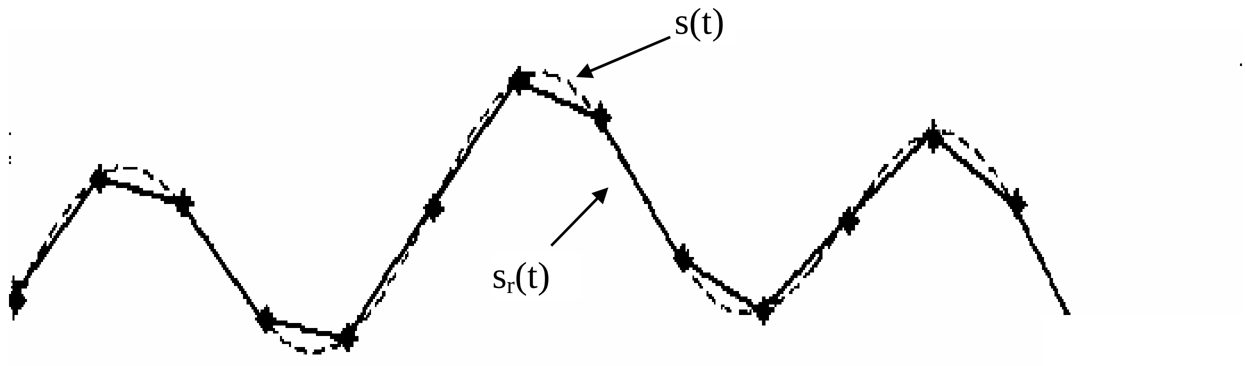
Restitution du signal analogique

Hypothèse de départ : on dispose d'un signal échantillonné $s^*(t)$ avec la relation de Shannon satisfaite et on désire obtenir un signal $s_r(t)$ reproduisant le plus fidèlement possible le signal $s(t)$ d'origine.
Il est nécessaire de faire une interpolation entre deux instants d'échantillonnage.

1. Interpolation linéaire.

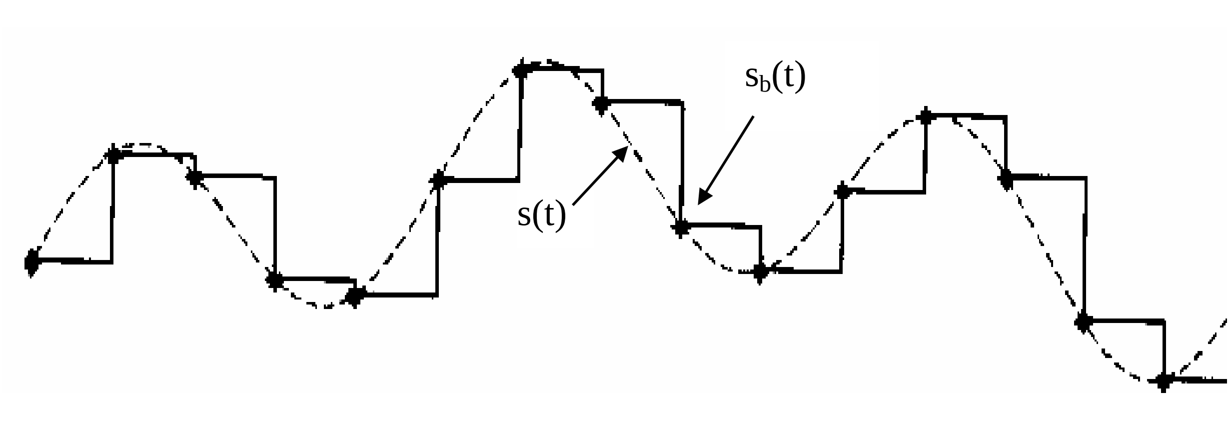
On relie les échantillons par une droite (opération identique quand on joint des points expérimentaux pour obtenir un graphe continu)



Pour avoir une qualité de reconstitution correcte, il faut utiliser une fréquence d'échantillonnage dix fois supérieure à la limite de Shannon.
Choix pratique : $Fe \geq 10\ f_{max}$

2. Reconstitution par bloqueur suivi d'un filtre passe-bas.

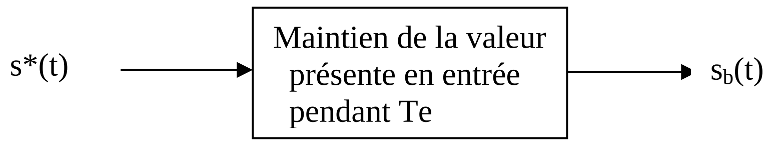
L'échantillon est maintenu constant avant l'arrivée du suivant ; c'est ce qui se produit en sortie d'un convertisseur numérique analogique.
On introduit alors le signal $s_b(t)$ conforme à la représentation donnée ci-dessous.



Un filtre passe-bas appliqué au signal $s_b(t)$ permettra t-il de reproduire fidèlement $s(t)$?

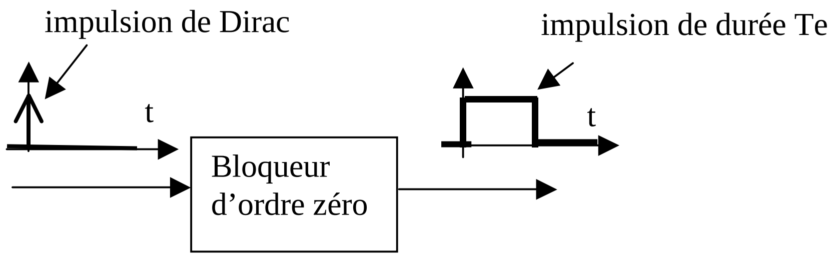
Pour répondre à la question, étudions le spectre du signal sb(t)

2.1 Au niveau fonctionnel, tout se passe comme si $s_b(t)$ avait été élaboré de la façon suivante :



La fonction introduite entre $s_b(t)$ et $s^*(t)$ porte le nom de " ***bloqueur d'ordre zéro"***

<u>Pour étudier le comportement en fréquence de cette fonction</u>, on applique en entrée un seul échantillon.
On se ramène alors à l'étude de :

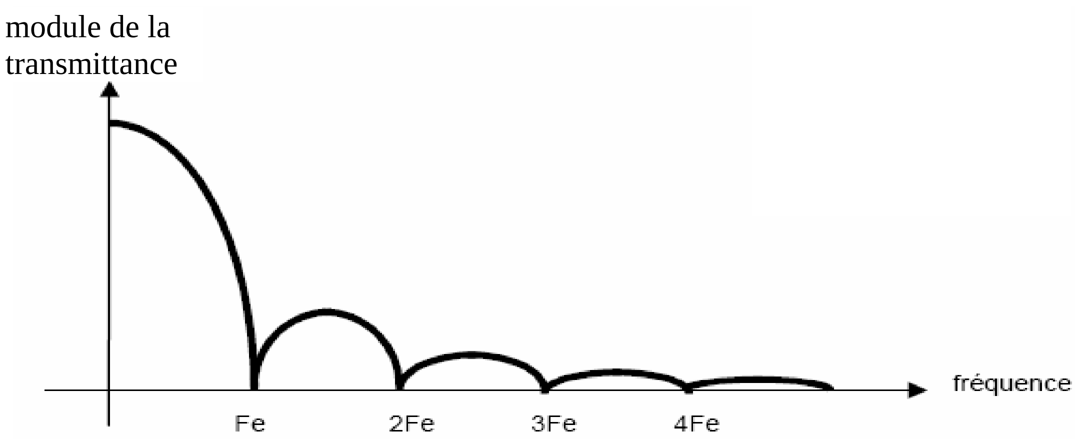


On admet que le « ***bloqueur d'ordre zéro »*** est caractérisé par sa transmitance complexe :

$$\underline{B}(j\omega) = Te.\frac{\sin(\omega\frac{Te}{2})}{\omega\frac{Te}{2}}.\exp\left(-j\,\omega\frac{Te}{2}\right).$$

<u>Cette fonction de transfert s'identifie à une expression complexe de la forme</u> : $\underline{B}(j\omega) = B.\exp(j\varphi)$

B est le module d'expression $Te.\left|\frac{\sin(\omega\frac{Te}{2})}{\omega\frac{Te}{2}}\right| = Te.\left|\frac{\sin(\pi\frac{f}{Fe})}{\pi\frac{f}{Fe}}\right|.$



φ est l'argument d'expression $-\omega\frac{Te}{2} = -\pi\frac{f}{Fe}$ pour f<Fe

Le module de la fonction de transfert est une courbe en sin(X)/X encore appelé sinus cardinal
L'argument évolue de façon linéaire avec la pulsation introduisant un retard de valeur Te/2.

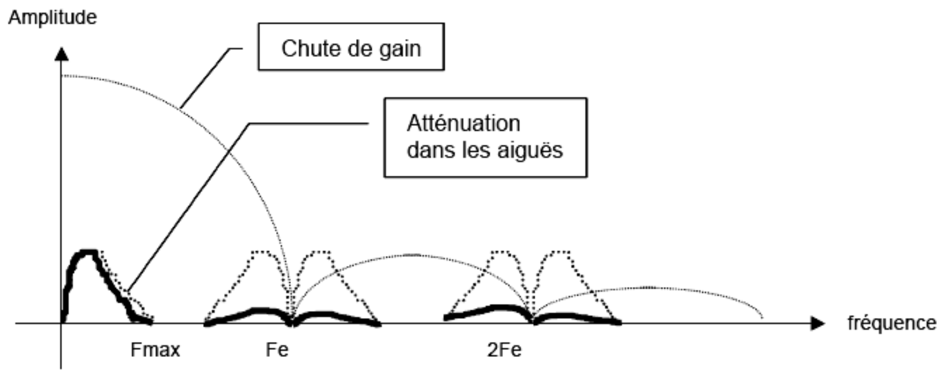
Le bloqueur se comporte donc comme un filtre passe-bas à phase linéaire.

2.2 Conséquence : spectre d'amplitude d'un signal $s_b(t)$

Pour obtenir le spectre du signal en sortie du bloqueur, il suffit d'étudier la transmission de toutes les composantes sinusoïdales contenues dans s*(t) à travers le filtre précédemment défini.

Il suffit donc de multipler l'amplitude de chaque raie par la courbe en sin(X)/X
Sur le graphe ci-dessous, trois tracés sont superposés :

- la réponse en fréquence du bloqueur
- le spectre du signal échantillonné s*(t)
- le spectre du signal échantillonné et bloqué $s_b(t)$



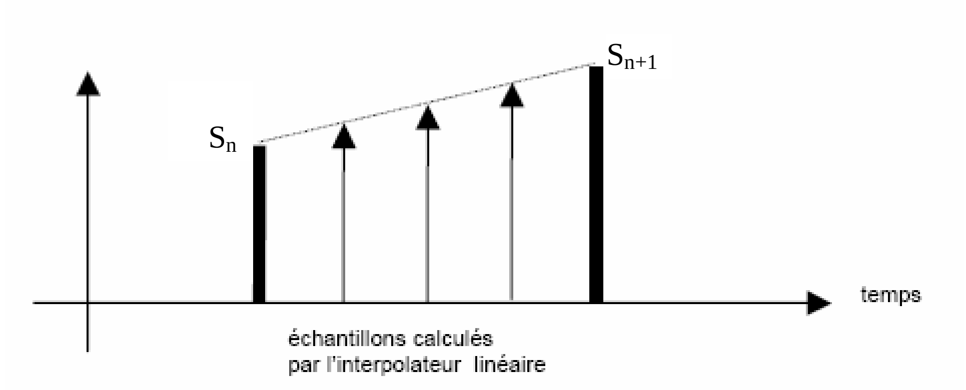
On constate les résultats suivants :

- le premier paquet spectral est légèrement déformé à cause de l'atténuation apportée par le bloqueur ; cette atténuation est d'autant plus sensible que Fmax est plus près de Fe/2
- les paquets autour de Fe, 2Fe sont très atténués mais subsistent et traduisent la présence des marches d'escalier présents dans le signal $s_b(t)$.
- un filtre passe-bas de fréquence de coupure fc ≈ Fe/2 permettra d'obtenir un signal $s_f(t)$ à l'image de s(t)

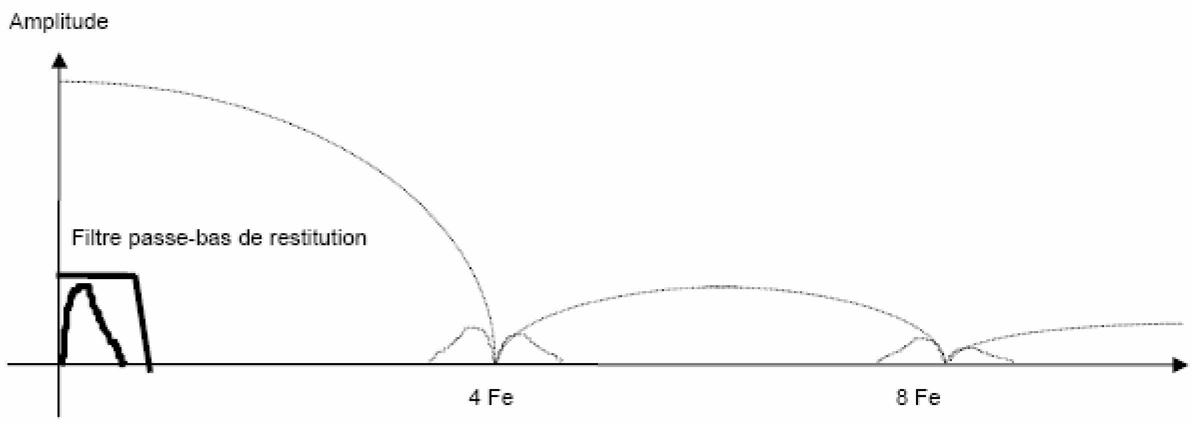
On retient en pratique :
Si on respecte la condition Fe > 5Fmax (pour limiter l'atténuation due au bloqueur), la chaîne complète «échantillonneur-bloqueur-filtre de lissage » conduit à un signal $s_f(t) \approx s(t-Te/2)$.
Le signal présent en sortiedu filtre sera donc conforme au signal s(t) d'origine.

Complément :
Pour éviter l'affaiblissement des aiguës dans le signal d'origine, on restitue le signal en effectuant un sur échantillonnage.

Le convertisseur numérique-analogique est précédé d'un interpolateur linéaire qui calcule un certain nombre d'échantillons qui seront placés entre S_n et S_{n+1}.
Dans le cas du quadruple sur échantillonnage, la situation au niveau des échantillons et du spectre est la suivante :



On dispose alors de 4 échantillons au lieu d'un seul pour la période d'échantillonnage Te.
La nouvelle fréquence d'échantillonnage apparente vaut donc : F'e = 4.Fe et le spectre du signal après conversion et blocage a l'allure suivante :



On constate que dans la bande du signal le gain du bloqueur reste pratiquement à une valeur constante, le signal restitué est donc presque le signal idéal défini précédemment.
La seule différence provient du fait que les échantillons intermédiaires ne sont pas des échantillons exacts, mais calculés par interpolation linéaire.