

Représentations vivantes de fonctions

Les notions de fonction et de représentation graphique de fonction sont plutôt indigestes pour certains élèves.

Cette représentation vivante de fonctions propose de développer ces notions par une vision kinesthésique de l'apprentissage. L'élève est au coeur de l'espace dans lequel lui et ses camarades vont représenter une fonction. Cette séquence va l'aider à associer ses déplacements et ses positions dans la salle, à des notions mathématiques telles que le zéro, l'addition, la différence entre deux nombres, et à des notions géométriques telles que les abscisses, les ordonnées, la droite et la courbe.

Ce n'est pas l'enseignant qui va guider les élèves, mais ce sont les nombres et les fonctions qui vont orchestrer la chorégraphie naturelle qui va se mettre en place pour représenter ces fonctions.

Préparation de la séance :

Repérer les dimensions de la salle pour prévoir un marquage aisé au sol de l'axe des abscisses et des ordonnées : un carrelage avec des petits carreaux peut s'avérer pratique pour servir de base au repérage, le positionnement des élèves en sera plus précis.

Préparer des fonctions pouvant être représentées entièrement dans ce repère (tous les nombres de l'intervalle de l'axe des abscisses ont une image à l'intérieur de l'intervalle de l'axe des ordonnées) : fonctions linéaires, affines, fonctions paraboliques, fonctions inverses. Avec des classes industrielles de bac pro, on peut envisager des fonctions trigonométriques ; et avec des terminales, des fonctions exponentielles.

Prévoir du ruban pour matérialiser les axes et des feuilles imprimées avec les nombres repère des 2 axes.

Prévoir un moyen d'afficher les représentations graphiques des fonctions une fois que les élèves les auront représentées dans la salle.

Déroulement de la séance :

On demande aux élèves de se placer sur l'axe des abscisses.

Chaque élève représente l'abscisse du point où il se trouve et retient ce nombre.

On affiche la définition d'une fonction.

On demande à chacun de calculer (mentalement ou avec une calculatrice) l'image du nombre qu'il représente par la fonction.

Une fois le nombre trouvé, on demande aux élèves d'avancer ou de reculer tous ensemble pour se placer à l'ordonnée correspondante.

Les élèves observent alors les positions respectives qu'ils occupent et on leur demande d'exprimer ce qu'ils voient :

Les élèves qui ont fait des erreurs de calcul ne sont visiblement pas à leur place : ils refont leurs calculs avec leurs voisins, les élèves corrigent leur position, certains remarquent que la correction (le mouvement) de leur position revient à calculer la différence entre leur résultat et le bon résultat : ils associent alors une addition ou une soustraction à un déplacement.

Les élèves remarquent un certain alignement de leur position avec leurs voisins, ce qui aboutit à une notion de droite si l'alignement est correct avec tout le monde, ou à une notion de courbe continue dans d'autres cas.

On peut attirer l'attention des élèves sur la position particulière occupée par l'élève qui est sur l'axe des ordonnées (ordonnée à l'origine) et repérer son ordonnée dans la définition algébrique de la fonction.

Avec des élèves de 1^è ou de Terminale bac, on peut leur demander de comparer leur place par rapport à leur voisin et d'en déduire la croissance ou la décroissance de la fonction à leur niveau.

On peut ensuite vérifier et formaliser leurs remarques en affichant la représentation graphique classique de la fonction.

Avant de passer à la fonction suivante, on peut demander aux élèves de rester à leur place, de revenir sur l'axe des abscisses ou de prendre une nouvelle position sur l'axe des abscisses pour varier les difficultés.

On peut alors afficher une nouvelle fonction puis, une fois les calculs faits, demander aux élèves de se déplacer ensemble vers leur nouvelle position.

En 1 heure, on peut prévoir une dizaine de représentations vivantes de fonctions.

Représentations vivantes de fonctions dans une petite salle

Sur le sol (non carrelé), on place deux bandes perpendiculaires représentant l'axe des abscisses et l'axe des ordonnées.

On place des feuilles numérotées sur ces bandes pour créer un repère.

- axe des x gradué de 0 à 6
- axe des y gradué de -2 à 8

Chaque élève choisit un nombre x (0 à 6) et se place en conséquence sur l'axe des abscisses

$$f_1(x) = x$$

$$f_3(x) = \frac{x}{2}$$

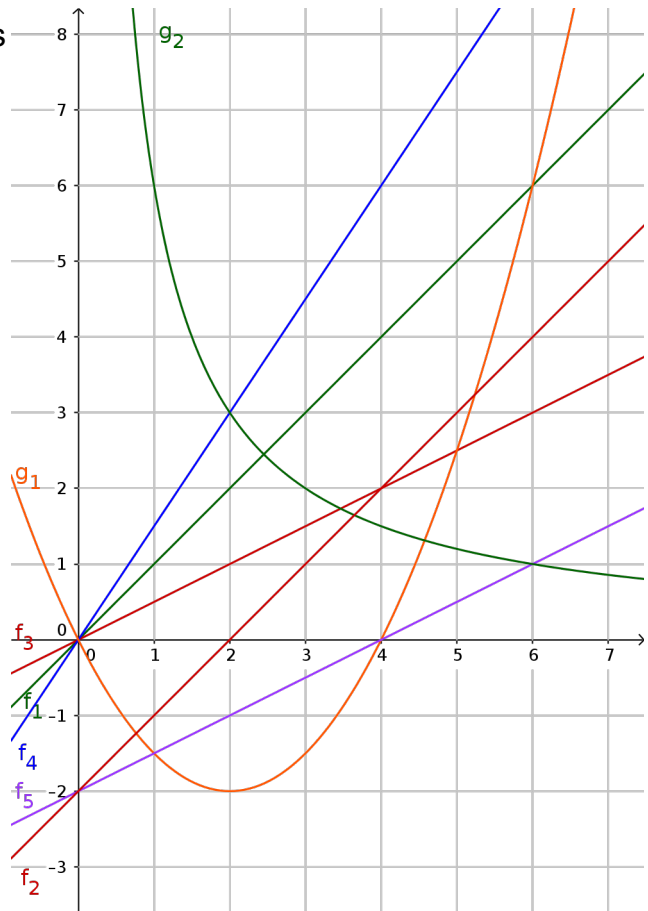
$$f_5(x) = \frac{x}{2} - 2$$

$$g_2(x) = \frac{6}{x}$$

$$f_2(x) = x - 2$$

$$f_4(x) = x + \frac{x}{2}$$

$$g_1(x) = \frac{x^2}{2} - 2x$$



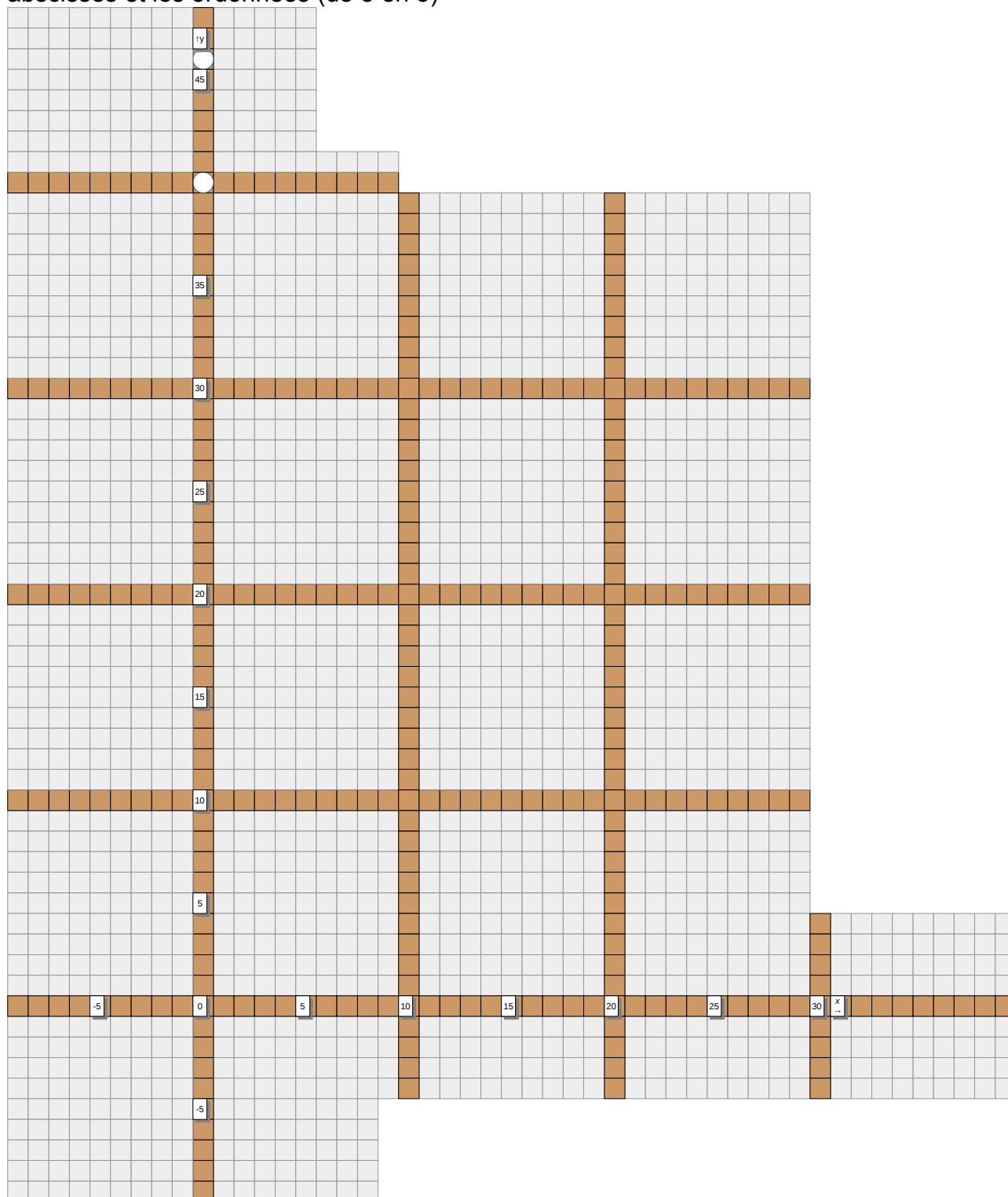
Représentation graphique vivante de $f_1 : x \mapsto x$

Représentations vivantes de fonctions sous le préau

Préparation :

Le préau est carrelé de petits carreaux gris encadrés ce carreaux bruns tous les 10 carreaux. On obtient ainsi un système naturel décimal de repérage.

On place sur les carreaux bruns des feuilles portant des nombres représentant les abscisses et les ordonnées (de 5 en 5)



Carrelage du préau

Chaque élève choisit un nombre x (entre 0 et 30) et se place en conséquence sur l'axe des abscisses

$$f_1(x) = x$$

$$f_2(x) = x - 5$$

$$f_3(x) = \frac{x}{2}$$

$$f_4(x) = x + \frac{x}{2}$$

$$f_5(x) = \frac{x}{2} - 5$$

$$f_6(x) = 30 - x$$

$$g_1(x) = \frac{x^2}{20}$$

$$g_2(x) = \frac{(x-20)^2}{20}$$

$$g_3(x) = 3x - \frac{x^2}{10}$$

$$h_1(x) = \frac{60}{x}$$

$$h_2(x) = \frac{60}{x+5}$$



$f_1(x) = x$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
$f_2(x) = x - 5$	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
$f_3(x) = x/2$	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6	6,5	7	7,5	8	8,5	9	9,5	10	10,5	11	11,5	12	12,5	13	13,5	14	14,5	15
$f_4(x) = x + x/2$	0	1,5	3	4,5	6	7,5	9	10,5	12	13,5	15	16,5	18	19,5	21	22,5	24	25,5	27	28,5	30	31,5	33	34,5	36	37,5	39	40,5	42	43,5	45
$f_5(x) = x/2 - 5$	-5	-4,5	-4	-3,5	-3	-2,5	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6	6,5	7	7,5	8	8,5	9	9,5	10
$f_6(x) = 30 - x$	30	29	28	27	26	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
$g_1(x) = x^2/20$	0	0,1	0,2	0,5	0,8	1,3	1,8	2,5	3,2	4,1	5	6,1	7,2	8,5	9,8	11,3	12,8	14,5	16,2	18,1	20	22,1	24,2	26,5	28,8	31,3	33,8	36,5	39,2	42,1	45
$g_2(x) = (x-20)^2/20$	20	18,1	16,2	14,5	12,8	11,3	9,8	8,5	7,2	6,1	5	4,1	3,2	2,5	1,8	1,3	0,8	0,5	0,2	0,1	0	0,1	0,2	0,5	0,8	1,3	1,8	2,5	3,2	4,1	5
$g_3(x) = 3x - x^2/10$	0	2,9	5,6	8,1	10,4	12,5	14,4	16,1	17,6	18,9	20	20,9	21,6	22,1	22,4	22,5	22,4	22,1	21,6	20,9	20	18,9	17,6	16,1	14,4	12,5	10,4	8,1	5,6	2,9	0
$h_1(x) = 60/x$	∞	60	30	20	15	12	10	8,6	7,5	6,7	6	5,5	5	4,6	4,3	4	3,8	3,5	3,3	3,2	3	2,9	2,7	2,6	2,5	2,4	2,3	2,2	2,1	2,1	2
$h_2(x) = 60/(x+5)$	12	10	8,6	7,5	6,7	6	5,5	5	4,6	4,3	4	3,8	3,5	3,3	3,2	3	2,9	2,7	2,6	2,5	2,4	2,3	2,2	2,1	2,1	2	1,9	1,9	1,8	1,8	1,7



$$f_1: x \mapsto x$$



$$f_6: x \mapsto 30 - x$$



$$g_1: x \mapsto \frac{x^2}{20}$$



$$g_3: x \mapsto 3x - \frac{x^2}{10}$$



$$h_1: x \mapsto -\frac{60}{x}$$