

Simulation de mouvements et trajectoires balistiques au voisinage de la terre.

Remarque préliminaire : *L'utilisation optimale de ce logiciel utilise des animations graphiques qui simulent le mouvement diurne de la terre. Elle nécessite un matériel muni d'un processeur assez rapide, faute de quoi la qualité des résultats obtenus en souffrira inévitablement. Toutefois le mode **Sans Animation** (en Référentiel Géocentrique) qui est installé par défaut, permet de visualiser les trajectoires dans de bonnes conditions avec tout type de matériel.*

1. Principe général

Un projectile est lancé ou abandonné dans le vide au voisinage de la terre.

La trajectoire du mouvement qui en résulte sera calculée dans un Repère Géocentrique (RG) mais pourra être également représentée dans un Repère Terrestre (RT).

Le logiciel représente le mouvement de ce mobile «filmé» depuis une caméra fictive placée à une distance de la terre égale à 100 fois le rayon de cette dernière. Cette caméra peut se déplacer selon 2 angles de rotation paramétrables, son objectif est muni d'un zoom dont la focale est également paramétrable.

Le point de lancement est caractérisé par son altitude et sa longitude. Il se trouve toujours dans le plan d'un méridien considéré comme origine. Le vecteur vitesse initiale est défini par sa norme (VI) et 2 angles appelés ici azimut et angle de tir (voir écran du logiciel). Cette vitesse initiale peut être définie, au choix, **par rapport à RG** ou **par rapport à RT**. Pour des raisons évidentes de simplification, l'effet perturbateur de l'atmosphère terrestre n'est pas pris en compte, c'est pourquoi une altitude initiale sera toujours supérieure à une limite égale ici à 40 km. Les vitesses finales affichées à cette altitude peuvent être considérées comme les vitesses de rentrée dans l'atmosphère. Il n'est pas tenu compte non plus de la non-sphéricité de la planète.

Tous les calculs sont faits par intégration numérique (dans RG) au pas **dt** paramétrable par l'utilisateur. On pourra de cette façon simuler différentes trajectoires de satellites dans tous les plans orbitaux possibles mais aussi des tirs de projectiles en sortie d'atmosphère donnant un aperçu du mouvement de missiles intercontinentaux, enfin, la simulation de chutes sans vitesse initiale (dans RT) donne une illustration de ce que à quoi pourraient conduire des sauts effectués depuis le sommet de tours (encore imaginaires) de hauteur quasi illimitée à l'échelle terrestre, que nous qualifierons *d'hypertours*.

L'ensemble est uniquement conçu dans un objectif pédagogique d'initiation et de vulgarisation concernant les phénomènes représentés.

2. Utilisation pratique du logiciel

- Paramètres de représentations 3D. L'image obtenue peut être observée sous différents angles.

Il suffit pour cela de promener la souris au **centre de l'écran** en cliquant à l'aide du **bouton gauche** (comme dans Google Earth). Cette opération peut être effectuée à tout moment, y compris pendant une séquence animée. Comme les positions d'un certain nombre de points successifs sont mémorisées, une vision rapide de la trajectoire sous différents angles donnera une bonne illustration de sa forme en 3D (tout particulièrement dans RT). De la même façon, un déplacement horizontal, avec **clic droit** agira sur le **zoom** de l'objectif virtuel et modifiera instantanément l'échelle de la représentation. A chaque instant il sera donc possible d'adapter à sa convenance les conditions d'observation de l'image.

- Paramètres physiques des conditions de lancement : L'accès aux modifications des 6 paramètres physiques définissant les conditions de lancement du mobile se fait en cliquant sur le bandeau portant le nom correspondant. On pourra ensuite agir sur le curseur (ou scroll) au centre et en haut de l'écran ou entrer **au clavier** la valeur numérique choisie dans la fenêtre dédiée. Dans **ce cas seulement** un clic sur la touche de validation sera nécessaire.

La mise en place des paramètres appelés *azimut* et *angle de tir* est illustrée par l'observation du **vecteur vitesses initiale** qui s'affiche sur l'écran. Ne pas hésiter à modifier l'angle de vision de l'image pour appréhender concrètement ces valeurs.. A noter que ces 2 paramètres sont sans effet si la vitesse initiale est nulle. De même le choix de l'azimut est indifférent si l'angle de tir vaut +/- 90°. Le lancement est toujours effectué dans le plan du méridien origine (couleur blanche).

- Cas particulier du paramètre **dt** : Le pas d'intégration va déterminer la précision des calculs mais aussi la rapidité d'évolution et d'affichage des images. Il faudra donc **augmenter dt** si l'ordinateur utilisé est équipé d'un microprocesseur trop **lent**. D'une façon plus générale l'ajustement de **dt** peut optimiser tout type de représentation.
- Une série de « cases à cocher » permet la modification, à l'arrêt ou *au vol*, d'un certain nombre de paramètres de la représentation. Il est recommandé de faire tous les essais possibles pour en comprendre l'utilisation.

L'une d'entre elles permet de réaliser la rotation de la terre dans RG. Pour que l'animation soit assez fluide, il faut choisir **dt** avec soin et préférer le mode trajectoire seule pour l'affichage des positions du mobile. Pendant une séquence, une série de valeurs de variables sont affichées. A noter que l'affichage de l'altitude est arrondi à 20 km près. L'information sur les vitesses de **circularisation** et de **libération** sera très utile pour le choix des vitesses initiales.

- Le changement de référentiel peut se faire à tout instant, y compris pendant une séquence animée, en cliquant sur le bouton prévu à cet effet. On remarquera les modifications du vecteur vitesse initiale qui en découlent.

Exemples de simulations réalisables

Parmi les analyses qui découlent de ces observations, un point est commun à toutes les simulations. c'est la mise en évidence de l'importance du rôle joué par le référentiel d'observation selon qu'il est **galiléen** (celui qui est associé à RG sera considéré comme tel) **ou non**. Dans le premier cas toutes les trajectoires sont en général des arcs d'ellipse (sauf cas particulier d'une vitesse initiale nulle ou supérieure à la vitesse de libération), Dans le second cas une très grande diversité de situations est observable. Tous les calculs de trajectoire se font évidemment dans RG, des transformations correspondant à des changements de repère permettent d'aboutir aux coordonnées dans RT.

Voyons donc quelques exemples relatifs à des situations dont certaines sont préprogrammées.

1 – Chute libre verticale dans RG.

C'est la situation par défaut à l'ouverture du logiciel. VI est nulle dans RG. Faire des essais sous différents angles de vue, à différentes altitudes et longitudes. Observer et analyser les mêmes chutes dans RT. C'est ce que « verraient » des radars de poursuite installés au sol. *Remarque : Expérience vraisemblablement irréalisable en pratique.*

2 – Satellisation progressive.

En restant d'abord dans le plan équatorial (latitude nulle) avec un azimut (AZ) = 90° (tir vers l'Est) on augmente progressivement la vitesse initiale à une altitude donnée. La vitesse *de circularisation* (orbite circulaire) est affichée sur l'écran ainsi que la vitesse de libération, ces vitesses dépendent de l'altitude de départ.

3 – Satellites héliosynchrones (exemple satellite SPOT)

Leur altitude est voisine de 800 km, orbite quasi polaire (par exemple AZ = 5°). Donner la vitesse la plus proche de la circularisation. Observer attentivement les mouvements dans RG et RT. Interpréter. L'exemple choisi par défaut aboutit à un passage au dessus d'un point de la surface terrestre dans les mêmes conditions toute les 24 h. Mais l'orbite n'est pas circulaire, il faut en pratique un temps beaucoup plus long pour retrouver les passages au même point, à la même heure et dans le même sens.

4 – Satellites géosynchrones.

La durée d'une révolution est exactement égale au temps que met la terre pour faire un tour complet sur elle-même (proche de 23h 56 min). Ces satellites en orbite circulaire gravitent à l'altitude de 35785 km. Leur vitesse / RG est proche de 3,08 km/s

Dans le cas général le plan de l'orbite ne coïncide pas avec celui de l'équateur terrestre. Pour l'exemple choisi dans le logiciel, ces plans font entre eux un angle de 45°.

Il est alors particulièrement intéressant d'observer la forme des trajectoires dans RT (*analemme*) et de voir l'évolution de l'amplitude des courbes correspondantes en fonction de l'inclinaison du plan de l'orbite RG par rapport au plan équatorial.(modification de l'azimut du tir).

Dans le cas simple d'un déplacement d'Ouest en Est dans le plan équatorial (LAT =0, AZ =90) on a la configuration du satellite **Géostationnaire** ou de **Télécommunications**.

4-1 Satellite géostationnaire.

Afficher la configuration ci-dessus en donnant au zoom une valeur faible. Ne pas oublier d'ajuster la variable **dt** pour optimiser la représentation. Observer le mouvement dans les 2 repères. On peut aussi se servir du menu « préprogrammé ».

4-2 Mise à poste d'un satellite géostationnaire.

Le principe général de cette procédure est illustré par un des exemples prédéfinis du logiciel. La séquence préparée s'observe sans intervention de l'utilisateur et met en évidence les principales phases, orbite basse, orbite de transfert géostationnaire (GTO), manœuvres d'apogée. Il est impératif de voir cette séquence dans les 2 référentiels pour constater l'aboutissement de la manœuvre dans RT.

4-3 Extension de la notion de géosynchronisme

Il s'agit de situations pour lesquelles la période de révolution du mobile dans le repère géocentrique est égale à une fraction « entière » du jour sidéral (23 h 56 min) : $T_G = J_s \times P / Q$ (P et Q étant 2 entiers). Dans ces conditions la trajectoire dans RT est une courbe fermée quelle que soit l'azimut de la vitesse initiale. Pour obtenir ce résultat, l'altitude de départ étant fixée, on fait varier la vitesse initiale pour obtenir la valeur voulue de T_G par approximations successives. Exemples: Avec Alt.init. = 15000 km prendre $V_i/RG = 4.2$ ou 4.9923 km/s.

Observer les trajectoires sous tous les angles dans RT avec des azimuts variés.

Tous les exemples suivants sont réalisés avec **une vitesse définie par rapport à RT.**

5- Tir à la verticale en sortie de la couche atmosphérique

Prendre la configuration prédéfinie. Faire les observations dans les 2 référentiels.

Etudier l'évolution du phénomène lorsque la vitesse initiale augmente (dans RT de préférence). On diminuera le zoom au fur et à mesure que V_i augmente.

Vitesse de libération : Dans RT mettre le zoom au minimum et **dt** au maximum.

Prendre $V_i = 11$ (km/s) attendre le retour du mobile. Avec $V_i = 11.1$, il faut être patient mais le retour se fait au bout de 760 h environ. Avec $V_i = 11.2$ km/s, inutile d'attendre, il ne reviendra plus. $V_i = 10.715$ km/s correspond à une configuration particulière que l'on pourra observer.

Il est intéressant de modifier la latitude du point de lancement pour faire des simulations équivalentes.

6 – Mise en orbite circulaire.

Les exemples proposés correspondent à des tirs dans le plan équatorial.

Ils montrent l'importance de *l'effet d'entraînement* dû à la rotation de la terre. On pourra, dans RT, chercher « expérimentalement » la vitesse initiale à donner pour obtenir la circularisation lors d'un tir vers l'Ouest. Le calcul théorique (de la vitesse initiale / RT) n'est pas très difficile à faire pour un cas de ce type.

7 – Tir de missile

Voir l'exemple proposé et chercher autant de variantes que l'on veut.

8 – Saut depuis une « hypertour » (Observations dans RT)

Imaginons une tour, ayant les pieds sur terre, et dont la hauteur puisse atteindre plusieurs dizaines de milliers de kilomètres. Nous l'appellerons donc *hypertour*.

Que se passerait-il si, muni d'un équipement de cosmonaute, on se jetait du haut de la tour comme le fit en son temps *le prisonnier de la chanson*. Il s'agit tout simplement d'un déplacement avec une vitesse initiale nulle / RT. Supposons pour commencer que cette tour soit installée à l'équateur.

En se « limitant » à des hauteurs inférieures à 23000 km (environ) on observe un déplacement vers l'Est au cours de la chute. Mais si la hauteur augmente, le mobile va passer à côté de la terre puis entamer un mouvement permanent dont la trajectoire dans RT a une forme très caractéristique.

Interprétation des points de rebroussement : En revenant à son altitude de départ, le mobile reprend dans RG sa vitesse initiale (vitesse d'entraînement induite par la rotation de la terre autour de l'axe des pôles), cette vitesse est donc nulle / RT, et cet arrêt momentané se traduit par le point de rebroussement de la trajectoire.

Ce type de trajectoire se retrouve avec une courbure significative si la tour n'est pas installée à l'équateur (latitude non nulle). Plus on se rapproche d'un pôle, plus la hauteur de la tour doit être élevée pour tomber hors de la planète. Essayer par exemple altitude maxi, latitude 63°, dt maxi.

Si la tour est installée à un pôle, la trajectoire est toujours rectiligne.

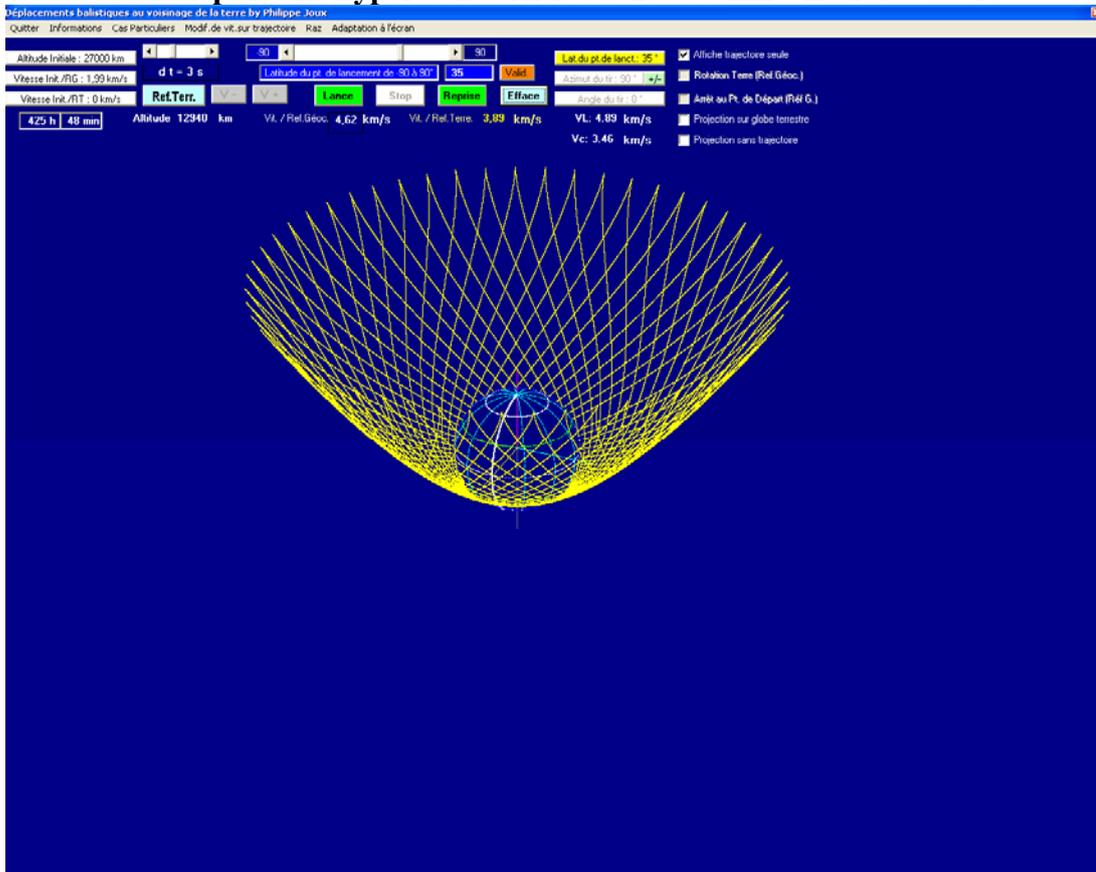
Satellite géostationnaire : En revenant dans le plan équatorial, on retrouve pour une altitude de 35785 km, la configuration du satellite géostationnaire. En se jetant, ici, dans le vide, on ne tombe plus. Que se passe-t-il si la tour est en suite, un peu plus haute ?

Remarque : Cette situation illustre la différence pas toujours nettement perçue entre **pesanteur** et **gravitation**. A l'altitude ci-dessus, le champ de gravitation est caractérisé par le coefficient $Gr = 0,22 \text{ N/kg}$, on peut y trouver, dans le plan équatorial, un satellite géostationnaire de masse une tonne. A la question faussement naïve « quel est ici le **poids** de ce satellite ? » la réponse est : ce poids est **nul** (c'est la force de gravitation qui est égale à 220 N). En effet le champ de pesanteur g est exprimé, par définition, dans le référentiel terrestre. Ici $g = Gr - \omega^2 * (R + h) = 0$ (Situation d'Apesanteur).

A une altitude supérieure, dans le plan équatorial, g devient négatif, il y a inversion du champ de pesanteur, le prisonnier va monter au ciel avant de repasser périodiquement par l'altitude initiale.

Philippe Joux

Saut depuis une hypertour : Altitude 27 000 km Latitude 35°N



Pt de lancement dans le plan équatorial Alt. 15000 km – VI / RT // à l'axe des pôles

