

TP informatique

RECHERCHE D'UN LIEU GEOMETRIQUE

Enoncé

Dans le plan P, on donne quatre points O, A, B et C et un cercle (Γ) de centre O .

Le point M est un point quelconque variable sur le cercle (Γ) . On associe au point M l'unique point M' du plan P défini par l'égalité :

$$\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}.$$

Il s'agit de déterminer le lieu géométrique L du point M' lorsque le lieu géométrique du point M est le cercle (Γ) .

1. (a) A l'aide d'un logiciel de géométrie plane, construire les points O, A, B et C , le cercle (Γ) et un point libre M sur ce cercle.

(b) Construire le point M' associé à M .

Appeler l'examineur pour une vérification de la construction faite.

(c) En observant plusieurs positions du point M faire une conjecture sur la nature de la transformation du plan qui transforme M en M' ainsi que la nature du lieu géométrique du point M' .

Appeler l'examineur pour une vérification de la figure réalisée et de la conjecture faite.

2. (a) Déterminer la nature de la transformation du plan qui transforme le point M en le point M' .

(b) Déterminer le lieu géométrique L du point M' .

Production demandée

- La figure réalisée avec le logiciel de géométrie dynamique.
- La justification de la nature de la transformation.
- La caractérisation du lieu géométrique de M' et sa justification.

Corrigé du 1)

Vérifier que le point M' est bien lié au point M .

Difficulté pour les élèves : construire la somme de vecteurs avec géogebra.

Corrigé du 2) :

a) Soit G barycentre de $(A,1)$, $(B,3)$ et $(C,-2)$, $1+3-2=2 \neq 0$

$\vec{MM}' = \vec{MA} + 3\vec{MB} - 2\vec{MC}$ équivaut à $\vec{GM}' = \vec{MG}$ donc G est le milieu de $[MM']$

La transformation du plan qui transforme le point M en M' est la symétrie centrale de centre G .

b) L'image d'un cercle par une symétrie centrale est un cercle de même rayon

L'image du cercle Γ par la symétrie de centre G est le cercle de même rayon et dont le centre est l'image de O .

L'exercice pourra être redemandé avec d'autres coefficients pour une homothétie de centre G et rapport ...