

MATHÉMATIQUES

Compétences travaillées en mathématiques

Communiquer à l'écrit et à l'oral

Communiquer efficacement dans le cadre d'une activité mathématique est un objectif de formation essentiel, recouvrant plusieurs champs de compétences : comprendre des énoncés, produire des textes aux finalités diverses, s'exprimer oralement.

C'est aussi par la médiation d'échanges que le professeur apprécie le niveau de maîtrise de l'élève. Cette double fonction de la communication, objet de formation et moyen d'apprécier la réussite de l'élève, a son importance. S'il convient que l'élève apprenne à s'exprimer avec un maximum de rigueur et de clarté, il ne faut pas pour autant considérer que celui qui s'exprime avec peine a nécessairement des difficultés mathématiques. Il s'agit avant tout d'ouvrir le champ de la résolution de problèmes au plus grand nombre d'élèves, y compris à ceux qui ont des difficultés à entrer dans les codes de la rédaction d'une démonstration.

Prendre en compte les spécificités de la langue utilisée dans l'activité mathématique

Toutes les difficultés des élèves ne sont pas imputables à des problèmes de langue et tous les problèmes de langue ne résultent pas d'un déficit lexical. Des malentendus peuvent naître d'énoncés ambigus, d'un déficit d'explications ou de la difficulté à gérer les interactions entre plusieurs registres de langue.

Le domaine 1 du socle commun, *les langages* pour penser et communiquer, vise à prendre en compte, au-delà de la maîtrise de la langue française, la spécificité de certains langages. Ainsi, la communication mise en œuvre en mathématique se caractérise par la coexistence d'un langage précis et codifié pouvant faire intervenir des symboles, et d'une langue plus proche de la langue naturelle qui permet d'échanger des idées ou de donner des explications. L'utilisation simultanée de ces deux niveaux d'expression et d'une gamme de niveaux intermédiaires, avec leurs règles propres qui peuvent varier, mérite un accompagnement particulier. Cet accompagnement doit notamment éveiller l'élève à l'idée que le débat scientifique est soumis à des spécificités.

En mathématiques, le sens d'une phrase est sensible à l'ordre des mots, ainsi qu'à la signification des connecteurs logiques ou de quantificateurs plus ou moins explicites.

Le sens de la phrase « Tout multiple de 15 est multiple de 5 » est modifié si on intervertit les entiers mentionnés.

La phrase « On sait que ABCDE est un pentagone régulier, donc $360/5 = 72$ (...) » n'est pas correcte, bien que l'élève ait sans doute correctement analysé la figure.

Dans la phrase « Un carré a quatre angles droits », il faut comprendre que ce qui est dit vaut pour n'importe quel carré. Si l'on donne comme définition : « Un rectangle est un quadrilatère qui a quatre angles droits », cette phrase apparemment proche de la précédente fournit une double information permettant de caractériser un rectangle.

En mathématiques, la concision des énoncés peut être source de malentendus.

La même phrase « Tout multiple de 15 est multiple de 5 » peut être comprise à tort comme une équivalence.

La concision est par ailleurs un objectif, non pour sa dimension esthétique, mais pour la cohérence de la solution. Ainsi, la rédaction d'une démonstration relève d'une pratique très codifiée où par exemple il convient de ne pas multiplier les arguments si un seul peut suffire.

Bien entendu, un tel objectif doit faire l'objet d'une réflexion pédagogique afin d'adapter les attentes aux possibilités des élèves de collège, pour lesquels l'appropriation de cette contrainte est en cours d'acquisition.

En mathématiques, des tableaux, des graphiques ou d'autres modes de représentation, peuvent se substituer efficacement à des phrases qui seraient nettement plus difficiles à comprendre.

Au même titre que l'on ne saurait remplacer les panneaux des gares affichant les horaires des trains par des phrases, la puissance des notations mathématiques permet de condenser un nombre important d'informations. Au lycée, un tableau de variation ou un arbre de probabilités sont porteurs de conventions que l'on peut mobiliser pour démontrer. De même au collège, un tableau de proportionnalité, le recours au calcul littéral, ou une figure codée permettent une économie de pensée.

De nombreux termes utilisés en mathématiques proviennent de la langue courante, mais prennent un sens différent. Une liste de termes polysémiques rencontrés en mathématiques au collège peut être portée à la connaissance des élèves [[liste de termes polysémiques rencontrés en mathématiques](#)].

En mathématiques, la structure d'une phrase ne renseigne pas toujours sur le statut de l'énoncé. On peut notamment distinguer : la donnée d'une information (énoncé d'un problème), l'institutionnalisation (définition, propriété), la démonstration, la consigne donnée par le professeur, les commentaires émis par l'élève (narration de recherche) ou par le professeur (annotations sur une copie).

Par exemple, les phrases suivantes figurant dans un même cahier d'élève sont construites de la même façon, mais ont une fonction différente : « La somme des angles d'un triangle est égale à 180° . », « La longueur totale du trajet est de 60 km », « L milieu de $[AB]$ est équidistant des points A et B ».

Plus généralement, la part importante d'implicite constitue un obstacle dont il faut prendre acte.

L'accumulation de ces difficultés potentielles montre à quel point la compréhension d'un texte mathématique et, a fortiori, la production d'un texte tel qu'une démonstration recèlent de nombreux obstacles. En avoir conscience doit permettre au professeur d'adapter ses exigences pour mieux former les élèves.

Il va de soi que la détection de telles difficultés ne peut s'opérer à partir d'un catalogue préétabli. Une démarche d'entretien avec l'élève concerné est indispensable.

Retrouvez Éduscol sur



Placer les élèves en situation de production écrite

Garantir la compréhension des énoncés et des consignes est un préalable essentiel.

Certaines habitudes de travail instaurées au cycle 3 peuvent être avantageusement prolongées au cycle 4, comme par exemple : ménager un temps de lecture silencieuse des énoncés, faire expliciter le vocabulaire spécifique, lui donner du sens en précisant éventuellement son étymologie, s'assurer de la compréhension des textes lus.

En vue de renouveler l'activité de lecture pour solliciter l'attention et l'esprit critique, se sont développées certaines activités : construction par les élèves d'un énoncé de problème à partir de quelques données, ou présence dans un énoncé des données superflues. Cette dernière pratique peut présenter un intérêt dès l'instant où elle ne vise pas à tendre des pièges mais s'apparente au traitement de données réelles.

Au-delà de ces considérations, en vue d'étendre leurs compétences dans le domaine de la lecture, il convient d'inciter les élèves à lire en dehors de la classe d'autres textes que ceux du cours ou des exercices (articles, revues, livres, etc.) et de réinvestir ces lectures en classe.

Le passage au cycle 4 s'accompagne d'exigences plus importantes en matière de production écrite, avec à la fois un volume plus conséquent et un niveau de complexité plus élevé.

Cette évolution doit être progressive sur la durée du cycle et s'accompagner d'un certain nombre de précautions d'ordre pédagogique.

On peut distinguer plusieurs modalités :

- les écrits de la classe avec le professeur ;
- les écrits personnels ;
- les écrits de groupe.

Les écrits rédigés par la classe avec le professeur ont généralement pour objet d'institutionnaliser et de structurer ce qui est à retenir.

Une organisation efficace des supports utilisés (cahier, ordinateur, tablette, etc.) doit contribuer à la qualité des traces écrites conservées. Il est important de :

- définir l'organisation du cahier, en prenant appui sur un plan clairement affiché et sur d'autres éléments structurants ;
- préciser à chaque séance la place de la trace écrite (cours, exercices, écrits personnels, etc.) ;
- relever régulièrement les cahiers et si nécessaire les faire corriger par les élèves ;
- prévoir durant la séance des moments où l'élève copie ce qui est écrit au tableau ;
- s'assurer systématiquement de la compréhension du texte copié.

Parallèlement, un entraînement à la prise de notes est à instaurer très progressivement en concertation avec les professeurs des différentes disciplines.

Mais bien entendu, la pratique d'écriture en classe ne saurait se réduire à la copie de ce que le professeur écrit au tableau. L'enjeu majeur à ce niveau consiste à procurer aux élèves une marge d'initiative suffisante pour leur permettre de progresser dans l'écriture de textes mathématiques.

Il est donc primordial d'accorder très régulièrement un temps significatif à la production d'écrits personnels. Ce temps d'écriture doit être clairement identifié et bénéficier de conditions propices (silence, durée suffisante). Cette production peut consister à exposer des idées, à décrire une démarche, ou à exposer une solution.

Ménager une certaine difficulté est nécessaire, mais on évitera de fractionner artificiellement les difficultés dans l'espoir que l'élève saura ensuite réunir des savoir-faire exercés séparément. Ainsi, l'usage de fiches à trous à compléter ne permet pas de le placer en situation d'expression écrite et ne présente donc pas d'intérêt pour sa formation dans ce domaine.

Il faut accepter la production d'écrits intermédiaires, forcément imparfaits, par exemple au moyen d'un cahier de brouillon qui permet de « *prôner l'imperfection pour exiger in fine la perfection* »¹.

Une activité intéressante peut consister à comparer les différentes versions d'un texte, par exemple les solutions données par plusieurs élèves ou par un même élève à différents moments.

Ces recommandations correspondent parfaitement à la consigne donnée aux candidats lors des épreuves d'examen (DNB, baccalauréat) : « Toute trace de recherche sera prise en compte dans l'évaluation », invitant les élèves à s'engager dans une activité de recherche et à faire part de leur cheminement.

Le travail d'écriture à l'initiative de l'élève doit lui permettre de prendre conscience des exigences particulières du discours mathématique. Plutôt habitué à raconter qu'à expliquer, le plus souvent selon une logique d'exposition chronologique, l'élève doit passer de la narration à un mode d'exposé scientifique où l'auteur ne s'implique pas de la même façon. Par exemple, une démonstration est rédigée selon un mode neutre, en mettant en évidence les enchaînements logiques.

De ce point de vue, la pratique dite des « figures téléphonées » où l'élève doit décrire à un camarade, qui ne la voit pas, une figure donnée dans le but qu'il la reproduise, est particulièrement formatrice. Cet exercice, qui peut également se concevoir à l'oral, demande à l'élève prise de recul et rigueur d'expression, tout en l'obligeant à apprécier correctement le degré d'explicité attendu.

S'inscrivant dans le cadre de travaux collectifs, les écrits de groupe peuvent déboucher sur la synthèse de propositions individuelles. Ils sont un moyen d'apprendre à travailler ensemble à travers la mise en commun des idées ou la confrontation des démarches.

Quelle que soit la modalité adoptée, la place de la production écrite dans la séance gagne à être méthodiquement programmée. L'un des enjeux est d'éviter de superposer les difficultés. Ainsi il vaut mieux ne pas confondre le temps de la réflexion, où émergent les idées, celui de la mise en forme des idées, où l'on tend vers une formalisation de la solution, et celui de la rédaction de celle-ci sous une forme aboutie. Accepter de différer le moment de la production écrite plutôt que de demander immédiatement un texte irréprochable, peut également libérer la recherche. Dans le même esprit, l'évaluation ne peut reposer uniquement sur la production du produit fini.

1. D'après La maîtrise de la langue au collège, page 92 – voir bibliographie.

Développer les compétences d'expression orale

Si l'enseignement est devenu moins magistral, la répartition du temps de parole entre le professeur et les élèves demeure parfois déséquilibrée. Plus que la durée des interventions, c'est la nature des prises de parole qui doit être examinée. Il arrive que la participation de l'élève se limite à répondre à des questions fermées appelant des réponses très brèves. Le professeur, soucieux d'aboutir rapidement, ne donne pas toujours l'occasion ni le temps d'élaborer une réponse construite. L'échange peut alors consister en la succession de séquences : question du professeur - réponses d'élèves - commentaires du professeur.

Cette pratique résulte d'un double malentendu à propos de la participation orale :

- penser que son seul objectif est d'entretenir une « classe vivante », pour créer une ambiance qui devrait être favorable à l'apprentissage ;
- considérer qu'elle doit conduire à tout prix à « la » bonne réponse pour ensuite ne conserver qu'elle.

Or, la maîtrise de l'expression orale, au même titre que celle de l'écrit, constitue un objectif de formation à part entière.

Cette maîtrise ne s'acquiert pas spontanément. Elle a ses spécificités et ne se limite pas à une transposition des compétences relevant de l'écrit.

Pour atteindre ces objectifs, il peut être utile de veiller à :

- réunir de bonnes conditions d'écoute ;
- privilégier des questions appelant une réponse structurée ;
- exiger des réponses par phrases complètes ;
- solliciter tous les élèves ;
- enrichir le lexique ;
- faire mémoriser des écrits de référence (définitions, théorèmes, etc.).

Mais au-delà des aspects linguistiques, qui sont essentiels, la maîtrise de l'oral gagnera à s'intégrer dans une perspective de communication. Aussi s'acquiert-elle par une pratique régulière dans des situations pertinentes.

En effet, la pratique de l'oral n'est formatrice que si elle répond à un véritable besoin de s'exprimer. En d'autres termes, une pédagogie de l'oral passe par des situations de communication offrant de vrais enjeux pour les interlocuteurs : s'expliquer, décrire, argumenter, convaincre, décider, etc.

Par conséquent, il est souhaitable de diversifier les situations de communication :

- échanges pour s'assurer de la compréhension d'un énoncé ;
- organisation d'un débat entre élèves ou groupes d'élèves pour confronter des pistes de résolution d'un problème ;
- présentation d'une solution ;
- compte rendu de l'avancée d'un travail réalisé en petits groupes ;
- exposé d'un travail de recherche sur un thème donné, pouvant être à dimension historique ou culturelle, ou concerner une notion non encore étudiée ;
- aide à d'autres élèves dans le cadre d'un tutorat.

Par ailleurs, si l'une et l'autre recouvrent des compétences spécifiques, la maîtrise de l'oral et celle de l'écrit sont liées entre elles et le travail réalisé en faveur de l'une peut être réinvesti au service de l'autre.

Une organisation structurée des séances doit permettre de bien articuler le temps consacré à l'oral et celui de l'écrit, en les identifiant clairement. De plus, on sait que l'élève en difficulté a souvent du mal à se situer entre les différentes phases d'une séance. Il ne perçoit pas forcément à quel moment on passe de l'exploration à l'institutionnalisation, ou de la conjecture à la démonstration. Des transitions explicites doivent le guider dans le suivi du cours et faciliter sa participation.

Enfin, dans le registre de la maîtrise de la langue, une concertation étroite entre les professeurs des différentes disciplines est nécessaire pour la mise en place d'actions cohérentes et complémentaires.

Bibliographie

- La maîtrise de la langue au collège (direction des lycées et collège, CNDP, 1997 – ouvrage diffusé dans tous les CDI en 1997-1998)
- Site de l'académie d'Aix-Marseille : « [Maîtrise de la langue dans toutes les disciplines](#) »
- Site de l'académie de Bordeaux : « [Maîtrise de la langue](#) »
- Site de l'académie de Créteil : « [Enseignement des mathématiques et maîtrise de la langue](#) »
- IREM de Rennes : « [L'enseignement de la démonstration](#) »
- [Les dimensions linguistiques de toutes les matières scolaires, un guide pour l'élaboration des curriculums et pour la formation des enseignants](#) (Conseil de l'Europe, 2015)

Retrouvez Éduscol sur

