Stéphane Percot – lycée Rosa Parks – La Roche-sur-Yon
Mai 2022

ACADÉMIE DE NANTES
Liberté
Égalité
Fraternité

Expérimentation pédagogique sur le thème :

Travailler l' oral en mathématiques et travailler les mathématiques avec l' oral

« Présenter son travail à l'oral devant ses pairs »

Version « simple » - en solo

Lycée

Expérimentation testée en mathématiques complémentaire au lycée Rosa Parks de La Roche-sur-Yon

Résumé de la ressource

Une expérimentation pédagogique consistant à faire présenter, par un élève, la résolution d'un exercice devant un jury composé de deux autres élèves de la classe

Descriptif rapide :

Dans ce groupe de mathématiques complémentaires, une part importante du temps de travail est réservée à la résolution de problèmes et en particulier à la modélisation de situations à l'aide des outils mathématiques découverts ou complétés dans cette année de terminale.

Dès le premier trimestre, certains des travaux proposés aux élèves, même simples, les invitaient à préparer une résolution d'exercices qui devaient être présentée devant un « jury » de deux élèves. Chacun des jeunes jouant donc le rôle successif de candidat à l'oral et de jury.

1. **Exemples d'exercices donnés à résoudre en début d'année**
2. **Compétences développées**
3. **Une grille d'évaluation possible**

1. Exemples d'exercices donnés à résoudre en début d'année

Exercice 0 (maths et sociologie)

MathsLand est un petit pays de 10 000 habitants qui souhaite doubler sa population.

Ce pays cherche donc à encourager la natalité et propose des aides financières et professionnelles importantes pour aider les futurs parents et inviter les habitants à faire des enfants.

La première année, le pays a enregistré 400 naissances.

Chaque année suivante, le dispositif d'aides porte un peu plus ses fruits et le nombre de naissances augmente de 5% tous les ans.

Pour tout entier $n \geq 1$, on note U_n le nombre de naissances de la n-ième année et on note C_n, le cumul total de naissances au bout de n années.

1) a) Expliquer pourquoi la suite (U_n) est une suite géométrique dont vous préciserez le premier terme et la raison.
   b) En déduire l'expression de U_n en fonction de n.
   c) Déterminer la limite théorique de la suite (U_n) lorsque n tend vers $+\infty$ (justifier).
2) a) Montrer que, pour tout $n \geq 1$, on a $C_n = 8000\ (1{,}05^n - 1)$
   b) Déterminer la limite de la suite (C_n) lorsque n tend vers $+\infty$ (justifier).
   c) À l'aide de la calculatrice, déterminer le nombre d'années nécessaires pour que MathsLand ait réussi à doubler sa population.

1-a) Pour tout entier $n \geq 1$, on note U_n le nombre de naissances de la n-ième année.

La première année il y a eu 400 naissances donc le premier terme est $\mathbf{U_1 = 400}$.

Chaque année le nombre de naissance augmente de 5% donc on peut dire que chaque année le nombre de naissance est multiplié par 1,05. U_n est donc **une suite géométrique de raison 1,05**.

1-b) U_n est **une suite géométrique** de raison 1,05 et de premier terme 400 donc on peut écrire une forme explicite de U_n avec la formule suivante $\mathbf{U_n = 400 \times 1{,}05^{n-1}}$.

1-c) La limite de $1{,}05^{n-1}$ lorsque n tend vers $+\infty$ est $+\infty$ donc la **limite théorique de la suite (U_n)** lorsque n tend vers $+\infty$ est $+\infty$ **.**

2-a) Le cours donne la formule de la somme des n premiers termes d'une géométrique de premier terme U_1 et de raison q :

C_n = (premier terme) x $\frac{1-raison^{nombre\ de\ termes}}{1-raison} = U_1 \times \frac{1-q^n}{1-q}$

Donc $\mathbf{C_n} = 400 \times \frac{1-1{,}05^n}{1-1{,}05} = 400 \times \frac{1-1{,}05^n}{-0{,}05} = 400 \times \frac{1-1{,}05^n}{-0{,}05} = -8000 \times (1 - 1{,}05^n) = \mathbf{8000 \times (1{,}05^n - 1)}$

2-b) La limite de $1{,}05^n$ lorsque n tend vers $+\infty$ est $+\infty$ donc la **limite théorique de la suite (C_n)** lorsque n tend vers $+\infty$ est $+\infty$ **.**

2-c) L'objectif est d'atteindre un total de 10 000 naissances.

À l'aide de la calculatrice, on trouve que $\mathbf{C_{16}} = 9462$ et que $\mathbf{C_{17}} = 10336$ donc, il faut **17 années** pour que MathsLand ait réussi à doubler sa population.

Exercice 1 (maths et économie)

Max veut acheter une voiture qui coûte 12 000 €. Ne souhaitant pas faire de crédit, il décide d'économiser chaque mois un peu d'argent dans une cagnotte en espérant atteindre au bout d'un certain temps le capital nécessaire à son achat.

Le premier mois, il met 450 € dans la cagnotte.

Chaque mois suivant, il continue d'économiser mais un peu moins et sa participation mensuelle diminue de 2% tous les mois.

Pour tout entier $n \geq 1$, on donne A_n l'argent mis dans la cagnotte le n-ième mois et on note C_n, la cagnotte totale rassemblée au bout de n mois, en euros.

1) a) Expliquer pourquoi la suite (A_n) est une suite géométrique dont vous préciserez le premier terme et la raison.
   b) En déduire l'expression de A_n en fonction de n.
   c) Déterminer la limite théorique de la suite (A_n) lorsque n tend vers $+\infty$ (justifier).
2) a) Montrer que, pour tout $n \geq 1$, on a $C_n = 22500\,(1 - 0{,}98^n)$
   b) Déterminer la limite de la suite (C_n) lorsque n tend vers $+\infty$ (justifier).
   c) À l'aide de la calculatrice, déterminer le nombre de mois nécessaires pour que Max puisse acheter sa voiture.

1-a) Pour tout entier $n \geq 1$, on note A_n l'argent mis dans la cagnotte le n-ième mois.

Le premier mois, il a économisé 450 euros donc le premier terme est $\mathbf{A_1 = 450}$.

Chaque mois la somme déposée dans la cagnotte diminue de 2 % donc on peut dire que chaque mois la somme déposée dans la cagnotte est multipliée par 0,98. A_n est donc **une suite géométrique de raison 0,98**.

1-b) A_n est **une suite géométrique** de raison 0,98 et de premier terme 450 donc on peut écrire une forme explicite de A_n avec la formule suivante $\mathbf{A_n = 450 \times 0{,}98^{n-1}}$.

1-c) La limite de $0{,}98^{n-1}$ lorsque n tend vers $+\infty$ est 0 donc la **limite théorique de la suite (A_n)** lorsque n tend vers $+\infty$ est **0.**

2-a) Le cours donne la formule de la somme des n premiers termes d'une géométrique de premier terme U_1 et de raison q :

C_n = (premier terme) x $\frac{1-raison^{nombre\ de\ termes}}{1-raison}$ = $C_1 \times \frac{1-q^n}{1-q}$

Donc $\mathbf{C_n} = 450 \times \frac{1-0{,}98^n}{1-0{,}98} = 450 \times \frac{1-0{,}98^n}{0{,}02} = 450 \times \frac{1-0{,}98^n}{0{,}02} = 22500\,(1 - 0{,}98^n)$

2-b) La limite de $0{,}98^n$ lorsque n tend vers $+\infty$ est 0 donc la limite de $(1 - 0{,}98^n)$ lorsque n tend vers $+\infty$ est 1 donc la **limite théorique de la suite (C_n)** lorsque n tend vers $+\infty$ est **22500 .**

2-c) L'objectif est d'atteindre un total de 12 000 €.

À l'aide de la calculatrice, on trouve que $\mathbf{C_{37}} \approx 11\,845$ et que $\mathbf{C_{38}} \approx 12\,058$ donc, il faut **38 mois** pour que Max ait rassemblé 12 000 € pour acheter sa voiture.

Exercice 2 (maths en randonnée)

Un randonneur a parié qu'il allait parcourir 2000 km à pied.

Au début, frais et en pleine forme, il peut parcourir 50 km en une journée.

Mais chaque jour, la fatigue s'accumule et sa performance diminue de 1% tous les jours.

Pour tout entier $n \geq 1$, on donne d_n la distance parcourue le n-ième jour et on note S_n, la distance totale parcourue au bout de n jour, en kilomètres.

1) a) Expliquer pourquoi la suite (d_n) est une suite géométrique dont vous préciserez le premier terme et la raison.
   b) En déduire l'expression de d_n en fonction de n.
   c) Déterminer la limite de la suite (d_n) lorsque n tend vers $+\infty$ (justifier).
2) a) Montrer que, pour tout $n \geq 1$, on a $S_n = 5000\ (1 - 0{,}99^n)$
   b) Déterminer la limite de la suite (S_n) lorsque n tend vers $+\infty$ (justifier).
   c) À l'aide de la calculatrice, déterminer le nombre de jours nécessaires pour que le randonneur gagne son pari.

1-a) Pour tout entier $n \geq 1$, on note d_n la distance parcourue le n-ième jour.

Le premier mois, il a marché 50 km donc le premier terme est $\mathbf{d_1 = 50}$.

Chaque jour, la distance marchée diminue de 1 % donc on peut dire que chaque jour, la distance marchée est multipliée par 0,99. d_n est donc **une suite géométrique de raison 0,99**.

1-b) d_n est **une suite géométrique** de raison 0,99 et de premier terme 50 donc on peut écrire une forme explicite de d_n avec la formule suivante $\mathbf{d_n = 50 \times 0{,}99^{n-1}}$.

1-c) La limite de $0{,}99^{n-1}$ lorsque n tend vers $+\infty$ est 0 donc la **limite théorique de la suite (d_n)** lorsque n tend vers $+\infty$ est **0.**

2-a) Le cours donne la formule de la somme des n premiers termes d'une géométrique de premier terme U_1 et de raison q :

C_n = (premier terme) x $\frac{1-raison^{nombre\ de\ termes}}{1-raison} = d_1 \times \frac{1-q^n}{1-q}$

Donc $\mathbf{C_n} = 450 \times \frac{1-0{,}99^n}{1-0{,}99} = 50 \times \frac{1-0{,}99^n}{0{,}01} = 5000\ (1 - 0{,}99^n)$

2-b) La limite de $0{,}99^n$ lorsque n tend vers $+\infty$ est 0 donc la limite de $(1 - 0{,}99^n)$ lorsque n tend vers $+\infty$ est 1 donc la **limite théorique de la suite (C_n)** lorsque n tend vers $+\infty$ est **5000 .**

2-c) L'objectif est d'atteindre un total de 2000 km.

À l'aide de la calculatrice, on trouve que $\mathbf{C_{52}} \approx 1989$ et que $\mathbf{C_{53}} \approx 2013$ donc, il faut **53 jours** pour que le randonneur ait marché 3 000 km.

2. Compétences mathématiques développées

Compétences mathématiques en lien avec cette activité :

Communiquer :

Les présentations orales furent un cadre privilégié pour permettre aux élèves de s'exprimer avec clarté et précision à l'oral et à l'écrit mais aussi de développer une argumentation mathématique la plus rigoureuse possible

Chercher et raisonner :

La préparation des oraux a permis aux élèves d'analyser un exercice, d'utiliser une notion mathématique.

La résolution demandait un peu de recherche et/ou de raisonnement en lien avec la notion travaillée précédemment.

Calculer :

L'exercice demandé mettait en jeu des notions liées aux suites numériques. Ils ont permis aux élèves de réaliser quelques calculs plusieurs calculs (à la main ou à l'aide d'un instrument et/ou de mettre en œuvre des algorithmes simples).

Une grille d'évaluation possible

Évaluation : Chaque présentation a été évalué par le « jury d'élèves » à l'aide de la grille ci-dessous.

Oral de mathématiques

Vendredi 22 octobre 2021

Grille d'évaluation

NOM – Prénom : ………………….……………..

Exercice traité n°….

Élèves composant le jury : ……….……………………….. + ………………………………..

	Critères d'évaluation	 +	 ++	 +++	GENIAL ++++
ORAL	L'élève a présenté clairement le problème étudié.				
	La posture était adaptée à un travail oral de qualité				
	La prestation orale était claire, compréhensible, bien organisée.				
MATHEMATIQUES	La résolution mathématique du problème étudié est correcte (au regard de la solution attendue)				
	Les écritures mathématiques sont adaptées, précises et rigoureuses				
	Après avoir écouté l'élève, le jury a compris l'exercice et sa résolution				

Rapport du jury :