

Partie mathématique du programme

- Articulation avec le programme du tronc commun
- Contenus immédiatement utiles pour la physique :
 - Trigonométrie onde mécanique sinusoïdale
 - Produit scalaire travail d'une force
 - Compléments sur les dérivées taux de variation infinitésimal

Notation : $y'(x_0) = \left(\frac{\Delta y}{\Delta x}\right)_{x_0}$

Approximation affine au voisinage d'un point $\Delta y = y'(x_0) \Delta x$

- Primitives et méthode d'Euler pour une solution approchée de $y'(x) = f(x)$.

Exploitation d'une loi des vitesses en fonction du temps pour approcher les positions par incrément de temps

Mais aussi :

- Développer des capacités d'abstraction, de raisonnement et d'analyse critique
- Anticiper des notions mathématiques dont l'appropriation est délicate : nombres complexes en STI2D

Programme du tronc commun (3h)

- **3 parties transversales**

- **Automatismes** (calcul numérique et littéral, interprétations graphiques)
- **algorithmique et programmation** (fonctions vues en seconde, **listes**, **simulation de variables aléatoires**)
- vocabulaire ensembliste et logique (en lien avec les probabilités, certains objets Python comme les listes, mais aussi avec la création de filtres dans **l'analyse de données au tableur**)

- **2 parties thématiques**

- Analyse : suites, fonctions, dérivation
- Probabilités, statistiques

Statistiques et probabilités

- **Statistiques**

Croisement de variables catégorielles (données massives) : tableaux croisés d'effectifs. Fréquences marginales, fréquences conditionnelles

- **Probabilités**

- Probabilités conditionnelles
- Expérience à deux épreuves indépendantes (arbres de probabilités)
- Variables aléatoires (loi de probabilité, espérance ; loi de Bernoulli)

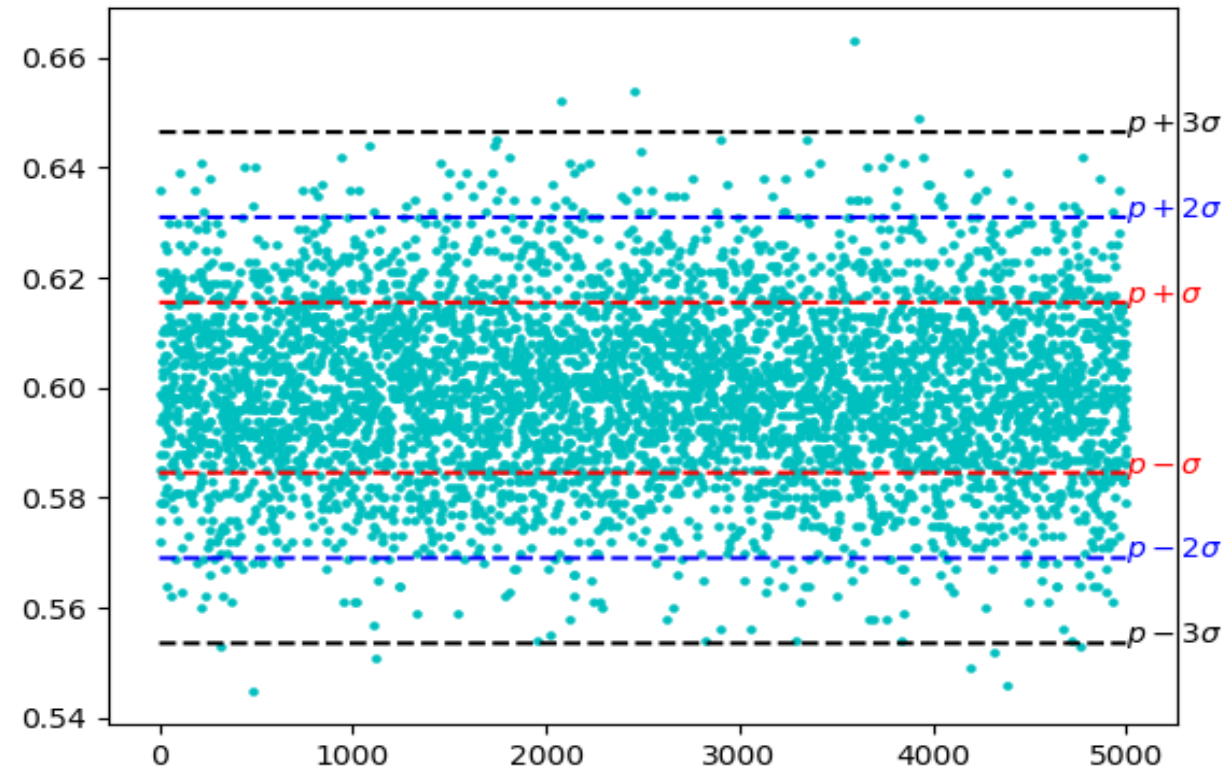
Simulation d'échantillons

- **Simulation** (au tableur et en Python) **d'un** échantillon de taille n d'une loi de Bernoulli de paramètre p (p chances de succès dans le modèle théorique)
- **Simulation de N échantillons** de taille n et calcul du pourcentage d'échantillons où la fréquence observée se situe à une distance s , $2s$, $3s$ du paramètre p (fréquence théorique)
 s = écart type mathématique de la série de fréquences observées)

$$s = \frac{1}{\sqrt{n}} \sqrt{\sum_{i=1}^n (f_i - \bar{f})^2}$$

Physique	Probabilités et statistiques
Mesurande Valeur vraie x_0 inconnue du mesurande que l'on cherche à estimer ainsi que l'incertitude commise Mesures effectuées : $x_1, x_2 \dots x_n$ Moyenne des mesures effectuées $\bar{x} = \frac{1}{n} (x_1 + x_2 + \dots + x_n)$ On veut estimer x_0 par la moyenne $\bar{x}$ effectuée sur une seule série de mesures. Avec une autre série de mesures, on aurait obtenu une autre valeur de $\bar{x}$	Variable aléatoire X (modèle théorique) Espérance (moyenne théorique) μ Variance mathématique σ^2 : moyenne théorique des carrés des écarts à la moyenne. Ecart-type mathématique σ Echantillon théorique $(X_1, X_2 \dots X_n) = n$ variables aléatoires indépendantes de même loi que X Echantillon observé ou simulé $(x_1, x_2 \dots x_n)$ Moyenne théorique $\bar{X} = \frac{1}{n} ((X_1 + X_2 + \dots + X_n))$ d'espérance μ. $\bar{X}$ est un estimateur sans biais de μ Moyenne observée sur un échantillon. On prend $\bar{x} = \frac{1}{n} (x_1 + x_2 + \dots + x_n)$ comme estimateur de μ La simulation de plusieurs échantillons de même effectif permet de sensibiliser à la fluctuation des échantillons autour de μ et au fait que l'écart type est un indicateur de dispersion. On peut montrer que l'écart type mathématique de $\bar{X}$ est égal à $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

Ce qu'on appris les élèves en mathématiques (seconde et première)



Environ 68 % des échantillons se situent dans l'intervalle $[p - \sigma, p + \sigma]$

Environ **95 %** des échantillons se situent dans l'intervalle $[p - 2\sigma, p + 2\sigma]$

Environ 99,73 % des échantillons se situent dans l'intervalle $[p - 3\sigma, p + 3\sigma]$

Ce qu'ils ne savent pas mais qu'on peut expliquer

- En général, et en particulier quand on effectue des mesures, l'écart type σ est tout aussi **inconnu** que μ .
- On a vu que l'estimateur $\bar{X} = \frac{1}{n} (X_1 + X_2 + \dots + X_n)$ est un estimateur sans biais de μ .
- En revanche, $V(\bar{X}) = E((\bar{X} - \mu)^2)$ est un estimateur biaisé de σ^2 car sa
- moyenne théorique vaut $\frac{n-1}{n} \sigma^2$ et non σ^2 .

On prendra donc $\frac{n}{n-1} V(\bar{X})$ comme estimateur de σ^2 et

$s_{n-1} = \frac{1}{\sqrt{n-1}} \sqrt{\sum (x_k - \bar{x})^2}$ comme estimateur de l'écart type de X,

Puis $\frac{1}{\sqrt{n}} s_{n-1} = \frac{1}{\sqrt{n(n-1)}} \sqrt{\sum (x_k - \bar{x})^2}$ comme **estimateur de l'écart type de la moyenne $\bar{X}$**

Pour arriver à :

$$x_0 \in \left[\bar{x} - \frac{2}{\sqrt{n(n-1)}} \sqrt{\sum (x_k - \bar{x})^2} , \bar{x} + \frac{2}{\sqrt{n(n-1)}} \sqrt{\sum (x_k - \bar{x})^2} \right]$$

avec un niveau de confiance de 95%.

Ce que les élèves **ne connaissent pas**

- Les variables à densité

Il est donc difficile de s'appuyer sans préalable sur des représentations du type :

