



Emmanuel MALGRAS – groupe de recherches « mathématiques et numérique » de l'académie de Nantes – Traam 2015-2016

## Somme de plusieurs entiers consécutifs sur SCRATCH

ou

*Proposition d'activité numérique utilisant la variable, la boucle répéter et la condition si*

### Contenu

- 1) Somme de 3 entiers consécutifs .....2
- 2) La somme de 3 entiers consécutifs est-elle divisible par 3 ? .....3
- 3) La somme de 3 entiers consécutifs est-elle toujours divisible par 3 ? .....4
- 4) La somme de  $n$  entiers consécutifs est-elle divisible par  $n$  ? .....5

# 1) Somme de 3 entiers consécutifs

Sans consigne écrite les élèves doivent faire un programme qui permet de calculer la somme de 3 entiers consécutifs.

Les élèves prennent connaissance des instructions qu'il est possible d'utiliser pour réaliser ce travail. D'autres sont possibles et toutes ne sont peut-être pas obligatoires.

Les élèves savent comment décrire l'entier suivant : séance précédente. Assez rapidement on obtient quelques résultats.

```
quand cliqué
  demander "Donne moi un entier" et attendre
  réponse
  mettre entier à 0
  ajouter à entier 1
  +
  regroupe "La somme des 3 entiers est" somme
  dire "Hello!"
```

Groupe 1

```
quand cliqué
  demander "Donne moi un entier" et attendre
  mettre entier à réponse
  ajouter à somme 0
  ajouter à somme entier
  ajouter à somme entier + 1
  ajouter à somme entier + 2
  dire regroupe "La somme des 3 entiers est" somme
```

Groupe 2

```
quand cliqué
  demander "Donne moi un entier" et attendre
  mettre entier à réponse
  dire regroupe "La somme des 3 entiers est" entier + entier + 1 + entier + 2
```

Groupe 3

```
quand cliqué
  dire "Je vais calculer la somme de 3 entiers consécutifs" pendant 2 secondes
  demander "1er entier?" et attendre
  mettre entier1 à réponse
  demander "2eme entier?" et attendre
  mettre entier2 à réponse
  demander "3eme entier?" et attendre
  mettre entier3 à réponse
  dire regroupe entier1 regroupe + regroupe entier2 regroupe + regroupe entier3 regroupe = entier1 + entier2 + entier3
```

Le groupe 2 a un algorithme très concis, mais le groupe 1 a l'avantage d'avoir utilisé une variable pour stocker le résultat. Dans les deux cas, la réponse ne cite pas les entiers utilisés dans la somme. Le groupe 3 a certainement mieux représenté ses résultats, mais rapidement leur algorithme est mis en défaut lorsqu'on ne rentre pas 3 entiers consécutifs.

Ils pallient leur problème avec la proposition ci-contre. L'utilisation de l'instruction « réponse » plusieurs fois de suite pour la même valeur est à déconseiller même si cela fonctionne ici (le problème intervient lorsqu'on programme avec d'autres langages).



## 2) La somme de 3 entiers consécutifs est-elle divisible par 3 ?

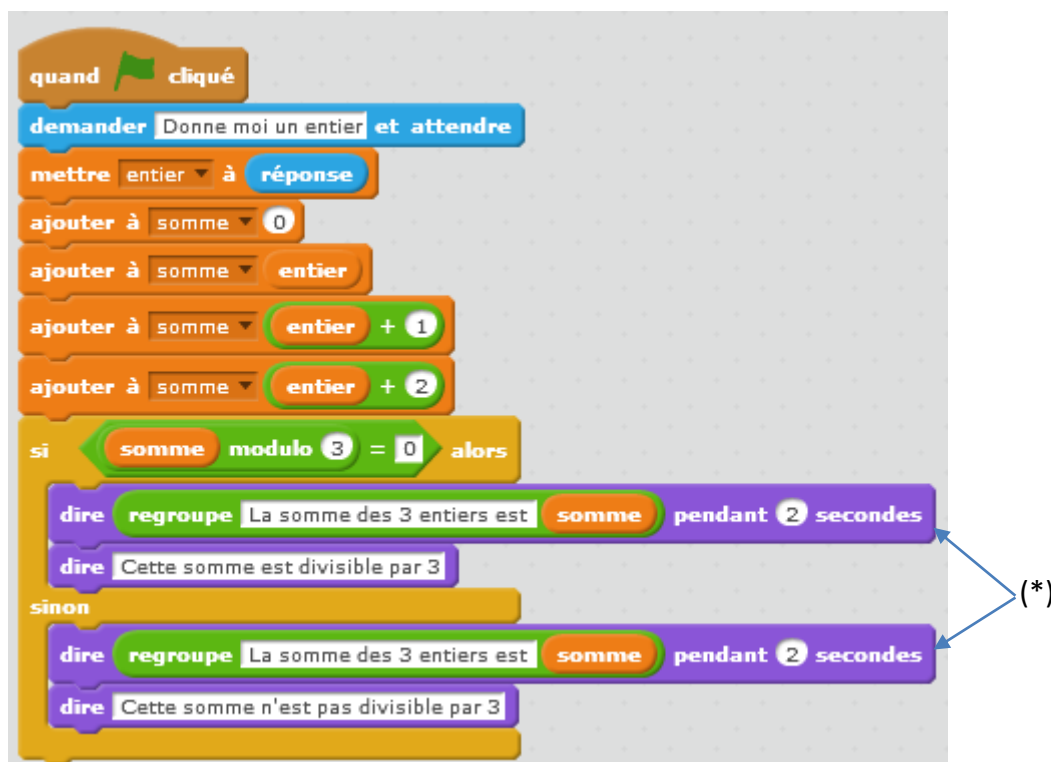
Cette première partie finie rapidement, je demande de modifier le programme pour tester si la somme obtenue est divisible par 3. Il convient d'introduire une nouvelle instruction auprès des élèves qui calcule le reste de la division euclidienne de 2 entiers (la division euclidienne a été revue en classe).



Deux autres instructions sont expliquées. Ces dernières permettent de faire un test et d'effectuer des instructions différentes selon le résultat de ce test.



Les élèves sont en mesure maintenant de réaliser la tâche demandée.



Le groupe 1 modifie son programme ainsi (pour les autres groupes, c'est quasiment la même modification). On peut noter que ce n'est pas la peine d'insérer l'instruction (\*) dans la condition « si » puisque dans les 2 cas « alors » et « sinon » on l'utilise. Autant l'utiliser une seule fois avant le « si ».

### 3) La somme de 3 entiers consécutifs est-elle toujours divisible par 3 ?

Problème : une fois le test effectué peut-on dire que cela est toujours vrai. Les élèves se lance dans plusieurs essais et :

- « OUI ! Monsieur cela marche toujours ! »
- « Est-ce suffisant de faire quelques exemples ? »
- « On pourrait tester avec 1 comme nombre de départ, puis avec 2 et ainsi de suite... »
- « Sans s'arrêter ? »
- « B'en si ! »
- « Quand ? »
- « ... »
- « Et 0, comme nombre de départ, on ne le teste pas ? »
- « B'en si »

Je teste alors un programme avec comme premier entier 1 milliard de milliards (avant je pose la question aux élèves, « au fait cela s'écrit comment ? » « un 1 suivi de dix-huit 0 », le  $1 \times 10^{18}$  est quand même prononcé).



Je demande aux élèves de tester avec leur calculatrice...

Tout le monde n'est pas d'accord (compter des 0 c'est dur), je leur dis donc de taper

$$1 \times 10^{18} + (1 \times 10^{18} + 1) + (1 \times 10^{18} + 2)$$

La réponse est, du coup, plus claire pour tout le monde cela fait  $3 \times 10^{18}$ .

Il faut laisser un peu de temps pour l'étonnement non spontané des élèves, mais cela « sort » quand même : « ce ne sont pas les mêmes résultats ». La question alors est de savoir quel résultat est juste. Le « 599 » pose problème aux élèves donc scratch ne sait pas calculer avec de grands nombres. Donc pourquoi lui faire confiance quand elle nous dit que c'est divisible par 3 !

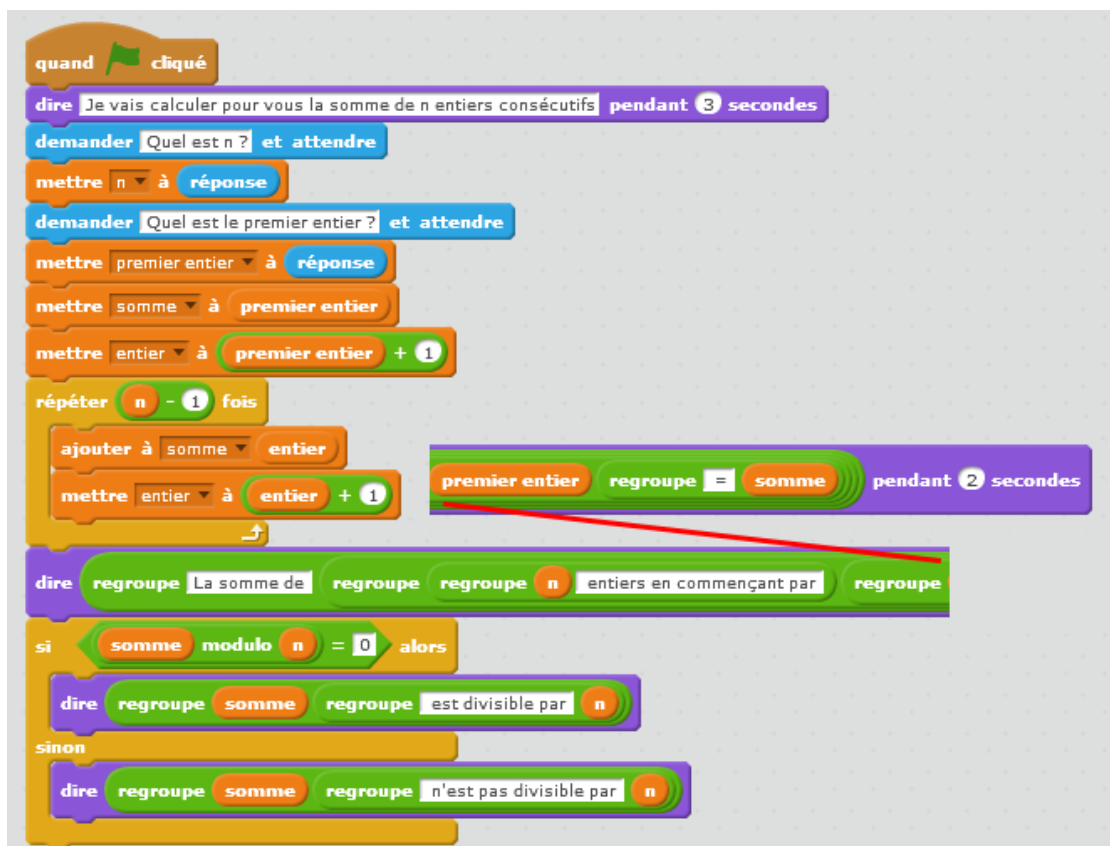
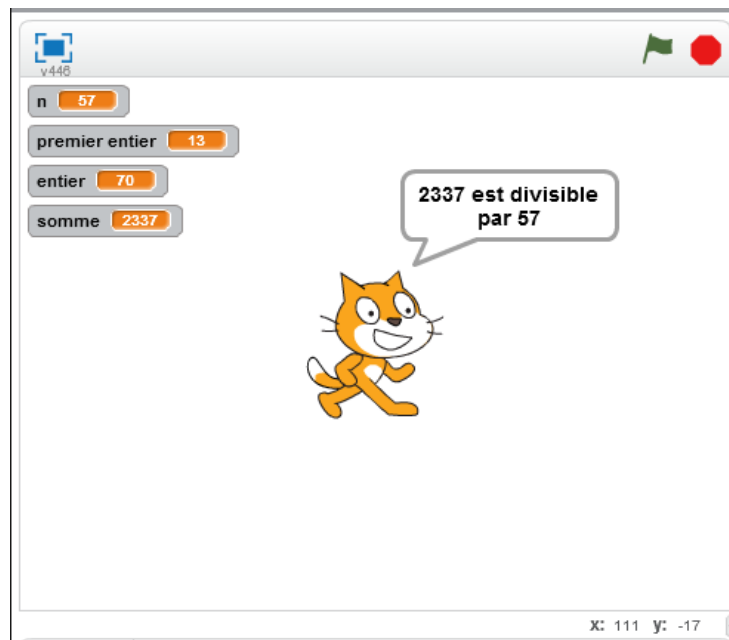
Et pour la calculatrice ? Cela devrait finir par 3, non ? Réponse : « Il n'y a pas assez de place... ».

La conjecture sera donc à prouver lors de la prochaine séance.

#### 4) La somme de $n$ entiers consécutifs est-elle divisible par $n$ ?

Les consignes sont de modifier le programme pour demander «  $n$  », le « 1<sup>er</sup> entier », puis de calculer la « somme ». L'instruction ci-contre peut s'avérer alors très utile.

Modifications rapides des programmes : « NON ! Monsieur, ça ne marche pas ! J'ai testé pour 4 ! ». Problème le groupe en question n'a pas respectée les consignes... Je leur demande pour  $n = 5$ , puis 6, puis 7, etc. jusqu'à au moins 30. La remarque étant que cela va être pénible à modifier à chaque fois, ils comprennent finalement l'intérêt de modifier une fois pour toutes le programme.



Une conjecture semble émerger de la part des élèves « la somme de  $n$  entiers consécutifs semble divisible par  $n$ , lorsque  $n$  est impair »