Épreuve E3 : Mathématiques

Unité 3 – Coefficient 2

1. Finalités et objectifs

L'épreuve de mathématiques a pour objectifs d'évaluer :

– la solidité des connaissances et des compétences des étudiants et leur capacité à les mobiliser dans des situations variées ;
– leurs capacités d'investigation ou de prise d'initiative, s'appuyant notamment sur l'utilisation de la calculatrice ou de logiciels ;
– leur aptitude au raisonnement et leur capacité à analyser correctement un problème, à justifier les résultats obtenus et à apprécier leur portée ;
– leurs qualités d'expression écrite et/ou orale.

2. Contenu de l'évaluation

L'évaluation est conçue comme un sondage probant sur des contenus et des capacités du programme de mathématiques.
Les sujets portent principalement sur les domaines mathématiques les plus utiles pour résoudre un problème en liaison avec les métiers de la chimie. Lorsque la situation s'appuie sur d'autres disciplines, aucune connaissance relative à ces disciplines n'est exigible des candidats et toutes les indications utiles doivent être fournies.

3. Formes de l'évaluation

3.1. Contrôle en cours de formation (C.C.F.)

Le contrôle en cours de formation comporte deux situations d'évaluation. Chaque situation d'évaluation, d'une durée de cinquante-cinq minutes, fait l'objet d'une note sur 10 points coefficient 1.
Elle se déroule lorsque le candidat est considéré comme prêt à être évalué à partir des capacités du programme. Toutefois, la première situation doit être organisée avant la fin de la première année et la seconde avant la fin de la deuxième année.
Chaque situation d'évaluation comporte un ou deux exercices avec des questions de difficulté progressive. Il s'agit d'évaluer les aptitudes à mobiliser les connaissances et compétences pour résoudre des problèmes, en particulier :

– s'informer ;
– chercher ;
– modéliser ;
– raisonner, argumenter ;
– calculer, illustrer, mettre en œuvre une stratégie ;
– communiquer.

L'un au moins des exercices de chaque situation comporte une ou deux questions dont la résolution nécessite l'utilisation de logiciels (implantés sur ordinateur ou calculatrice). La présentation de la résolution de la (les) question(s) utilisant les outils numériques se fait en présence de l'examinateur. Ce type de question permet d'évaluer les capacités à illustrer, calculer, expérimenter, simuler, programmer, émettre des conjectures ou contrôler leur vraisemblance. Le candidat porte ensuite par écrit sur une fiche à compléter, les résultats obtenus, des observations ou des commentaires.

À l'issue de chaque situation d'évaluation, l'équipe pédagogique de l'établissement de formation constitue, pour chaque candidat, un dossier comprenant :

– la situation d'évaluation ;
– les copies rédigées par le candidat à cette occasion ;
– la grille d'évaluation de la situation, dont le modèle est fourni en annexe ci-après, avec une proposition de note sur 10 points.

Première situation d’évaluation
Elle permet l’évaluation, par sondage, des contenus et des capacités associés aux modules du programme de mathématiques suivants :

– Suites numériques, à l’exception des paragraphes « *Approximation locale d’une fonction* » et « *Courbes paramétrées* ».
– Fonctions d’une variable réelle, à l’exception des paragraphes « *Approximation locale d’une fonction* » et « *Courbes paramétrées* ».
– Calcul intégral.
– Statistique descriptive.
– Probabilités 1.

Deuxième situation d’évaluation
Elle permet l’évaluation, par sondage, des contenus et des capacités associés aux modules du programme de mathématiques suivants :

– Équations différentielles.
– Probabilités 2, à l’exception du paragraphe « *Exemples de processus aléatoires* ».
– Statistique inférentielle.
– Plans d’expériences.

À l’issue de la seconde situation d’évaluation, l’équipe pédagogique adresse au jury la proposition de note sur 20 points, accompagnée des deux grilles d’évaluation. Les dossiers décrits ci-dessus, relatifs aux situations d’évaluation, sont tenus à la disposition du jury et des autorités académiques jusqu’à la session suivante. Le jury peut en exiger la communication et, à la suite d’un examen approfondi, peut formuler toutes remarques et observations qu’il juge utile pour arrêter la note.

3.2. Épreuve ponctuelle

Épreuve orale d’une durée de 1 heure et 35 minutes maximum :

- Préparation : 1 heure
- Exposé : 15 minutes maximum
- Entretien : 20 minutes maximum

La commission d’évaluation est composée d’un professeur de mathématiques enseignant de préférence en section de techniciens supérieurs « métiers de la Chimie ».

Les sujets proposés aux candidats sont issus ou alimenteront une banque inter académique de sujets, destinés à cette épreuve et validés par l’inspecteur d’académie – inspecteur pédagogique régional ou l’inspecteur général de mathématiques pilote du BTS. Leur résolution peut, sur une ou deux questions, nécessiter ou évoquer une utilisation de logiciels (implantés sur ordinateur ou calculatrice).
L’utilisation des calculatrices pendant l’épreuve est autorisée et définie par la circulaire n° 99-018 du 01/02/1999 (BO n° 6 du 11/02/1999) ou toute circulaire en vigueur au moment de la session d’examen.

S3 : Mathématiques

L'enseignement des mathématiques dans les sections de techniciens supérieurs Métiers de la chimie se réfère aux dispositions figurant aux annexes I et II de l'arrêté du 4 juin 2013 fixant les objectifs, contenus de l'enseignement et référentiel des capacités du domaine des mathématiques pour le brevet de technicien supérieur.
Ces dispositions sont précisées pour ce BTS de la façon suivante :

I . Lignes directrices

Objectifs spécifiques à la section
L'étude de phénomènes continus issus des sciences physiques et de la technologie constitue un des objectifs essentiels de la formation des techniciens supérieurs en chimie. Ils sont décrits mathématiquement par des fonctions obtenues le plus souvent comme solutions d'équations différentielles.
De même la *connaissance de quelques méthodes statistiques* utilisées en contrôle de qualité est essentielle à un technicien supérieur en chimie.

Organisation des contenus
C'est en fonction de ces objectifs que l'enseignement des mathématiques est conçu ; il peut s'organiser autour de *cinq pôles* :
– une étude des *suites* et des *fonctions usuelles* dont la maîtrise est nécessaire à ce niveau ;
la résolution d'*équations différentielles* dont on a voulu marquer l'importance avec les problèmes d'évolution ;
– une initiation au *calcul des probabilités*, suivie de notions de *statistique inférentielle* débouchant sur la construction des tests statistiques les plus simples utilisés en contrôle de qualité ;
– une initiation aux *plans d'expériences* ;
– une valorisation des *aspects numériques et graphiques* pour l'ensemble du programme, une initiation à quelques méthodes élémentaires de *l'analyse numérique* et l'utilisation à cet effet des *moyens informatiques* appropriés : calculatrice programmable à écran graphique, ordinateur muni d'un tableur, de logiciels de calcul formel, de géométrie ou d'application (modélisation, simulation,…).

II. Programme

Le programme de mathématiques est constitué des modules suivants :

Fonctions d'une variable réelle, à l'exception des fonctions sinus et cosinus dans le paragraphe « *Fonctions de référence* » et des paragraphes « *Approximation locale d'une fonction* » et « *Courbes paramétrées* ».

Calcul intégral à l'exception des primitives de $t \mapsto \cos(\omega t + \varphi)$ et $t \mapsto \sin(\omega t + \varphi)$, et de l'intégration par parties.

Équations différentielles à l'exception des paragraphes « *Nombres complexes* » et « *Équations linéaires du second ordre à coefficients réels constants* »

Statistique descriptive.

Probabilités 1, [à l'exception de l'approximation d'une loi binomiale par une loi normale]

Probabilités 2, à l'exception du [des] paragraphe[s «*Loi de Poisson* » et] « *Exemples de processus aléatoires* ».

Statistique inférentielle, avec l'ajout suivant dans la partie sur les tests d'hypothèse.

Le test de Student est présenté sur des exemples en insistant sur son importance pour des échantillons de faibles effectifs.
En liaison avec les enseignements de chimie, on présente sur des exemples l'analyse de la variance et le test de Fisher. L'objectif est une bonne compréhension du principe de décomposition de la variance totale à l'aide de la variance intra-échantillon et de la variance inter-échantillon, et du test de Fisher, fondé sur leur rapport.
Le tableau d'analyse de variance est d'abord construit avec les fonctions de base du tableur; les fonctions avancées ou les logiciels spécialisés peuvent ensuite être utilisés.
En liaison avec les enseignements de chimie, d'autres tests sont présentés : valeurs aberrantes (test de Dixon simple avec soit valeur supérieure soit valeur inférieure aberrante) et le test de corrélation de Bravais-Pearson.

Dans la troisième colonne, le symbole ⇆ indique des liens possibles avec la discipline professionnelle physique-chimie.

Plans d'expériences avec les ajouts suivants :
- dans le préambule : la méthode Taguchi, non utilisée en chimie, est hors programme ;
- dans le paragraphe « *Estimation des coefficients du modèle par un intervalle de confiance* » : avec la loi de Student, on traite des exemples où l'écart type est estimé.

FONCTIONS D'UNE VARIABLE RÉELLE

On se place dans le cadre des fonctions à valeurs réelles, définies sur un intervalle ou une réunion d'intervalles de **R**, qui servent à modéliser des phénomènes continus. Les étudiants doivent savoir traiter les situations issues des disciplines techniques et scientifiques qui se prêtent à une telle modélisation. Pour aider les étudiants à faire le lien avec ces autres disciplines, il est indispensable d'employer régulièrement des notations variées sur les fonctions et de diversifier les modes de présentation d'une fonction : fonction donnée par une courbe, par un tableau de valeurs ou définie par une formule et un ensemble de définition.

Le but de ce module est double :
– consolider les acquis sur les fonctions en tenant compte, notamment sur les limites, des programmes de mathématiques suivis antérieurement par les étudiants ;
– apporter des compléments sur les fonctions d'une variable réelle, qui peuvent être utiles pour aborder de nouveaux concepts.
Tout particulièrement dans ce module, on utilise largement les moyens informatiques (calculatrice, ordinateur), qui permettent notamment de faciliter la compréhension d'un concept en l'illustrant graphiquement et numériquement, sans être limité par d'éventuelles difficultés techniques.

CONTENUS	CAPACITÉS ATTENDUES	COMMENTAIRES
Fonctions de référence Fonctions affines. Fonctions polynômes de degré 2. Fonctions logarithme népérien et exponentielle de base e. Fonction racine carrée.	• Représenter une fonction de référence et exploiter cette courbe pour retrouver des propriétés de la fonction.	En fonction des besoins, on met l'accent sur les fonctions de référence les plus utiles. En cas de besoin lié à la spécialité, on peut être amené à étudier l'une ou l'autre des fonctions suivantes : – la fonction logarithme décimal ; – des cas particuliers de fonctions

		puissances $t \mapsto t^{\alpha}$ avec $\alpha \in \mathbf{R}$ ou exponentielles de base *a* avec $a \in]0, +\infty[$.
Dérivation Dérivée des fonctions de référence. Dérivée d'une somme, d'un produit et d'un quotient. Dérivée de fonctions de la forme : $x \mapsto u^n(x)$ avec *n* entier naturel non nul, $x \mapsto \ln(u(x))$ et $x \mapsto e^{u(x)}$.	• Calculer la dérivée d'une fonction : – à la main dans les cas simples ; – à l'aide d'un logiciel de calcul formel dans tous les cas. • Étudier les variations d'une fonction simple.	On privilégie des exemples de fonctions issues de problématiques abordées dans les autres disciplines. Il s'agit de compléter et d'approfondir les connaissances antérieures sur la dérivation. En particulier, il est important de rappeler et de travailler l'interprétation graphique du nombre dérivé.
	• Exploiter le tableau de variation d'une fonction *f* pour obtenir : – un éventuel extremum de *f* ; – le signe de *f* ; – le nombre de solutions d'une équation du type $f(x)=k$. • Mettre en œuvre un procédé de recherche d'une valeur approchée d'une racine.	Les solutions d'une équation du type $f(x)=k$ sont déterminées : – explicitement dans les cas simples ; – de façon approchée sinon. On étudie alors, sur des exemples, des méthodes classiques d'obtention de ces solutions : balayage, dichotomie, méthode de Newton par exemple. C'est notamment l'occasion de développer au moins un algorithme et d'utiliser des logiciels.
Limites de fonctions Asymptotes parallèles aux axes : –limite finie d'une fonction à l'infini ; – limite infinie d'une fonction en un point. Limite infinie d'une fonction à l'infini. Cas d'une asymptote oblique. Limites et opérations.	• Interpréter une représentation graphique en termes de limite. • Interpréter graphiquement une limite en termes d'asymptote. • Déterminer la limite d'une fonction simple. • Déterminer des limites pour des fonctions de la forme : $x \mapsto u^n(x)$, n entier naturel non nul ; $x \mapsto \ln(u(x))$; $x \mapsto e^{u(x)}$.	La diversité des programmes du lycée doit particulièrement inciter à veiller aux connaissances sur les limites acquises antérieurement ou non par les étudiants. Toute étude de branche infinie, notamment la mise en évidence d'asymptote, doit comporter des indications sur la méthode à suivre. On se limite aux fonctions déduites des fonctions de référence par addition, multiplication ou passage à l'inverse et on évite tout excès de technicité.

CALCUL INTÉGRAL

Le programme se place dans le cadre de fonctions à valeurs réelles définies sur un intervalle ou une réunion d'intervalles de **R**. La diversité des programmes du lycée doit particulièrement inciter à veiller aux connaissances sur les primitives et les intégrales acquises antérieurement ou non par les étudiants.

L'accent est mis sur la diversité des approches numérique, graphique et algorithmique, lesquelles contribuent à l'appropriation du concept d'intégrale.

CONTENUS	CAPACITÉS ATTENDUES	COMMENTAIRES
Primitives Primitives de fonctions de référence, opérations algébriques.	• Déterminer des primitives d'une fonction : – à la main dans les cas simples ; – à l'aide d'un logiciel de calcul formel dans tous les cas. • Déterminer les primitives d'une fonction de la forme $u'u^n$ (n entier relatif, différent de – 1), $\frac{u'}{u}$ et $u'\mathrm{e}^u$.	Pour les primitives de $\frac{u'}{u}$, on se limite au cas où u est strictement positive.
Intégration Calcul intégral : $\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x = F(b) - F(a)$ où F est une primitive de f. Propriétés de l'intégrale : relation de Chasles, linéarité et positivité. Calcul d'aires.	• Déterminer une intégrale : – à la main dans les cas simples ; – à l'aide d'un logiciel de calcul formel dans tous les cas. • Déterminer l'aire du domaine défini par : $\{M(x, y),\ a \leq x \leq b$ et $f(x) \leq y \leq g(x)\}$ où f et g sont deux fonctions telles que pour tout réel x de $[a, b]$, $f(x) \leq g(x)$.	On étudie le cas où f (resp. g) est la fonction nulle. On familiarise les étudiants avec quelques exemples de mise en œuvre d'algorithmes liés à des méthodes élémentaires d'approximation d'une intégrale (point-milieu, trapèzes, Monte-Carlo).
Valeur moyenne d'une fonction sur un intervalle : définition, interprétation géométrique.	• Déterminer et interpréter la valeur moyenne d'une fonction sur un intervalle.	Cette notion est illustrée par des exemples issus des disciplines professionnelles. ⇆ Valeur moyenne, valeur efficace dans un transfert énergétique.

ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES

On s'attache à relier les exemples étudiés avec les enseignements scientifiques et technologiques, en montrant l'importance de l'étude de phénomènes continus définis par une loi d'évolution et une condition initiale.
L'utilisation des outils logiciels est sollicitée ; elle a pour finalités :
– de mettre en évidence, expérimentalement, la signification ou l'importance de certains paramètres ou phénomènes ;
– de dépasser la seule détermination des solutions d'une équation différentielle en donnant la possibilité de visualiser des familles de courbes représentatives de ces solutions ;
– de permettre, avec l'aide du calcul formel, de donner une expression des solutions dans certains cas complexes.
Si, dans ce module, on développe plus particulièrement deux types d'équations différentielles, on est également attentif à donner une vision plus large de ces notions en présentant des équations différentielles dont on ne peut donner qu'une solution approchée tout en faisant saisir des principes généraux comme la notion de famille de solutions.

CONTENUS	CAPACITÉS ATTENDUES	COMMENTAIRES
		En lien avec les autres disciplines, on habitue les étudiants à différentes écritures : variable, fonction, notation différentielle.
Équations linéaires du premier ordre Équation différentielle $ay'+by = c(t)$ où a, b sont des constantes réelles et c une fonction continue à valeurs réelles.	• Représenter à l'aide d'un logiciel la famille des courbes représentatives des solutions d'une équation différentielle. • Résoudre une équation différentielle du premier ordre : – à la main dans les cas simples ; – à l'aide d'un logiciel de calcul formel dans tous les cas. • Déterminer la solution vérifiant une condition initiale donnée : – à la main dans les cas simples ; – à l'aide d'un logiciel de calcul formel dans tous les cas.	On présente sur un exemple la résolution approchée d'une équation différentielle par la méthode d'Euler. Les indications permettant d'obtenir une solution particulière sont données. En liaison avec les autres disciplines, on peut étudier des exemples simples de résolution d'équations différentielles non linéaires, du premier ordre à variables séparables, par exemple en mécanique ou en cinétique chimique, mais ce n'est pas un attendu du programme. ⇆ Loi de refroidissement, cinétique chimique.

STATISTIQUE DESCRIPTIVE

Il s'agit de consolider et d'approfondir les connaissances acquises les années antérieures. On s'attache, d'une part à étudier des situations issues de la technologie, d'autre part à relier cet enseignement à celui de l'économie et de la gestion.

L'objectif est de faire réfléchir sur des données réelles, variées et en grand nombre, issues par exemple des disciplines professionnelles ou de fichiers mis à disposition sur des sites institutionnels, de synthétiser l'information et de proposer des résumés numériques ou graphiques pertinents. L'utilisation de logiciels, notamment d'un tableur, et des calculatrices est nécessaire.

CONTENUS	CAPACITÉS ATTENDUES	COMMENTAIRES
Série statistique à une variable	• Utiliser un logiciel ou une calculatrice pour résumer et représenter des séries statistiques à une variable. • Interpréter les résultats obtenus pour une série statistique ou pour comparer deux séries statistiques. • Choisir des résumés numériques ou graphiques adaptés à une problématique.	Il s'agit de réactiver les connaissances déjà traitées au lycée : – méthodes de représentation ; – caractéristiques de position (médiane, moyenne) ; – caractéristiques de dispersion (étendue, écart interquartile, écart type). Aucun cours spécifique n'est donc attendu. L'utilisation des outils logiciels permet de faire réfléchir les étudiants à la pertinence de regroupements par classes lors du traitement statistique.
Série statistique à deux variables Nuage de points ; point moyen. Ajustement affine par la méthode des moindres carrés.	• Utiliser un logiciel ou une calculatrice pour représenter une série statistique à deux variables et en déterminer un ajustement affine selon la méthode des moindres carrés. • Réaliser un ajustement se ramenant, par un changement de variable simple donné, à un ajustement affine. • Utiliser un ajustement pour interpoler ou extrapoler.	Pour l'ajustement affine, on distingue liaison entre deux variables statistiques et relation de cause à effet. Pour la méthode des moindres carrés, on observe, à l'aide d'un logiciel, le caractère minimal de la somme des carrés des écarts. On fait observer que l'on crée une dissymétrie entre les deux variables statistiques qui conduit, suivant l'utilisation de l'ajustement, à privilégier l'une des deux droites.

Coefficient de corrélation linéaire.		On utilise le coefficient de corrélation linéaire, obtenu à l'aide d'un logiciel ou d'une calculatrice, pour comparer la qualité de deux ajustements. ⇆ Contrôle qualité, mesures physiques sur un système réel, droite de Henry, exploitation de données issues de dosage par spectrophotométrie ou chromatographie, CPG ou CLHP (gamme, étalonnage interne/externe et ajouts dosés)

PROBABILITÉS 1

On réinvestit et on approfondit le travail sur les probabilités mené au lycée, en s'adaptant au parcours antérieur des étudiants. L'objectif est que les étudiants sachent traiter quelques problèmes simples mettant en œuvre des probabilités conditionnelles ou des variables aléatoires dont la loi figure au programme. Les sciences et techniques industrielles et économiques fournissent un large éventail de tels problèmes, que l'on peut étudier en liaison avec d'autres enseignements.
L'apprentissage doit largement faire appel à l'outil informatique, aussi bien pour la compréhension et l'acquisition de concepts par l'expérimentation réalisée à l'aide de simulations, que pour les calculs de probabilités.

CONTENUS	CAPACITÉS ATTENDUES	COMMENTAIRES
Conditionnement et indépendance Conditionnement par un événement de probabilité non nulle. Notation $P_A(B)$.	• Construire un arbre et/ou un tableau des probabilités en lien avec une situation donnée. • Exploiter l'arbre et/ou le tableau des probabilités pour déterminer des probabilités. • Calculer la probabilité d'un événement connaissant ses probabilités conditionnelles relatives à une partition de l'univers.	On représente une situation à l'aide d'un arbre pondéré ou d'un tableau de probabilités. Un arbre de probabilités correctement construit constitue une preuve. La formule des probabilités totales n'est pas un attendu mais sa mise en œuvre doit être maîtrisée.
Indépendance de deux événements.	• Utiliser ou justifier l'indépendance de deux événements.	⇆ Contrôle qualité, fausses alertes, tests biologiques.

Exemple de loi discrète Variable aléatoire associée au nombre de succès dans un schéma de Bernoulli. Loi binomiale.	• Simuler un schéma de Bernoulli. • Reconnaître et justifier qu'une situation relève de la loi binomiale. • Représenter graphiquement la loi binomiale à l'aide d'un logiciel. • Calculer une probabilité dans le cadre de la loi binomiale à l'aide de la calculatrice ou d'un logiciel.	Aucun développement théorique n'est attendu à propos de la notion de variable aléatoire. On utilise une calculatrice ou un logiciel pour calculer directement des probabilités et représenter graphiquement la loi binomiale. La connaissance d'une expression explicite de la loi binomiale n'est pas attendue.
Espérance, variance et écart type de la loi binomiale.	• Interpréter l'espérance et l'écart type d'une loi binomiale dans le cadre d'un grand nombre de répétitions.	Les formules donnant l'espérance et l'écart type de la loi binomiale sont admises. On conforte expérimentalement ces formules à l'aide de simulations de la loi binomiale.
Exemples de lois à densité Loi uniforme sur [*a*, *b*]. Espérance, variance et écart type de la loi uniforme. Loi normale d'espérance μ et d'écart type σ.	• Concevoir et exploiter une simulation dans le cadre d'une loi uniforme. • Interpréter l'espérance et l'écart type d'une loi uniforme dans le cadre d'un grand nombre de répétitions. • Utiliser une calculatrice ou un tableur pour calculer une probabilité dans le cadre de la loi normale. • Connaître et interpréter graphiquement une valeur approchée de la probabilité des événements suivants : $\{X \in [\mu-\sigma, \mu+\sigma]\}$, $\{X \in [\mu-2\sigma, \mu+2\sigma]\}$ et $\{X \in [\mu-3\sigma, \mu+3\sigma]\}$, lorsque *X* suit la loi normale d'espérance μ et d'écart type σ.	Toute théorie générale des lois à densité est exclue. Pour les lois étudiées, on représente et on exploite la fonction de densité et la fonction de répartition. La définition de l'espérance et de la variance constituent un prolongement dans le cadre continu de celles d'une variable aléatoire discrète. Toute théorie sur les intégrales impropres est exclue. La loi normale est introduite à partir de l'observation, à l'aide d'un logiciel, du cumul des valeurs obtenues lors de la répétition à l'identique d'une expérience aléatoire dont le résultat suit une loi uniforme. L'utilisation d'une table de la loi normale centrée réduite n'est pas une nécessité. On s'appuie sur des exemples issus des autres disciplines. On peut simuler la loi normale à partir de la loi uniforme sur [0, 1]. ⇆ Maîtrise statistique des processus.
Espérance et variance des lois de *aX* + *b*, *X* + *Y*, *X* – *Y* dans le cas où *X* et *Y* sont des variables aléatoires indépendantes.	• Savoir déterminer les paramètres des lois de *aX* + *b*, *X* + *Y* et *X* – *Y* dans le cas où *X* et *Y* sont des variables aléatoires indépendantes.	Toute théorie concernant la notion de variables aléatoires indépendantes est exclue. Les résultats sont conjecturés à l'aide de simulations, puis admis.

Théorème de la limite centrée.	• Savoir déterminer les paramètres de la loi normale correspondant à une moyenne dans le cadre du théorème de la limite centrée.	Le théorème, admis, s'énonce en termes d'approximation par une loi normale de la somme de *n* variables indépendantes de même loi. L'outil informatique permet une approche expérimentale des notions.

PROBABILITÉS 2

On approfondit dans ce module la connaissance des lois de probabilités en étudiant la loi exponentielle et la loi de Poisson, dans le contexte de processus aléatoires à temps continu. Une initiation aux processus aléatoires discrets permet d'élargir le champ d'étude des phénomènes aléatoires. Les sciences et techniques industrielles et économiques fournissent de nombreuses situations, que l'on peut étudier en liaison avec d'autres enseignements.
L'apprentissage doit largement faire appel à l'outil informatique, notamment pour la simulation et la mise en œuvre d'algorithmes.

CONTENUS	CAPACITÉS ATTENDUES	COMMENTAIRES
Loi exponentielle	• Exploiter une simulation dans le cadre de la loi exponentielle. • Représenter graphiquement la loi exponentielle. • Calculer une probabilité dans le cadre de la loi exponentielle.	On peut simuler la loi exponentielle à partir de la loi uniforme sur [0, 1].
Espérance, variance et écart type de la loi exponentielle.	• Interpréter l'espérance et l'écart type d'une variable aléatoire suivant une loi exponentielle.	⇆ Fiabilité, désintégration nucléaire.

STATISTIQUE INFÉRENTIELLE

La statistique inférentielle permet de développer les compétences des étudiants sur les méthodes et les raisonnements statistiques permettant d'induire, à partir de faits observés sur un échantillon, des propriétés de la population dont il est issu.
Il s'agit d'approfondir, à partir d'exemples, ce que sont les procédures de décision en univers aléatoire, ainsi que leur pertinence, dans la continuité des programmes de lycée. La validité d'une méthode statistique est liée à l'adéquation entre la réalité et le modèle la représentant ; aussi les situations artificielles sont à éviter et les exemples issus de la vie économique et sociale ou du domaine professionnel sont à privilégier, en liaison avec les enseignements d'autres disciplines.

Dans la continuité des programmes de lycée, on approfondit la prise de décision en formalisant la notion de test d'hypothèse et en se centrant sur la notion de risques d'erreur.

CONTENUS	CAPACITÉS ATTENDUES	COMMENTAIRES
Estimation ponctuelle		
Estimation ponctuelle d'un paramètre.	• Estimer ponctuellement une proportion, une moyenne ou un écart type d'une population à l'aide de la calculatrice ou d'un logiciel, à partir d'un échantillon.	La simulation d'échantillons permet de sensibiliser au choix de l'estimation de l'écart type de la population.
Tests d'hypothèse		
Tests bilatéraux et unilatéraux relatifs à : – une proportion dans le cas d'une loi binomiale puis dans le cas d'une loi binomiale approximable par une loi normale ; – une moyenne.	• Déterminer la région de rejet de l'hypothèse nulle et énoncer la règle de décision.	On souligne le fait que la décision prise, rejet ou non, dépend des choix faits a priori par l'utilisateur : choix de l'hypothèse nulle, du type de test et du seuil de signification. Ces choix sont fournis à l'étudiant dans les cas délicats.
Tests bilatéraux et unilatéraux de comparaison de deux proportions ou de deux moyennes dans le cadre de la loi normale.	• Utiliser les tests bilatéraux et unilatéraux relatifs à une proportion ou à une moyenne ainsi qu'à la comparaison de deux proportions ou de deux moyennes.	
Risques d'erreur de première et de seconde espèce.	• Analyser les risques d'erreur de première et de seconde espèce associés à la prise de décision.	On compare, à l'aide d'un algorithme ou de simulations, les différents seuils de signification et on met en évidence les risques d'erreur de première et de seconde espèce. La notion de puissance d'un test est abordée.

		En liaison avec les enseignements des disciplines professionnelles ou les situations rencontrées en entreprise, on peut traiter quelques exemples d’autres procédures, par exemple test du khi deux ou test de Student. ⇆ Maîtrise statistique des procédés.
Estimation par intervalle de confiance Intervalle de confiance d’une proportion et d’une moyenne.	• Déterminer un intervalle de confiance à un niveau de confiance souhaité pour : – une proportion, dans le cas d’une loi binomiale approximable par une loi normale ; – une moyenne, dans le cas d’une loi normale quand l’écart type de la population est connu ou dans le cas de grands échantillons. • Exploiter un intervalle de confiance. • Déterminer la taille nécessaire d’un échantillon pour estimer une proportion ou une moyenne avec une précision donnée.	On distingue confiance et probabilité : – avant le tirage d’un échantillon, la procédure d’obtention de l’intervalle de confiance a une probabilité de 0,95 ou de 0,99 que cet intervalle contienne le paramètre inconnu ; – après le tirage, le paramètre est dans l’intervalle calculé avec une confiance de 95% ou 99%. La simulation permet de mieux comprendre la notion d’intervalle de confiance. ⇆ Incertitude de mesure.

PLANS D'EXPÉRIENCES

La technique des plans d'expériences est devenue d'usage courant dans la mise en place des procédés industriels. Les enseignements professionnels font souvent référence à la méthode Taguchi.
En mathématiques, l'objectif de ce module est de montrer aux étudiants la nécessité de planifier les expériences et de leur permettre d'appréhender la démarche mise en œuvre afin d'obtenir une estimation optimale des paramètres inconnus, quand les mesures faites ont un caractère aléatoire.
On montre également l'importance du modèle *a priori*.
On évite les situations artificielles et on s'appuie sur des exemples issus du domaine professionnel, en liaison avec les enseignements des disciplines correspondantes.

CONTENUS	CAPACITÉS ATTENDUES	COMMENTAIRES
Plan factoriel Actions principales, interactions, modèle polynomial.	• Mettre en œuvre un plan d'expérience complet à deux ou à trois facteurs, chacun à deux niveaux.	L'utilisation des méthodes de l'algèbre linéaire est hors programme. En liaison avec les enseignements des disciplines professionnelles, si le besoin apparaît, on peut aborder la notion de plan fractionnaire.
Coefficients du modèle.	• Calculer l'effet d'un facteur. • Représenter graphiquement l'effet global d'un facteur.	On indique la méthode de construction de la matrice d'expérience selon l'ordre de l'algorithme de Yates : les coefficients du modèle sont les effets des facteurs, l'interaction entre deux facteurs étant un nouveau facteur. On peut aborder la notion d'isoréponse et son tracé à l'aide d'un logiciel informatique.
Estimation des coefficients du modèle par un intervalle de confiance	• Déterminer un intervalle de confiance de l'effet d'un facteur dans une situation relevant de la loi normale, l'écart type des mesures étant connu.	Sur des exemples simples, on peut montrer quelles sont les conditions pour que l'écart type puisse être estimé quand il est inconnu ; on peut alors être amené à introduire la notion de degré de liberté et à utiliser la loi de Student.
Test d'hypothèse relatif à un coefficient du modèle	• Construire un test d'hypothèse relatif à un effet dans une situation relevant de la loi normale, l'écart type des mesures étant connu.	