

la suite de Syracuse

mis à jour le 12/11/2013

Un scénario pédagogique pour la classe prenant appui sur un problème ouvert, choisi pour son intérêt dans le cadre d'une mise en recherche active des élèves.

mots clés : syracuse, suite, problème ouvert, organisation, gestion de données

9	28	14	7	22	11	34	17	52	26	13	40	20	10	5	16	8	4	2	1	
19	58	29	88	44	22	11	34	17	52	26	13	40	20	10	5	16	8	4	2	1
23	70	35	106	53	160	80	40	20	10	5	16	8	4	2	1					

Domaines et champs des programmes / compétence disciplinaire visée

Mathématiques :

- calculer mentalement en utilisant les quatre opérations ;
- utiliser une calculatrice ;
- savoir organiser des informations numériques [...] ;

Maîtrise de la langue :

- s'exprimer à l'oral [...] dans un vocabulaire approprié et précis ;

Compétences sociales et civiques :

- coopérer avec un ou plusieurs camarades ;

Autonomie et initiative :

- respecter des consignes simples en autonomie ;
- montrer une certaine persévérance [...] ;
- s'impliquer dans un projet collectif.

Objectif central

- Développer les habiletés de calcul ; respecter un algorithme de calcul.
- Percevoir des relations simples entre les nombres (doubles, moitiés).
- Organiser les résultats obtenus.
- Partager une culture mathématiques.

matériel

Séance 1 :

- enveloppes contenant chacune un des nombres suivants : 9, 19, 23, 45, 53, 70, 81
- une calculatrice et une feuille par binôme
- graphe fabriqué à partir des suites des 8 nombres testés, à projeter (TNI ou vidéoprojecteur seul).

Séance 2 :

- le graphe présenté lors de la séance 1, un tableau des nombres de 1 à 99, une calculatrice et une feuille par binôme
- le graphe sur un affichage collectif (qui peut être un support TNI).

Cf. documents complémentaires

Séance 3 :

- idem séance 2.

dispositif pédagogique, durée

3 séances d'une heure (la troisième pourra être déclinée en plusieurs ateliers de 20 à 30 min).

Déroulement des activités

Séance 1 :

Présenter l'énigme (comme un jeu sur les nombres) : "Choisir un nombre de deux chiffres. S'il est pair, en prendre la moitié ; s'il est impair, le multiplier par 3 puis ajouter 1. Recommencer à appliquer la même règle avec le nombre obtenu et ainsi de suite... S'arrêter lorsqu'on obtient 1."

S'appuyer sur un exemple pour lancer collectivement l'activité, s'assurer de la compréhension de la situation et rappeler les notions de nombres pairs et impairs.

Avec 14 par exemple, détailler les calculs et construire la suite obtenue au tableau. Faire observer que si on continuait après 1, on tournerait en boucle. Expliciter alors, la troisième règle de l'algorithme : "dès que l'on obtient le nombre 1, on s'arrête."

Distribuer une enveloppe contenant un nombre, une feuille blanche et une calculatrice par binôme. Le même nombre est donné à deux binômes pour permettre une confrontation entre pairs lors de la synthèse.

Recherche.

Axes de différenciation possibles : le choix du nombre donné aux binômes (les suites sont plus ou moins longues à construire), la possibilité ou non d'utiliser la calculatrice.

Mise en commun : les élèves des différents groupes présentent et écrivent la suite obtenue (les suites sont écrites les unes sous les autres).

Validation et synthèse : observer certaines propriétés, en particulier sur la fin des suites. Remarquer que certaines suites ou parties de suites sont incluses dans d'autres. Favoriser les remarques du type "pourquoi n'ai-je pas grand chose à faire si je prends 46 comme nombre de départ ?" Faire trouver d'autres nombres pour lesquels ce serait le cas.

Formalisation des différentes suites trouvées : projeter ou afficher le graphe reprenant les suites de 14, 9, 19, 23, 45, 53, 70, 81.

Travail d'appropriation du graphe : demander à chaque binôme de chercher 5 nombres pour lesquels on n'aurait aucun calcul à faire (soit des nombres déjà écrits sur le graphe, soit des doubles de nombres placés).

Séance 2 :

Projeter à nouveau le graphe.

Faire rappeler quelques propriétés mises en évidence lors de la séance précédente. Insister sur le fait que lorsqu'un nombre est dans le graphe, la suite de nombre obtenue en le prenant comme nombre de départ est aussi sur le graphe et qu'il est donc inutile de refaire les calculs.

Distribuer le matériel à chaque binôme : feuille A3 sur laquelle ce graphe est reproduit, tableau des nombres de 1 à 99 et feuille de recherche utilisée lors de la séance 1.

Consigne : "toutes les suites trouvées jusqu'à présent ont "la même fin" : 4, 2, 1. Aujourd'hui, nous allons essayer de voir si c'est le cas pour tous les nombres de 1 à 99 ou s'il y a des exceptions. Pour cela, vous allez, par groupes de 2, tester tous ces nombres. Vous placerez chaque nouvelle suite trouvée sur votre graphe. Pour vous aider à vous organiser, voici un tableau des nombres. Vous pouvez barrer au fur et à mesure ceux qui sont déjà placés".

Recherche par groupes : Pour chacun des nombres de 1 à 100, fabriquer la suite et essayer de la "raccrocher" au bon endroit sur le graphe. Au fur et à mesure des avancées, on demandera à chaque binôme de venir placer une suite trouvée sur le graphe collectif (affiché ou projeté) : il s'étoffe ainsi peu à peu.

Rôle de l'enseignant : aide à l'organisation dans les binômes. Inciter par exemple les élèves à barrer les nombres déjà écrits sur le graphe, à placer ceux pour lesquels il n'y a pas de calcul à faire (les doubles), à s'épargner des calculs inutiles en leur faisant prendre conscience que telle suite peut se "brancher" sur telle autre déjà écrite. Les relancer sur la construction des autres suites.

Synthèse, validation : mutualiser les procédures ; identifier les nombres résistants (27 et 31 par exemple).

Séance 3 :

L'enseignant a au préalable repris les travaux de chaque groupe et reporté sur le graphe, le cas échéant, les suites qui ne l'auraient pas été lors de la séance 2. Il a également fait une liste des nombres restant à traiter.

Répartition par groupes de ces nombres résistants (qui nécessiteront une certaine persévérance !). On fera toujours travailler deux binômes sur un même nombre afin de faciliter la confrontation et la validation des résultats.

Recherche (qui peut se faire dans le cadre d'ateliers autonomes) et report sur le graphe collectif. Difficulté : le graphe s'étant étoffé, il devient plus compliqué de repérer à quel endroit on peut raccrocher la suite trouvée.

Synthèse, validation. On pourra donner des éléments d'information sur cette suite et insister sur le fait qu'elle reste un problème ouvert pour les mathématiciens !

