

Matthieu AVRILLAULT – groupe TraAM Maths et TICE de l'académie de Nantes – Mai 2012

« Marche aléatoire »

en 2^{nde} Bac Pro et
en 3^{ème} en lycée professionnel



Compétence calculatoire travaillée ou en lien avec ces activités :

Il s'agit de dénombrer des cas favorables et possibles à un problème ouvert de probabilité, puis calculer la probabilité d'un évènement (nbre de cas favorable/nbre de cas possible) dans un cas simple et enfin d'utiliser les TICE (tableur) pour évaluer la probabilité d'un évènement dans un cas plus complexe.

Descriptif rapide :

Cette activité sert à montrer les limites du dénombrement d'un évènement et les limites calculatoires de la probabilité d'un évènement. L'exemple de la « marche de l'ivrogne » permet un dénombrement sur une marche de 4 pas et une utilisation d'un tableur pour évaluer la probabilité sur une marche de 30 pas.

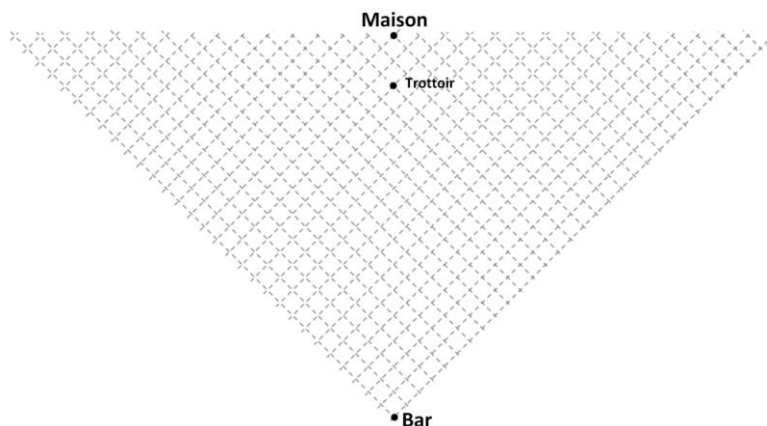
Enoncé de l'exercice	2
Enoncé donné aux élèves	2
Consignes données aux élèves	2
Remarque	3
Objectifs	3
Textes de référence	3
Connaissances et compétences du socle commun développées dans cette activité	4
Scénario	5
Ce qui a été fait avant	5
Déroulement de la séquence	5
Ce qui a été fait après	7
Annexes	8
Annexe 1	8
Annexe 2	10

Énoncé donné aux élèves :

L'IVROGNE REUSSIRA-T-IL A RENTRER CHEZ LUI ?

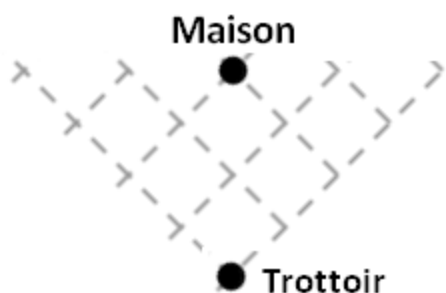
Un homme sort du bar (point Bar ci-dessous) et veut rentrer chez lui. Sa maison (point Maison) n'est qu'à 30 pas du bar s'il y va directement. Mais il ne réussit pas à marcher droit. Chaque pas qu'il fait vers l'avant (en direction de sa maison) est soit vers la droite (en suivant les pointillés) soit vers la gauche.

La probabilité qu'il se déplace à droite est égale à la probabilité de se déplacer à gauche : « une chance sur deux ».



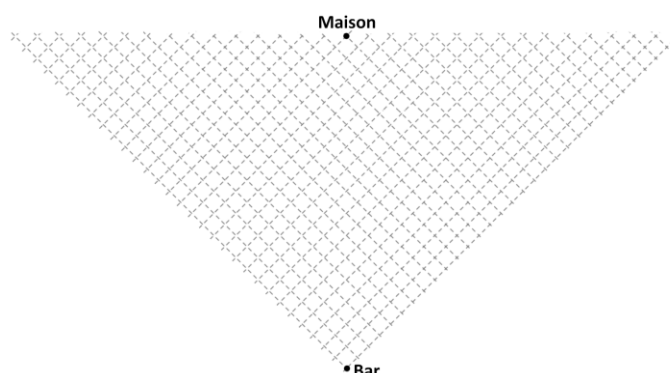
Activité 1 : Du trottoir à la maison

On considère que l'ivrogne arrive jusqu'au trottoir soit à 4 pas de sa maison.



Estimer la probabilité que l'ivrogne atteigne sa maison.

Activité 2 : Du Bar à la maison



Estimer la probabilité que l'ivrogne atteigne sa maison à partir du bar soit une distance de 30 pas.

Consignes données aux élèves

Une lecture commentée est faite en début de séance mais l'activité a pour intérêt principal, l'autonomie des élèves et l'auto questionnement sur la situation.

Remarque

La marche de l'ivrogne est un terme mathématique pour parler de marche aléatoire. Ce thème permet d'inscrire l'activité dans l'éducation à la santé et à la citoyenneté.

Objectifs :

Cette activité posée sous une forme ouverte vise prioritairement à renforcer la maîtrise des compétences de résolution de problème.

Elle permet de donner un sens aux probabilités.

L'automatisation de la technique de dénombrement et de calcul de probabilité sera ensuite à travailler plus spécifiquement en fonction des besoins des élèves.

Texte de référence de 3^{ème} en Lycée Professionnel

Extrait du programme de Maths de 3^{ème} en Lycée Professionnel

1.4. Notion de probabilité	<ul style="list-style-type: none">- Comprendre et utiliser des notions élémentaires de probabilité.- Calculer des probabilités dans des contextes familiers.	<p>La notion de probabilité est abordée à partir d'expérimentations qui permettent d'observer les fréquences des issues dans des situations familières (pièces de monnaie, dés, roues de loteries, urnes, etc.).</p> <p>La notion de probabilité est utilisée pour modéliser des situations simples de la vie courante. Les situations étudiées concernent les expériences aléatoires à une ou à deux épreuves.</p>
----------------------------	---	---

Texte de référence de 2^{nde} Bac Pro

Extrait du programme de Maths de 2^{nde} Bac Professionnel (commun à toutes les spécialités)

1.2 Fluctuations d'une fréquence selon les échantillons, probabilités

La notion de fluctuation d'échantillonnage, essentielle en statistique, est abordée dans cette partie du programme en étudiant la variabilité d'observation d'une fréquence. Elle favorise une expérimentation de l'aléatoire. L'objectif de ce module est de faire comprendre que le hasard suit des lois et de préciser l'approche par les fréquences de la notion de probabilité initiée en classe de troisième. Après une expérimentation physique pour une taille fixée des échantillons, la simulation à l'aide du générateur de nombres aléatoires d'une calculatrice ou d'un tableur permet d'augmenter la taille des échantillons et d'observer des résultats associés à la réalisation d'un très grand nombre d'expériences.

Capacités	Connaissances	Commentaires
<p>Expérimenter, d'abord à l'aide de pièces, de dés ou d'urnes, puis à l'aide d'une simulation informatique prête à l'emploi, la prise d'échantillons aléatoires de taille n fixée, extraits d'une population où la fréquence p relative à un caractère est connue.</p> <p>Déterminer l'étendue des fréquences de la série d'échantillons de taille n obtenus par expérience ou simulation.</p>	<p>Tirage au hasard et avec remise de n éléments dans une population où la fréquence p relative à un caractère est connue.</p> <p>Fluctuation d'une fréquence relative à un caractère, sur des échantillons de taille n fixée.</p>	<p>Toutes les informations concernant l'outil de simulation sont fournies.</p>
<p>Évaluer la probabilité d'un événement à partir des fréquences.</p>	<p>Stabilisation relative des fréquences vers la probabilité de l'événement quand n augmente.</p>	<p>La propriété de stabilisation relative des fréquences vers la probabilité est mise en évidence graphiquement à l'aide d'un outil de simulation.</p>
<p>Évaluer la probabilité d'un événement dans le cas d'une situation aléatoire simple.</p> <p>Faire preuve d'esprit critique face à une situation aléatoire simple.</p>		

Connaissances et compétences du socle commun développées dans cette activité

Compétence 1 - La maîtrise de la langue française

Lire - Comprendre un énoncé, une consigne

Ecrire - Rédiger un texte bref, cohérent et ponctué, en réponse à une question ou à partir de consignes données

Compétence 3 - Les principaux éléments de mathématiques et la culture scientifique et technologique

Savoir utiliser des connaissances et des compétences mathématiques

D1 : Organisation et gestion de données

D2 : Nombres et calculs

Pratiquer une démarche scientifique et technologique, résoudre des problèmes

C1 : Rechercher et organiser l'information.

C2 : Calculer, mesurer, appliquer des consignes.

C3 : Engager une démarche, raisonner, argumenter, démontrer.

C4 : Communiquer à l'aide d'un langage mathématique adapté.

Compétence 4 - La maîtrise des techniques usuelles de l'information et de la communication (B2i)

Créer, produire, traiter, exploiter des données

Organiser un document et sa présentation

Différencier une situation simulée ou modélisée d'une situation réelle

Scénario

En 3^{ème} DP6

Cette activité a été réalisée dans une classe de 3^{ème} Découverte Professionnel de 16 élèves en ½ groupe en salle mixte (salle classique + postes informatiques) sur 1h30 soit quasiment 2 séances, décomposée en 30 min de traitement du problème et entre 30 min et 1h de résolution à l'aide des TICE suivant les élèves.

Ce qui a été fait avant

En 3^{ème} DP6

Une séance « classique » prenant comme exemple « Pile ou Face » a été réalisée à l'heure de cours précédente (voir Annexe1). Elle permet de mettre en place la notion de probabilité mais également et principalement le calcul d'une probabilité dans un cas simple. La fluctuation des fréquences est également abordée pour illustrer la nécessité d'un nombre de tirage important afin d'obtenir une probabilité approchante. L'enseignant utilise le tableur pour montrer aux élèves la programmation d'une valeur aléatoire.

En 2^{nde} Bac Pro

Cette activité a été réalisée dans une classe de 2^{nde} Bac Professionnel de 24 élèves sur 1h, décomposée en 15 à 20 min de traitement du problème et environ 30 de résolution à l'aide des TICE. Certains élèves n'ont pu terminer dans l'heure, un quart d'heure supplémentaire leur a été accordé à la séance suivante.

En 2^{nde} Bac Pro

Une séance sur le poker et la probabilité de gagner suivant le tirage (voir Annexe 2) permet de revoir la notion de probabilité vu en 3^{ème} lors de la séance précédente. L'enseignant présente également aux élèves la programmation sur tableur d'une variable aléatoire avec comme exemple « Pile ou Face ».

Déroulement de la séquence

En 3^{ème} DP6 et 2^{nde} Bac Pro

1^{ère} étape :

Les élèves ont d'abord comme objectif de déterminer la probabilité que l'ivrogne a de rentrer chez lui avec seulement 4 pas à faire.

Au bout de quelques minutes, des élèves ont déjà déterminé la probabilité. D'autres mettent plus de temps mais parviennent pour la plupart au résultat attendu quelques soit la méthode.

2 méthodes sont apparues pour cette 1^{ère} étape avec plus ou moins de réussite et de rapidité :

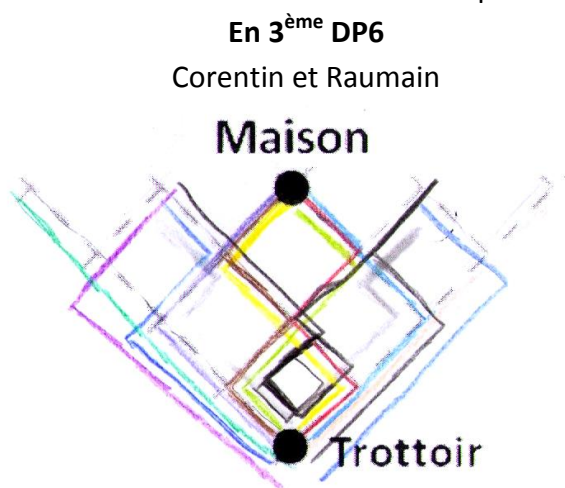
Méthode 1 :

Par comptage pour quelques élèves. (Samuel et Thomas)

Nous avons compté les cas favorables et les cas possibles
défavorables = 10 = 16 cas possibles
favorables = 6
Et on a déduit qu'il fallait qu'il face 2 pas à droite et 2 à gauche

Méthode 2 :

A l'aide du dessin de tous les chemins possibles et de tous les chemins favorables.



En 2^{nde} Bac Pro
Amaury et Yann

Activité 1: Du trottoir à la maison
On considère que l'ivrogne arrive jusqu'au trottoir soit à 4 pas de sa maison.

Estimer la probabilité que l'ivrogne atteigne sa maison.

Tout les trajet possible en 4 pas = $\frac{6}{16} = 0,375$

Il y a 0,375% de probabilité que l'ivrogne arrive à la maison en 4 pas.

Tout les trajet possible en 4 pas = 0,3751

Quelques élèves arrivent donc à la conclusion suivante : Pour rentrer chez lui l'ivrogne doit faire autant de pas à gauche qu'à droite.

2^{ème} étape :

La programmation sur tableur de la situation à 4 pas donne le résultat suivant pour la quasi-totalité des élèves de 2^{nde}. Pour les élèves de 3^{ème} beaucoup d'aides sont apportées par l'enseignant seulement quelques élèves réussissent la programmation.

Exemple : 2^{nde} Bac Pro (Mohammed et Benjamin)

G7		fx		=NB.SI(E:E;2)/100000			
	A	B	C	D	E	F	G
1	1	=ALEA.ENTRE.BORNES(0;1)		1	3		
2	0	0	1	1	2		
3	0	1	0	0	1		
4	0	0	1	0	=SOMME(A4:D4)		
5	0	1	0	1	2		
6	1	0	0	1	2		
7	1	0	0	0	1		0,37434
8	1	0	1	1	3		
9	1	1	0	0	2		

3^{ème} étape :

Les élèves utilisent le tableur pour évaluer la probabilité que l'ivrogne rentre chez lui s'il a 30 pas à faire.

En 3^{ème} DP6

Peu d'élèves arrivent à programmer cette situation, une correction par l'enseignant et une explication de la programmation est nécessaire en fin de séance.

En 2^{nde} Bac Pro

Tous les élèves obtiennent un résultat, bon ou mauvais. Chaque binôme programme la situation à 30 pas, seul l'échantillon diffère et donc un résultat convenable n'est pas obtenu pour chaque groupe.

Exemple :

Programmation 2^{nde} Bac Pro d'Alexis et Alexandre

=NB.SI(AE:AE;15)/NB(AE:AE)																											
	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB	AC	AD	AE	AF	AG	AH	
0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	11		cas favorable /	cas possible	
1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	18				
0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1	0	0	12				
1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	14				
0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	17				
1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	18		0,14239943		
0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	12				
0	1	0	0	0	1	1	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	16				
0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1	16				
0	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	9					

Rédaction de la réponse par Leila et Dylan en 2^{nde} Bac Pro

* cas favorable $\frac{1398}{10000}$
* cas possible : $\frac{10000}{10000}$
 \swarrow
 $0,1398$

On calcule les cas favorables (nombre de 15) et les cas possibles à l'aide d'un calcul

- on obtient en divisant les cas favorable et les cas possible $0,1398$.

Remarques

Je précise que le travail des 2^{nde} a été évalué étant donné la qualité et la motivation des élèves dans l'activité. En revanche, l'intérêt de l'activité pour les 3^{èmes} n'est pas convainquant et une approche différente devrait envisagée.

Ce qui a été fait après

Des séances d'exercices sur le calcul de probabilité sont réalisées et une évaluation vient ensuite terminer la séquence.

Pour les 2^{nde} Bac Pro, une question sur le calcul de probabilité est envisagée pour le CCF.

ANNEXES

Annexe 1

HASARD, CHANCE..., PROBABILITE

Activité :



On lance 20 fois une pièce. On observe que la pièce est retombée 13 fois sur le côté pile. La pièce est-elle truquée ?

1) A l'aide d'un jeton, faire 20 lancers, indiquer le nombre de piles et compléter le tableau.

Lanceur	1	2	3	4	5	6	7	8
Nombre de Pile pour 20 lancers								
Fréquence de piles pour 20 lancers (Arrondie à 0,01 près)								

Commenter les résultats obtenus.

2) A l'aide du fichier tableur fourni faisant 1 000 lancers, indiquer le nombre de piles et compléter le tableau. Renouveler 8 fois.

Lanceur	1	2	3	4	5	6	7	8
Nombre de Pile pour 1000 lancers								
Fréquence de piles pour 1000 lancers (Arrondie à 0,01 près)								

Commenter les résultats obtenus.

La probabilité est la « chance » qu'il y a d'obtenir un résultat par rapport à tous les résultats possibles. D'après vous, quelle est la probabilité d'obtenir PILE ? FACE ?

Probabilité d'obtenir PILE :

$p(\text{PILE})=$

Probabilité d'obtenir FACE :

$p(\text{FACE})=$

Synthèse :

La probabilité est la « chance » qu'il y a d'obtenir un résultat par rapport à tous les résultats possibles.

La probabilité est un nombre compris entre 0 et 1. La somme de toutes les probabilités est 1.

Pour la calculer on utilise la formule :

$$\text{Probabilité} = \frac{\text{nombre de cas favorable}}{\text{nombre de cas possible}}$$

Exercices d'application :



On lance un dé à six faces :

1) Quelle est la probabilité d'obtenir un 6 ?

Nombre de cas favorable :

Nombre de cas possible :

$$p(6) = \text{---}$$

$$p(6) =$$

2) Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre pair ?

Nombre de cas favorable :

Nombre de cas possible :

$$p(\text{pair}) = \text{---}$$










$$p(\text{pair}) =$$

ACTIVITE PROBABILITE 1 : JEU DE POKER

Activité : Qui a le plus de chance de gagner ?








En face à face, les joueurs doivent connaître la probabilité qu'ils ont d'obtenir le jeu souhaité.

1^{er} Cas :

Joueur 1						Joueur 2
Jeu :						Jeu :
 						 
Objectif :						Objectif :
Carré de Rois	Tirage du flop			Turn	River	Foul au 9 par les rois

- Quelle est la probabilité du joueur 1 d'obtenir un carré de rois ?
- Quelle est la probabilité du joueur 2 d'obtenir un foul au 9 par les rois ?
- Quelle est la probabilité que le joueur 2 gagne ?
- Quelle est la probabilité que le joueur 1 gagne ?

2^{ème} Cas :

Joueur					
Jeu :					
 					
Objectif :					
Couleur et/ou Quinte	Tirage du flop			Turn	River

- Quelle est la probabilité du joueur d'obtenir une couleur (5 cartes de la même couleur) ?
- Quelle est la probabilité du joueur d'obtenir une quinte à l'As (5 cartes qui se suivent à l'As) ?
- Quelle est la probabilité du joueur d'obtenir une quinte (5 cartes qui se suivent) ?
- Quelle est la probabilité du joueur d'obtenir une quinte flush ?

Synthèse :

La probabilité est la « chance » qu'il y a d'obtenir un résultat par rapport à tous les résultats possibles. La probabilité est un nombre compris entre 0 et 1. La somme de toutes les probabilités est 1. Pour la calculer on utilise la formule :

$$\text{Probabilité} = \frac{\text{nombre de cas favorable}}{\text{nombre de cas possible}}$$