Fabrice Foucher- groupe de recherche « mathématiques et numérique » de l'académie de Nantes - TraAM 2013-2014

« La pyramide en pièces de 5 centimes»

Compétence du programme d'enseignement des mathématiques en lien avec cette activité :
En TSTMG

- *Suite*
- *Somme des termes d'une suite*
- *Algorithme*

1. La problématique de cette activité 2
Enoncé et consignes donnés aux élèves 2

2. Objectifs de cette activité 3
Textes de référence – 3
Détails des objectifs de la mise en œuvre de l'activité 3

3. Scénario de mise en œuvre de cette activité 3
Ce qui a été fait avant 3
Déroulement de la séquence 3
Ce qui a été fait après – le bilan 5

4. La place des outils numériques au cours de cette activité 7
Quels outils sont utilisés ? Pour quels apports ?
Quelles innovations dégagées de cette activité ?

5. Dans d'autres classes... 8

1. La problématique de cette activité

Enoncé et consignes donnés aux élèves

Une vidéo de 3 minutes est présentée aux élèves

La pyramide en pièces de 5 centimes

Cette vidéo a été trouvée sur dailymotion et retrace en 3 minutes la construction d'une pyramide à l'aide de colonnes de pièces de 1 penny (pour les élèves, ces pièces deviennent des pièces de 5 centimes d'euros).

De cette vidéo, les élèves dégagent les questions suivantes :

- A quoi cela sert ? (la somme récoltée a permis une sensibilisation pour la recherche contre le cancer)
- Combien y-a-t-il de pièces ?
- A combien cela correspond-t-il ?
- Quelle est la hauteur de la pyramide ?
- Combien y-a-t-il de pièces à la base ?
- Combien y-a-t-il de pièces sur une colonne ?
- Combien de temps cela a-t-il pris ?

Cette problématique permet de faire intervenir une suite, la somme des termes d'une suite, l'utilisation du tableur et la mise au point d'un algorithme.

2. Objectifs de cette activité

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
Suites arithmétiques et géométriques Expression du terme général.	- Écrire le terme général d'une suite arithmétique ou géométrique définie par son premier terme et sa raison. ◊ Calculer avec la calculatrice ou le tableur la somme de *n* termes consécutifs (ou des *n* premiers termes) d'une suite arithmétique ou géométrique.	Pour les suites géométriques, on se limite aux suites à termes strictement positifs. Pour certaines résolutions, le tableur est indispensable. L'expression de la somme de *n* termes consécutifs n'est pas un attendu du programme. Exemples : emprunt à annuités constantes, valeur actuelle d'une suite d'annuités constantes.
Comparaison de suites.	- Dans le cadre de résolution de problèmes, comparer deux suites géométriques, une suite géométrique et une suite arithmétique.	Exemples : intérêts simples, intérêts composés ; taux équivalent, taux proportionnel

Textes de référence

Détails des objectifs de la mise en œuvre de l'activité

Plusieurs objectifs étaient mis en place lors de la présentation de cette vidéo :

- Motiver des élèves de Terminale STMG par une approche différente.
- Réactiver la notion de suites vues en novembre 2013 pour résoudre un problème.
- Comment effectuer la somme des termes d'une suite.
- Mettre en place un algorithme pour automatiser le calcul.

3. Scénario de mise en œuvre de cette activité

Ce qui a été fait avant

Des rappels autour de l'algorithme venaient d'être effectués la semaine précédente ; réactiver la notion d'entrée, traitement et sortie, les notions de boucle et de condition. Cela a permis de reprendre certains travaux autour des pourcentages d'évolution, taux moyen et autour des suites arithmétiques et géométriques.

Déroulement de la séquence

Équipement de la salle :

- La salle est équipée de 18 ordinateurs disposés contre les murs en accès libre si besoin.

Répartition des élèves.

Par groupe d'affinité (par 3), chaque élève du groupe a une mission :

- Un rédacteur.
- Un qui utilise la calculatrice et qui peut se déplacer.
- Un qui peut utiliser l'ordinateur.

Temps 1 : (5 minutes) – une première diffusion

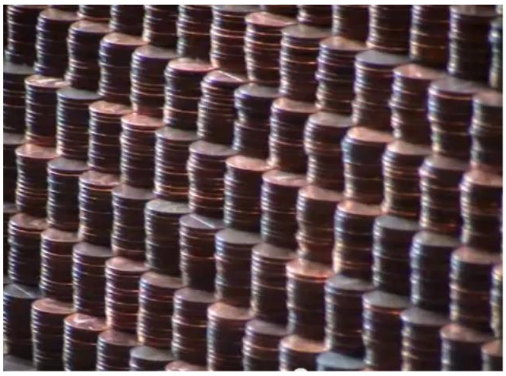
Je montre 3 pièces de 5 centimes et leur indique qu'elles ont servi à la construction d'un objet particulier. On lance alors la vidéo et la classe la visionne une fois.

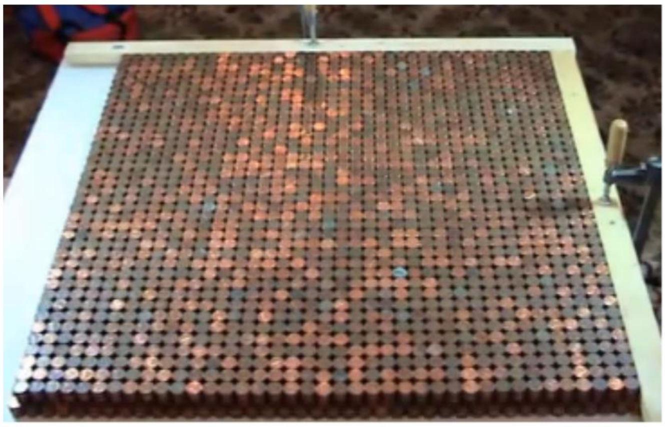
Temps 2 : (5 minutes) –

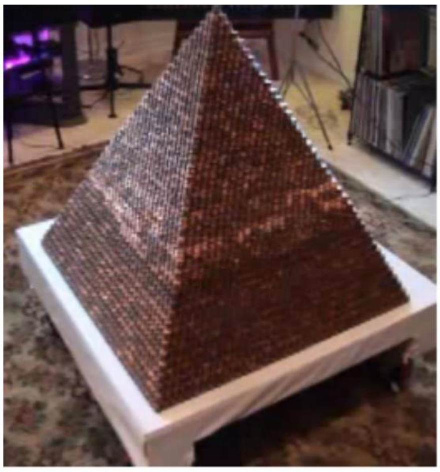
Les élèves s'emparent du problème en posant une série de questions. Je réponds à deux questions : celle portant sur le « A quoi cela sert » et celle demandant le temps de construction. Puis j'indique aux élèves qu'ils doivent chercher les réponses aux autres questions.

- Combien y-a-t-il de pièces ?
- A combien cela correspond-t-il en euros (si on prend des pièces de 5 centimes)?
- Quelle est la hauteur de la pyramide ?
- Combien y-a-t-il de pièces à la base ?
- Combien y-a-t-il de pièces sur une colonne ?

Pour cela, je leur demande, de m'indiquer les passages particuliers qui vont être utiles : je capture les images à l'aide du logiciel interwrite (pour TBI). Nous arrivons alors à 4 images support.







Ils ont le reste de l'heure pour apporter une réponse à la question : « Combien y-a-t-il de pièces ? ».
Les autres questions servent de support à une différentiation suivant l'avancement des travaux.

Temps 3 : (40 minutes) –

- Les élèves pouvant se déplacer vont aux tableaux pour compter ce qui les intéressent. Ils s'accordent sur des colonnes de 13 pièces. La base de la pyramide oscille entre 39 et 41 colonnes de pièces. La base est un carré.

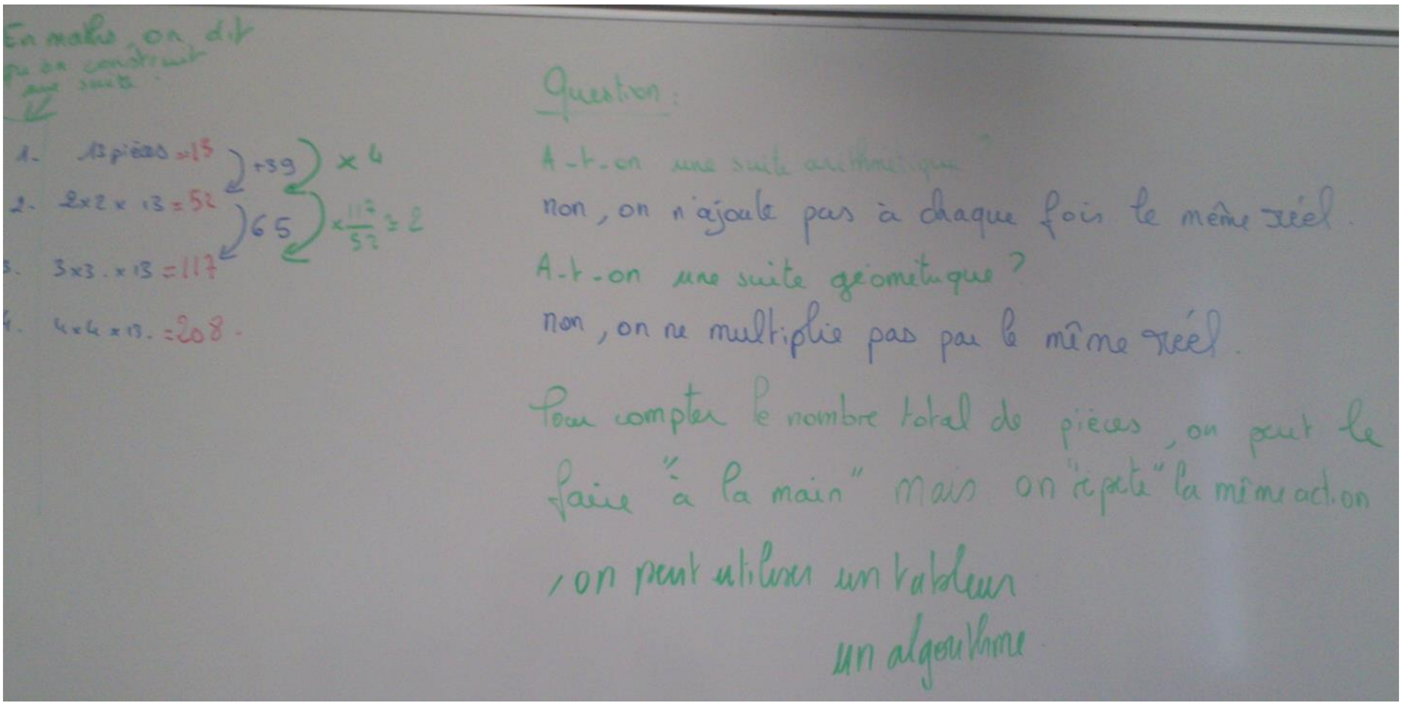
- Pour certains groupes (3 sur 10), la démarche est trouvée relativement rapidement. Le problème se pose pour automatiser le calcul mais ils pensent assez rapidement à un algorithme. Avec aide, ils mettent au point l'algorithme, pour le recopier sous algobox et obtenir une réponse. Puis, ils modifient cet algorithme pour intégrer les questions restées en suspens.
- Deux groupes ont la même démarche mais ils utilisent un tableur pour trouver la bonne réponse. Une fois la réponse trouvée, je les oriente sur un algorithme pour contourner le problème de « tirage de cellules » et obtenir une réponse en entrant uniquement le nombre d'étages.
- Certains font tout le calcul à la main et via une calculatrice et obtiennent la bonne réponse. Le travail a alors consisté à poser le nombre de pièces pour une tour de 80 étages, 120 étages etc... Ils pensent alors à l'algorithme sans le mettre au point.
- Deux groupes tâtonnent pour comprendre la construction de l'étage suivant à partir de l'étage de base. Ils pensent à une suite arithmétique dont ils trouvent la raison puis invalident leur conjecture en remontant au fur et à mesure les étages. Celui qui peut se déplacer retourne alors exploiter la 4ème photo pour la disposition et repartir sur une nouvelle méthode. Ces groupes n'ont pas abouti à la réponse mais ont cherché un moyen d'y parvenir.
- Pour tous les groupes, la mise au point de l'algorithme posant problème, je leur fournis un squelette d'algorithme possible avant le passage sur algobox (aucun élève n'a pu le programmer à

```
VARIABLES
  P EST_DU_TYPE NOMBRE
  k EST_DU_TYPE NOMBRE
DEBUT_ALGORITHME
  P PREND_LA_VALEUR .   .   .   .
   POUR k ALLANT_DE 1 A 40
     DEBUT_POUR
      P PREND_LA_ VALEUR.  .  .  .  .  .  .  .
    FIN_POUR
  AFFICHER
FIN_ALGORITHME
```

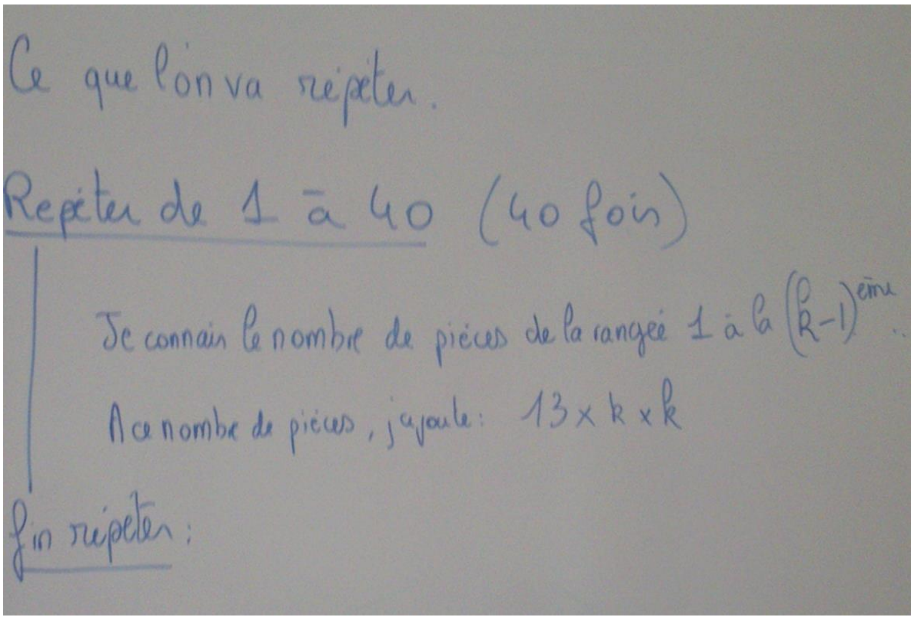
l'aide de sa calculatrice).

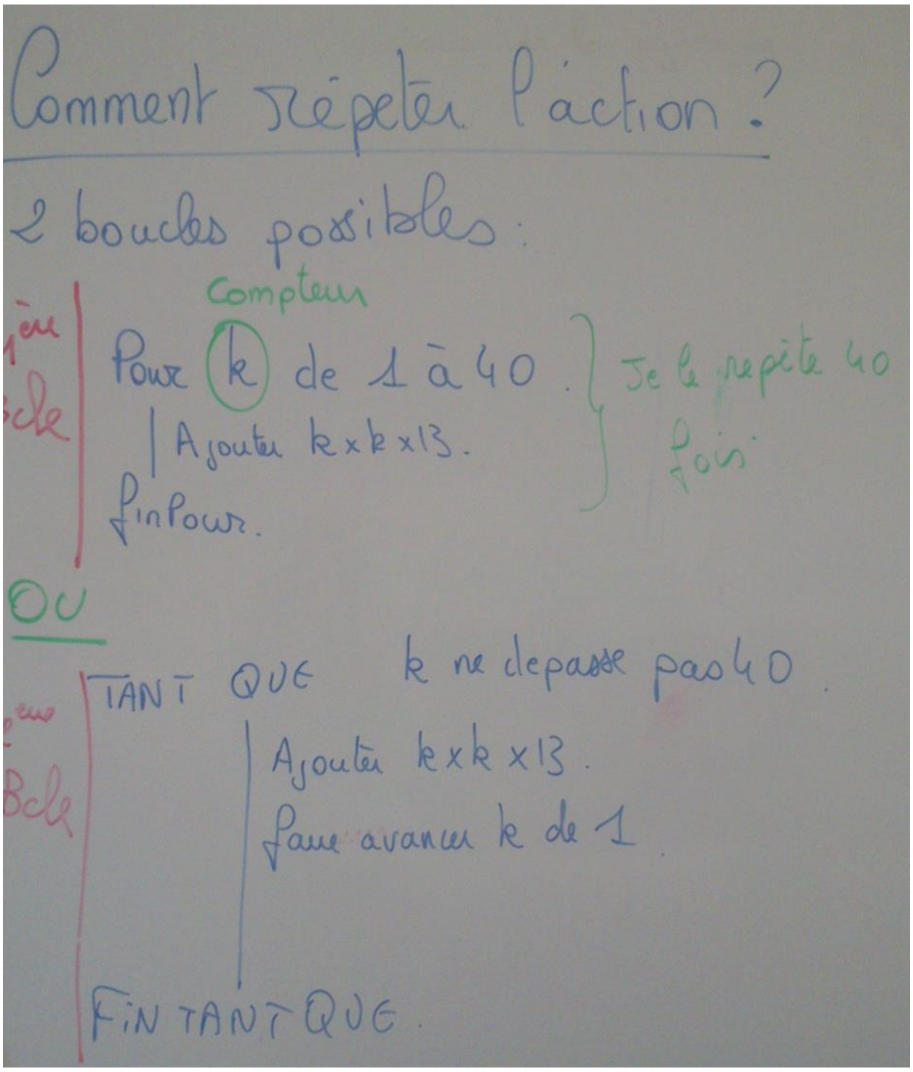
Ce qui a été fait après - le bilan

- Exploitation des erreurs trouvées dans les comptes-rendus : est-ce une suite géométrique ? Arithmétique ?



- Retour sur la mise au point de l'algorithme





4. La place des outils numériques au cours de cette activité

Quels outils sont utilisés ? Pour quels apports ? Quelles innovations dégagées de cette activité ?

a) La vidéo
L'utilisation de la vidéo, rendue possible par les matériels présents dans les salles de cours de mathématiques aujourd'hui, a permis de motiver beaucoup d'élèves pas toujours attirés par les mathématiques en T STMG. Bon cela n'a pas empêchés un ou deux élèves de sortir en me disant : « Monsieur, j'aime pas les maths », surtout parce qu'ils étaient ennuyés de ne pas avoir trouvé la solution.

b) Le logiciel du tableau blanc interactif
Faire des captures rapides d'images du film.

c) Un logiciel de programmation (ici Algobox)
Il permet d'avoir la réponse à la question et faire des modifications pour une pyramide de N étages.

5 Dans d'autres classes ? Non testé...

- Dans les séries générales en première ES ou S ?
- En TS, pour travailler sur la somme des carrés d'entiers naturels et démontrer par récurrence une formule ?

currence une formule ? récurrence une formule ? récurrence une formule ?