

Introduction du calcul littéral – Utilisation du tableur

« Les lapins de Fibonacci »

Le tableur pour étudier et compléter des suites de Fibonacci. Intérêt de l'utilisation de la lettre pour compléter les suites dont les termes ne sont pas entiers.

Travail en salle multimédia et/ou en salle de classe. Classe de 4^{ème}

Énoncé de l'exercice _____	2
<i>Énoncé donné aux élèves :</i> _____	2
<i>Consigne donnée aux élèves</i> _____	2
Objectifs _____	2
<i>Textes de référence :</i> _____	3
<i>Connaissances et compétences du socle commun développées dans cette activité :</i>	3
Scénario _____	4
<i>Ce qui a été fait avant</i> _____	4
<i>Le jour de la séance</i> _____	4
<i>Ce qui a été fait après</i> _____	6
Les outils nécessaires ou utiles _____	6

Enoncé de l'exercice

Enoncé donné aux élèves :

L'activité débute avec le problème de Fibonacci :



« Possédant initialement un couple de lapins, combien de couples obtient-on en douze mois si chaque couple engendre tous les mois un nouveau couple à compter du second mois de son existence ? »

La suite trouvée est : 1 – 1 – 2 – 3 – 5 – 8 – 13 – 21 – 34 – 55 – 89 – 144

On explique alors qu'on appelle suite de Fibonacci toute suite de nombre dans laquelle chaque terme est la somme des deux termes précédents. Par exemple, la suite suivante est une suite de Fibonacci

7	2	9	11	20	31	51	82	133	215
---	---	---	----	----	----	----	----	-----	-----

Consignes données aux élèves

On demande ensuite aux élèves de compléter certaines suites de Fibonacci.

Ils peuvent faire des calculs « à la main », utiliser une calculatrice ou un tableur.

2	5								
---	---	--	--	--	--	--	--	--	--

9							241
---	--	--	--	--	--	--	-----

8						134
---	--	--	--	--	--	-----

4							101
---	--	--	--	--	--	--	-----

(Voir fiche élève pour plus de précision)

Objectifs

- Proposer un problème dont la résolution peut se faire par tâtonnement.

- Montrer que la programmation des suites de Fibonacci sur tableur permet de faire des essais rapidement en conservant une résolution arithmétique des problèmes.

- Créer le besoin de l'introduction de la lettre pour la dernière suite :

4							101
---	--	--	--	--	--	--	-----

dont le second terme est une fraction ($\frac{7}{3}$)

- Développer la prise d'initiatives, l'anticipation, la curiosité, la créativité

Textes de référence :

Programmes de la classe de quatrième (B.O. n°5 du 25 août 2005)

<http://www.education.gouv.fr/bo/2005/hs5/default.htm>

Document d'accompagnement à la mise en œuvre des programmes

« Du numérique au littéral » : http://eduscol.education.fr/D0015/du_numerique_au_litteral.pdf

Compétences B2i développées dans cette activité :

Domaine 3 – Créer, produire, traiter, exploiter des données :

Compétence 3.4 : Je sais créer, modifier une feuille de calcul, insérer une formule

Mais aussi en fonction de votre salle multimédia :

Domaine 1 – S'appropriier un environnement informatique de travail :

Compétence 1.1 : Je sais m'identifier sur un réseau ou un site et mettre fin à cette identification.

Compétence 1.2 : Je sais accéder aux logiciels et aux documents disponibles à partir de mon espace de travail.

Connaissances et compétences du socle commun développées dans cette activité :

Pilier 3 - Les principaux éléments de mathématiques et la culture scientifique et technologique

Capacité à utiliser des outils (... , calculatrices, logiciels).

Capacité à saisir quand une situation de la vie courante se prête à un traitement mathématique.

Capacité à contrôler la vraisemblance d'un résultat.

Capacité à utiliser les techniques et les technologies pour surmonter des obstacles.

Pilier 4 - La maîtrise des techniques usuelles de l'information et de la communication

Capacité à s'appropriier un environnement informatique de travail.

Capacité à créer, traiter, s'approprier des données.

Pilier 7 - L'autonomie et l'initiative

Capacité à identifier un problème et mettre au point une démarche de résolution.

Capacité à mettre à l'essai plusieurs pistes de solution.

Scénario

Classe de 4^e : 27 élèves en classe entière.

2 élèves par poste.

Ce qui a été fait avant

Au niveau informatique :

Les élèves de cette classe ont déjà utilisé un tableur pour gérer des données, ou résoudre des petits problèmes numériques.

Ils ont depuis longtemps vu l'usage du tableur en classe lorsque l'enseignant l'utilisait avec un vidéo projecteur (saisie de formules simples...)

Le jour de la séance

1^{ère} partie : 10 minutes en salle de classe :

La séance débute en salle de classe avec le problème de Fibonacci

L'enseignant explique : « Le mathématicien italien Leonardo Pisano, plus connu sous le pseudonyme de Fibonacci (1175 – 1250) pose le problème suivant : Possédant initialement un couple de lapins, combien de couples obtient-on en douze mois si chaque couple engendre tous les mois un nouveau couple à compter du second mois de son existence ? »

Le problème fait sourire les élèves, mais la recherche est active.

On remarque plusieurs stratégies. Des suites de nombres. Des « arbres » qui tentent de dénombrer les naissances mois après mois.

Rapidement, on en vient à la solution (l'enseignant accélère la recherche car l'essentiel est la seconde partie de la séance...)

Du 1^{er} au 12^{ème} mois, le nombre de couples de lapins est :

1 – 1 – 2 – 3 – 5 – 8 – 13 – 21 – 34 – 55 – 89 – 144

Et pour conclure cette première partie, on explique aux élèves qu'on appelle suite de Fibonacci toute suite de nombre dans laquelle chaque terme est la somme des deux termes précédents. Par exemple, la suite suivante est une suite de Fibonacci

7	2	9	11	20	31	51	82	133	215
---	---	---	----	----	----	----	----	-----	-----

2^{nde} partie : 45 minutes en salle de classe ou en salle multimédia :

On propose aux élèves de remplir plusieurs suites de Fibonacci dans lesquelles il manque certains termes. Ils peuvent le faire « à la main », avec une calculatrice ou en utilisant un tableur.

1^{ère} suite : Remplir la suite de Fibonacci suivante

2	5								
---	---	--	--	--	--	--	--	--	--

Objectif : vérifier que chaque élève a compris le principe des suites de Fibonacci

Réponse :

2	5	7	12	19	31	50	81	131	212	343	555
---	---	---	----	----	----	----	----	-----	-----	-----	-----

Tous les élèves trouvent facilement les termes de cette suite.

2^{ème} suite : Complète la suite de Fibonacci suivante

9							241
---	--	--	--	--	--	--	-----

Objectif : proposer une première recherche par tâtonnement. Le nombre recherché est un nombre entier.

Réponse :

9	13	22	35	57	92	149	241
---	----	----	----	----	----	-----	-----

Les élèves adoptent rapidement un principe d'essai-erreur.

Il essaye par exemple de mettre 10 en 2nd terme ce qui donne :

9	10	19	29	48	77	125
---	----	----	----	----	----	-----

Et concluent : « 10 est trop petit... je vais essayer 20.... » etc...

Le taux de réussite est très fort : la plupart des élèves trouvent rapidement. Tous ont trouvé avec une aide éventuelle de l'enseignant pour les aider des leurs essais.

3^{ème} suite : Trouve la suite de Fibonacci commençant par 8 et dont le 7^{ème} terme est 134

8						134
---	--	--	--	--	--	-----

Objectif : proposer une suite dont le second terme est décimal (11,75).

Réponse :

8,00	11,75	19,75	31,50	51,25	82,75	134,00
------	-------	-------	-------	-------	-------	--------

Les élèves reprennent le principe d'essai-erreur.

Il arrive rapidement à trouver que le second terme est compris entre 11 et 12 car ils trouvent :

8	11	19	30	49	79	128
---	----	----	----	----	----	-----

Et

8	12	20	32	52	84	136
---	----	----	----	----	----	-----

Certains élèves restent bloqués à ce niveau, mais le coup est facile pour l'enseignant : un élève demande : « Est-ce que le nombre peut être décimal ? »

C'est gagné ! La recherche repart et abouti rapidement à 11,75

4^{ème} suite : Trouve la suite de Fibonacci commençant par 4 et dont le 9^{ème} terme est 101

4								101
---	--	--	--	--	--	--	--	-----

Objectif : proposer une suite dont la valeur exacte du second terme est une fraction (7/3) et créer le besoin d'une autre méthode.

Les élèves arrivent en général à un encadrement : « c'est entre 2 et 3 » car

4	2	6	8	14	22	36	58	94
---	---	---	---	----	----	----	----	----

Et

4	3	7	10	17	27	44	71	115
---	---	---	----	----	----	----	----	-----

Les plus courageux à « c'est entre 2,3 et 2,4 » ou « environ 2,33 » car

4	2,3	6,3	8,6	14,9	23,5	38,4	61,9	100,3
---	-----	-----	-----	------	------	------	------	-------

Et

4	2,4	6,4	8,8	15,2	24,0	39,2	63,2	102,4
---	-----	-----	-----	------	------	------	------	-------

Face au blocage, et après discussion sur l'efficacité de notre stratégie, l'enseignant reprend la main pour proposer une autre méthode aux élèves : « désigner le second terme par une lettre »

On écrit :

4	a							
---	---	--	--	--	--	--	--	--

Et on demande aux élèves d'exprimer les termes suivants en fonction de a.

Collectivement, on obtient :

4	a	4+a	4+2a	8+3a	12+5a	20+8a	32+13a	52+21a
---	---	-----	------	------	-------	-------	--------	--------

Ce qui signifie qu'on cherche a tel que $52+21a = 101$

La notion d'équation arrive...

Les souvenirs des élèves resurgissent... « équations ah oui... »

La résolution peut permettre de trouver que $21a = 49$

Donc $a = 49 / 21$ c'est-à-dire $7/3$

Le 5^{ème} défi : a été cherché par les élèves les plus rapides.

Essaye de trouver une suite de Fibonacci dont le 10^{ème} terme est 178. Y a t-il une solution? Si oui, une seule ?

Il peut être un prolongement intéressant sur l'unicité des solutions de nos problèmes...

Ce qui a été fait après

Les séances suivantes sont données l'occasion de proposer des problèmes dont la résolution pouvaient se faire avec et sans le calcul littéral. Avec et sans le tableur. Il est intéressant de voir que certains élèves, identifiés comme « en difficulté » parviennent à utiliser le tableur pour résoudre certaines situation type « problème du premier degré »

Les outils nécessaires ou utiles

Matériel :

Un poste informatique par binôme.

Fichiers disponibles :

Fiche élève les lapins de Fibonacci.pdf

Logiciel :

Un tableur.

Logiciel utilisé : Open Office Calc

<http://www.openoffice.org>