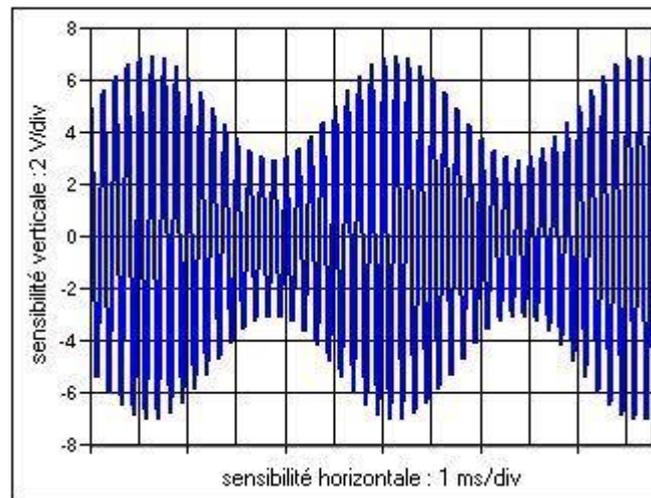


BTS SN – Modulation sans porteuse



Thème abordé

1. Problématique, situation d'accroche

L'objectif de cette fiche est d'appliquer la TFD dans le cadre de la modulation d'un signal porteur par un message à transmettre. L'exemple d'étude proposé est très schématique et illustre simplement le principe. La transmission étudiée est une modulation dite « sans porteuse ».

2. Frontières de l'étude et prolongements possibles

Il est possible de prolonger cet exercice en proposant une modulation par un signal utile plus compliqué. Cette étude permet, en physique, de connaître l'encombrement spectral du signal transmis.

Objectifs pédagogiques

1. Discipline impliquée

Mathématiques

2. Prérequis

Les étudiants doivent savoir que le spectre d'un signal périodique obtenu comme combinaison linéaire de signaux sinusoïdaux est un spectre discret.

Ils doivent savoir également utiliser la commande `fft` d'un logiciel comme `scilab` ou `Xcas`.

3. Capacités et compétences

Savoir déterminer le spectre d'un signal se présentant comme une combinaison de signaux sinusoïdaux.

Savoir utiliser les formules d'addition pour linéariser une expression trigonométrique.

Savoir mettre en œuvre un calcul de TFD sur ordinateur, en ayant choisi correctement la fréquence d'échantillonnage. Analyser les résultats obtenus avec l'ordinateur et les confronter aux résultats théoriques.

Outils

L'activité proposée nécessite l'utilisation d'une calculatrice et d'un logiciel comme scilab ou Xcas.

Contenu de la fiche

On considère trois signaux :

$$S_{\text{inf}}(t) = \sin(20\pi t) ; S_{\text{por}}(t) = \sin(200\pi t) \text{ et } S_{\text{mod}} = S_{\text{inf}} \times S_{\text{por}} .$$

Le signal $S_{\text{inf}}(t)$ est un signal qui contient l'information que l'on souhaite transmettre, on l'appelle signal utile.

Le signal $S_{\text{mod}}(t)$ est l'onde porteuse du signal utile.

En multipliant S_{inf} par S_{mod} , on module l'onde porteuse par le signal utile pour obtenir le signal modulé.

Questions :

- Donner les fréquences du signal utile et du signal porteur.
 - Représenter graphiquement le signal modulé S_{mod} et déterminer sa fréquence.
- On rappelle les formules d'addition :
$$\cos(a+b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b)$$
$$\cos(a-b) = \cos(a)\cos(b) + \sin(a)\sin(b)$$
$$\sin(a+b) = \sin(a)\cos(b) + \sin(b)\cos(a)$$
$$\sin(a-b) = \sin(a)\cos(b) - \sin(b)\cos(a)$$
 - A l'aide de ces formules, transformer l'expression de $S_{\text{mod}}(t)$ de manière à le faire apparaître comme somme de deux signaux sinusoïdaux.
 - En déduire le spectre du signal modulé.
 - Comment obtient-on le spectre du signal modulé à l'aide des spectres des deux autres signaux, celui du signal porteur et celui du signal utile ?
- A l'aide des résultats obtenus aux questions précédentes, proposer une fréquence d'échantillonnage f_e permettant de retrouver le spectre du signal modulé par un calcul de TFD.
 - Sur l'ordinateur, afficher le spectrogramme correspondant et valider la fréquence d'échantillonnage proposée.

Prolongement :

Après réception du signal S_{mod} , on souhaite récupérer le signal utile (étape de démodulation).

On va vérifier qu'il suffit pour cela de le multiplier, par exemple, par le signal porteur.

On considère alors le signal $S_{\text{dem}} = S_{\text{mod}} \times S_{\text{por}}$.

- Echantillonner le signal $S_{\text{dem}}(t)$ à la fréquence 500 Hz sur 1 s.
- En déduire le spectre de S_{dem} par un calcul de TFD.
- Démontrer que $S_{\text{dem}}(t) = \frac{1}{2} \sin(20\pi t) + \frac{1}{4} \sin(380\pi t) - \frac{1}{4} \sin(420\pi t)$.

Que reste-t-il à faire pour retrouver le signal utile ?

Éléments de réponses :

Question 2 $S_{\text{mod}}(t) = \frac{1}{2} \cos(180\pi t) - \frac{1}{2} \cos(220\pi t)$.

On obtient le spectre de S_{mod} par convolution des deux spectres des signaux porteur et utile, ce qui fait apparaître quatre raies aux fréquences ± 90 Hz et ± 110 Hz.

Question 3 Il faut choisir f_e de manière à respecter la condition de Shannon, donc échantillonner au moins à 220 Hz, et à obtenir un spectre de raies exact en faisant en sorte que le temps d'acquisition $\frac{N}{f_e}$ soit un multiple de la période T du signal modulé.

On peut prendre par exemple $f_e = 500$ Hz et $N = 500$ échantillons.

Notions : les notions d'échantillonnage interviennent : fréquence d'échantillonnage, condition de Shannon, spectre d'un signal sinusoïdal.

Activité de l'étudiant : l'étudiant est amené à linéariser un produit de deux sinus à l'aide des formules d'addition.

Il doit ensuite interpréter le résultat de son calcul en termes de spectre. Un calcul du spectre par TFD doit confirmer l'approche théorique.

Considérations didactiques : les étudiants peuvent être bloqués sur la linéarisation du produit de sinus.

Points méthodologiques : des coups de pouce doivent être anticipés : en particulier, la linéarisation d'un produit de sinus peut s'obtenir avec un logiciel de calcul formel ; avec Xcas, la commande est : `lineariser_trigo(sin(20*pi*x)*sin(200*pi*x))`. Prévoir de donner aussi les éléments de syntaxe nécessaires à la création des spectrogrammes sous Xcas ou scilab.