquence f_e compatible avec les conditions précédentes et donner un nombre N d'échantillons lui correspondant.
4. Contrôler les valeurs proposées en effectuant la TFD à l'aide de l'ordinateur.

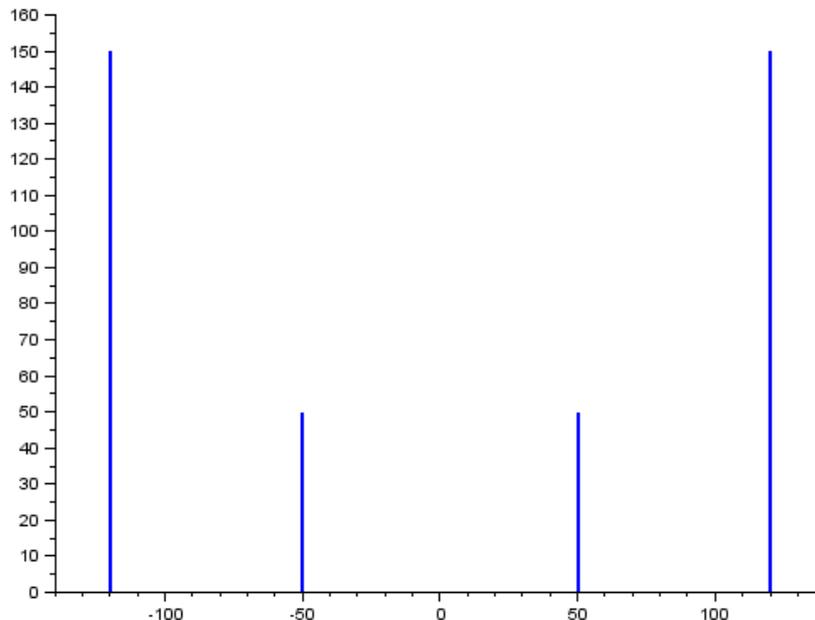
On pourra également visualiser les raies spectrales en affichant le spectre d'amplitude.

Eléments de réponses :

La période du signal est $T = 0,1$ et $f_e \geq 2 \times 120$ donc $T_e \leq \frac{1}{240}$.

On peut prendre par exemple $f_e = 250$ et $N = 100$ (ce qui revient à échantillonner à la cadence $T_e = 0,004$ sur 4 périodes).

On obtient avec le logiciel scilab le spectre d'amplitude suivant :



Notions : les notions d'échantillon et de TFD interviennent dans cette fiche.

Activité de l'étudiant : l'étudiant est amené à analyser le graphique proposé, à montrer sa compréhension de ce qu'est un échantillon, à faire le lien avec la formule de TFD vue en classe (alternativement, on peut adapter cette activité pour servir d'introduction à la formule de TFD), à poser des calculs et éventuellement à les mener à bien.

Considérations didactiques : les étudiants peuvent être bloqués sur la détermination de l'échantillon, sur l'application de la formule générale du cours à un cas particulier. La conduite des calculs est technique et peut s'avérer difficilement accessible. Poser au moins le calcul à conduire permet à tous les étudiants de comprendre qu'il y a une justification possible de ce qui est observé et à prendre en main la formule définissant la TFD, qui n'est que peu utilisée dans les autres situations.

Points méthodologiques : des coups de pouce doivent être anticipés (graphique montrant l'échantillonnage du signal : il reste à l'étudiant à trouver la taille de l'échantillon, les différentes valeurs ... ; formule de TFD avec la bonne taille d'échantillon ; limitation à la valeur en 0).