S3. Mathématiques

L'enseignement des mathématiques dans les sections de techniciens supérieur Contrôle Industriel et Régulation Automatique se réfère aux dispositions figurant aux annexes I et II de l'arrêté du 4 juin 2013 fixant les objectifs, les contenus de l'enseignement et le référentiel des capacités du domaine des mathématiques pour les brevets de technicien supérieur.

I – Programme

Le programme de mathématiques est constitué des modules suivants :

Nombres complexes, à l'exception du paragraphe *« Transformations ».*

Fonctions d'une variable réelle, à l'exception des paragraphes *« Approximation locale d'une fonction » et « Courbes paramétrées »*

Fonctions d'une variable réelle et modélisation du signal, à l'exception de la dérivation de la fonction arctangente et ses composées.

Calcul intégral.

Équations différentielles.

Séries de Fourier.

Transformation de Laplace.

Transformation en *Z*.

II – Lignes directrices

L'étude des signaux numériques ou analogiques constitue un des objectifs essentiels de la formation des techniciens supérieurs CIRA car elle intervient aussi bien en électronique proprement dite que dans le cadre plus large des systèmes automatisés. Cette étude porte à la fois sur des problèmes de description (analyse et synthèse), d'évolution et de commande. Selon que l'on s'intéresse aux aspects continus ou discrets, l'état de tels systèmes est modélisé par des fonctions ou des suites dont il s'agit alors de prédire le comportement (états initial, final, transitoire) par des transformations temps-fréquence appropriées et des tracés géométriques adéquats. Les outils mathématiques ainsi développés feront largement appel aux ressources de l'informatique. Aussi exploitera-t-on en classe les possibilités de programmation, d'affichage et de calcul formel de l'ordinateur en utilisant les logiciels ad hoc.

Organisation des contenus. C'est en fonction de ces objectifs que l'enseignement des mathématiques est conçu. Organisé en modules, il est essentiel d'en souligner, mais aussi d'en distinguer les angles culturels, historiques, et professionnalisants. Les notes qui suivent précisent certains points et fournissent des exemples de contextes propices aux mathématiques en liaison avec les autres disciplines :

Nombres complexes. L'argument et le module d'un produit seront énoncés.

Le moment opportun, la dérivée d'une exponentielle imaginaire de pulsation ω, $t \to e^{i(\omega t+\varphi)}$, sera mentionnée.

L'étude graphique des isomodules et des isophases de quelques expressions complexes, dont la quantité $\frac{z}{1+z}$, pourra déboucher sur des tracés d'abaques dans différents systèmes de coordonnées (partie réelle, partie imaginaire ; module, phase ; log du module, phase).

Les supports des arcs $\omega \to z(\omega)$, en particulier pour $z(\omega) = \frac{G}{1+i\tau\omega}$; $z(\omega) = \frac{G}{(1+i\tau_1\omega)(1+i\tau_2\omega)}$.et $z(\omega) = \frac{G}{i\omega(1+i\tau\omega)}$, où $G,\ \tau,\ \tau_1, \tau_2 > 0$, pourront être dessinés dans différents systèmes de coordonnées.

Fonction d'une variable réelle. L'étude des développements limités n'est pas un objectif du programme. Après avoir fait apparaître des taux d'accroissements, on fera cependant observer que les quantités $1 - e^{-s}$ et $\frac{1}{2}\frac{1-e^{-s}}{1+e^{-s}}$ sont voisines, voire très voisines de s quand s (qui peut être réel ou complexe) l'est de 0.

Fonction d'une variable réelle et modélisation du signal. On expliquera comment *T*-périodiser un motif donné, en commençant par le cas simple où son support n'excède pas *T*.
En situation, on observera l'approximation globale d'une fonction périodique par les sommes partielle de sa série de Fourier.

Calcul intégral. Le moment venu, on étendra brièvement le contexte aux fonctions à valeurs complexes, de façon à intégrer sur une période les harmoniques $t \to \mathrm{e}^{\mathrm{i}k\omega t}$ et à en tirer toutes les conséquences.

Équations différentielles. Dans la limite du programme (ordres 1 et 2) sur des exemples et pour des conditions initiales données, on examinera la réponse à un stimulus (i.e. second membre) de type : échelon, rampe, ou impulsion rectangulaire (différence de deux échelons). Dans ce dernier cas, on choisira nulles les conditions initiales, on diminuera progressivement le décalage temporel entre les deux échelons, tandis qu'on élèvera leur hauteur pour maintenir une portion d'aire constante. Sans en développer les aspects théoriques, on devinera ainsi l'effet d'une impulsion de Dirac et on introduira par la même la notion de réponse impulsionnelle.

Dans la limite du programme (ordres 1 et 2), et sur des exemples, on remarquera que, quelles que soient les conditions initiales, la réponse à une excitation (i.e. un second membre) du type $t \to \mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}$ est asymptotiquement de la même forme (à un déphasage et une atténuation ou amplification près) dès lors que les solutions complexes des racines des équations caractéristiques $ap + b = 0$ et $ap^2 + bp + c = 0$ sont à partie réelle strictement négative.

Séries de Fourier On indiquera par ailleurs l'existence des coefficients c_k, les seuls qu'un appareil de mesure renvoie effectivement, et on en donnera l'expression intégrale. À titre de prolongement, on pourra considérer qu'un signal de durée finie est une fonction de très grande période $T, T \to +\infty$, dont les raies spectrales sont par conséquent infiniment proches et définir ainsi par passage à la limite la densité spectrale d'amplitude dans le cas général.

Transformation de Laplace. On notera que la transformée d'une dérivée donne naissance à un terme constant, en général nul (mais pas toujours), renvoyant à l'instant $t = 0^-$. On donnera sens à la notion de transmittance de Laplace d'un système régi par une équation différentielle linéaire et on constatera, sur des exemples, que les transmittances de Laplace de deux étages indépendants mis en cascade se multiplient.

On déterminera, sur des exemples, l'expression exacte d'une solution d'une équation différentielle en faisant usage de la transformée de Laplace. On relèvera que poser $p = \mathrm{i}\omega$ dans l'équation caractéristique renvoie à la réponse en fréquence – ou transmittance isochrone – du système, solution asymptotique à l'excitation (i.e. second membre) $t \to \mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}$. Après en avoir donné une justification mathématique, on interprétera alors physiquement les théorèmes de la valeur initiale (en réalité : $t = 0^+$) et de la valeur finale (en réalité : $t = +\infty$).

On déterminera, sur des exemples, l'expression exacte d'une solution d'une équation différentielle en faisant usage de la transformée de Laplace. On relèvera que poser $p = \mathrm{i}\omega$ dans l'équation caractéristique renvoie à la réponse en fréquence du système, solution asymptotique à l'excitation $t \to \mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}$.

Transformation en z. On donnera sens à la notion de transmittance en Z d'un système régi par une équation linéaire aux différences finies et on constatera, sur des exemples, que les transmittances en Z de deux étages indépendants mis en cascade se multiplient.
On comparera, sur des exemples, l'expression exacte d'une solution d'une équation différentielle et celle obtenue par discrétisation du temps en programmant la correspondance d'Euler ($p \leftrightarrow \frac{1-z^{-1}}{T_e}$), fondée sur une approximation de la dérivée, et la correspondance bilinéaire ($p \leftrightarrow \frac{1}{2T_e}\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}$), fondée sur une approximation de l'intégrale.

Organisation des études
L'horaire est de 2 heures + 1 heure (TD) en première année et de 1 heure + 1 heure (TD) en seconde année. Un usage raisonnable des heures d'AP permettra au professeur de mathématique d'intervenir en co-animation avec les professeuirs enseignant la physique-chimie des procédés industriels et ceux enseignant le contrôle-industriel-

régulation-automatique sur certains TD ou TP afin de mieux cerner les difficultés mathématiques que peuvent rencontrer en situation professionnelle certains élèves.
.

Enseignements	Première année			Deuxième année		
	Cours	**travaux dirigés**	**travaux pratiques d'atelier**	**Cours**	**travaux dirigés**	**travaux pratiques d'atelier**
Culture générale et expression	2		0	2	0	0
Communication		0,5				
Anglais	0	2	0	0	2	0
Mathématiques	2	1	0	1	1	0
Enseignement scientifique en langue vivante (ESLV en anglais)	0	0	1	0	0	1
Physique-chimie des procédés industriels	5	0	4	5	0	4
Contrôle industriel et régulation automatique (CIRA)	6	0	6	6	0	6
Qualité – Hygiène – Santé - Sécurité – Environnement (QHSSE)	0,5	0	0	0	0	0
Projet technique	0	0	0	0	0	2*
Accompagnement personnalisé	0	2	0	0	2	0
Total / semaine	15,5	5,5	11	14	5	13
	32			32		
Enseignement facultatif LV2	0	2	0	0	2	0

* Les 2 heures hebdomadaires de projet technique peuvent être annualisées et regroupées sur une partie de l'année scolaire.

BTS Contrôle Industriel et Régulation Automatique			**Scolaires** (établissements publics ou privés sous contrat) **Apprentis** (CFA ou sections d'apprentissage habilités)		**Formation professionnelle continue** (établissements publics habilités à pratiquer le CCF pour ce BTS) GRETA		**Scolaires** (établissements privés hors contrat) **Apprentis** (CFA ou sections d'apprentissage non habilités) **Formation professionnelle continue** (établissements privés et établissements publics non habilités à pratiquer le CCF pour ce BTS) **Au titre de leur expérience professionnelle** **Enseignement à distance**	
Nature des épreuves	**Unité**	**Coef.**	**Forme**	**Durée**	**Forme**	**Durée**	**Forme**	**Durée**
E1 Culture générale et expression	U1	3	Ponctuelle écrite	4 h	CCF 2 situations d'évaluation		Ponctuelle écrite	4 h
E2 Langue vivante : anglais	U2	2	CCF 2 situations d'évaluation		CCF 2 situations d'évaluation		Ponctuelle orale	45 min
E3 Mathématiques	U3	3	CCF 2 situations d'évaluation		CCF 2 situations d'évaluation		Ponctuelle orale	1 h 35
E4 Épreuve professionnelle de synthèse	U4	8						
Sous-épreuve E41 : Rapport de stage	U41	4	Ponctuelle orale	30 min	1 situation CCF		Ponctuelle orale	30 min
Sous-épreuve E42 : projet technique	U42	4	Ponctuelle orale	15 min	1 situation CCF		Ponctuelle orale	15 min
E5 Étude d'un système d'instrumentation, contrôle, régulation	U5	9						
Sous-épreuve E5.1 : Analyse physico-chimique d'un procédé et de son environnement	U5.1	4	Ponctuelle écrite	3h	Ponctuelle écrite	3h	Ponctuelle écrite	3h
Sous-épreuve E5.2 : Analyse d'une installation d'instrumentation, contrôle et régulation.	U5.2	5	Ponctuelle écrite	3h	Ponctuelle écrite	3h	Ponctuelle écrite	3h
E6 : Conception d'une installation d'instrumentation, contrôle et régulation	U6	7	CCF 1 situation d'évaluation		CCF 1 situation d'évaluation		Ponctuelle pratique	4h
Épreuve facultative (1) (2)								
Langue vivante II	EF1		Ponctuelle orale	20 min + 20 min de prépara-tion	Ponctuelle orale	20 min[6]	Ponctuelle orale	20 min + 20 min de prépara-tion

(1) La langue vivante choisie au titre de l'épreuve facultative est obligatoirement différente de celle choisie au titre de l'épreuve obligatoire.

(2) Seuls les points au-dessus de la moyenne sont pris en compte.

Épreuve E3 : Mathématiques

Coefficient 3 - Unité U3

Finalités et objectifs

La sous-épreuve de mathématiques a pour objectifs d'évaluer :

- la solidité des connaissances et des compétences des étudiants et leur capacité à les mobiliser dans des situations variées ;
- leurs capacités d'investigation ou de prise d'initiative, s'appuyant notamment sur l'utilisation de la calculatrice ou de logiciels ;
- leur aptitude au raisonnement et leur capacité à analyser correctement un problème, à justifier les résultats obtenus et à apprécier leur portée ;
- leurs qualités d'expression écrite et/ou orale.

2. Contenu de l'évaluation

L'évaluation est conçue comme un sondage probant sur des contenus et des capacités du programme de mathématiques.

Les sujets portent principalement sur les domaines mathématiques les plus utiles pour résoudre un problème en liaison avec les disciplines technologiques ou les sciences physiques appliquées. Lorsque la situation s'appuie sur d'autres disciplines, aucune connaissance relative à ces disciplines n'est exigible des candidats et toutes les indications utiles doivent être fournies.

3. Formes de l'évaluation

3.1. Contrôle en cours de formation (C.C.F.)

Le contrôle en cours de formation comporte deux situations d'évaluation. Chaque situation d'évaluation, d'une durée de cinquante-cinq minutes, fait l'objet d'une note sur 10 points coefficient 1.

Elle se déroule lorsque le candidat est considéré comme prêt à être évalué à partir des capacités du programme. Toutefois, la première situation doit être organisée avant la fin de la première année et la seconde avant la fin de la deuxième année.

Chaque situation d'évaluation comporte un ou deux exercices avec des questions de difficulté progressive. Il s'agit d'évaluer les aptitudes à mobiliser les connaissances et compétences pour résoudre des problèmes, en particulier :

- s'informer ;

– chercher ;
– modéliser ;
– raisonner, argumenter ;
– calculer, illustrer, mettre en œuvre une stratégie ;
– communiquer.

L'un au moins des exercices de chaque situation comporte une ou deux questions dont la résolution nécessite l'utilisation de logiciels (implantés sur ordinateur ou calculatrice). La présentation de la résolution de la (les) question(s) utilisant les outils numériques se fait en présence de l'examinateur. Ce type de question permet d'évaluer les capacités à illustrer, calculer, expérimenter, simuler, programmer, émettre des conjectures ou contrôler leur vraisemblance. Le candidat porte ensuite par écrit sur une fiche à compléter, les résultats obtenus, des observations ou des commentaires.

À l'issue de chaque situation d'évaluation, l'équipe pédagogique de l'établissement de formation constitue, pour chaque candidat, un dossier comprenant :
– la situation d'évaluation ;
– les copies rédigées par le candidat à cette occasion ;
– la grille d'évaluation de la situation.

Première situation d'évaluation

Elle permet l'évaluation, par sondage, des contenus et des capacités associés aux modules du programme de mathématiques suivants :

– Nombres complexes, à l'exception du paragraphe *« Transformations ».*

– Fonctions d'une variable réelle, à l'exception des paragraphes *« Approximation locale d'une fonction » et « Courbes paramétrées »*

– Fonctions d'une variable réelle et modélisation du signal, à l'exception de la dérivation de la fonction arctangente et ses composées.

– Calcul intégral.

– Équations différentielles (résolution exacte, au besoin assistée par l'ordinateur)

Deuxième situation d'évaluation

Elle permet l'évaluation, par sondage, des contenus et des capacités associés aux modules du programme de mathématiques suivants :

– Séries de Fourier.

– Transformation de Laplace.

– Transformation en Z.

– Équations différentielles (résolution exacte avec transformée de Laplace, résolution approchée grâce aux correspondances entre p et Z).

À l'issue de la seconde situation d'évaluation, l'équipe pédagogique adresse au jury la proposition de note sur 20 points accompagnée des deux grilles d'évaluation. Les dossiers décrits ci-dessus, relatifs aux situations d'évaluation, sont tenus à la disposition du jury et des autorités académiques jusqu'à la session suivante. Le jury peut en exiger la communication et, à la suite d'un examen approfondi, peut formuler toute remarque ou observation qu'il juge utile pour arrêter la note.

3.2. Épreuve ponctuelle

Épreuve orale d'une durée de 1 heure et 35 minutes maximum :

-... Préparation : 1 heure.
-... Exposé : 15 minutes maximum.
-... Entretien : 20 minutes maximum.

La commission d'évaluation est composée d'un professeur de mathématiques enseignant de préférence en section de techniciens supérieurs CIRA.