



Stéphane PERCOT - groupe de recherche « mathématiques et numérique » de l'académie de Nantes - TraAM 2013-2014

# « Record du monde de la tasse à café »



5ème - 4ème - 3ème

Testée ici dans deux classes de 4ème sur un temps de 1h45

### Compétence du programme d'enseignement des mathématiques en lien avec cette activité :

Calculer un volume Utiliser la proportionnalité Utiliser différentes unités de capacité et de volume

### Descriptif rapide:

Cette activité repose sur l'idée d'un groupe d'employés d'un café américain souhaitant battre le record du monde de la plus grande tasse à café. Les 2 extraits vidéo et les données fournis permettre d'estimer puis de calculer précisément la capacité de cette tasse géante. La manipulation en classe d'une vraie tasse permet de faire des comparaisons, de calculer des proportions et manipuler différentes unités des grandeurs physiques utilisées (capacités, volumes, débits).

1. La problématique de cette activité	2
Enoncé et consignes donnés aux élèves	2
2. Objectifs de cette activité	3
Textes de référence – programmes, socle commun	3
Détails des objectifs de la mise en œuvre de l'activité	3
3. Scénario de mise en œuvre de cette activité	4
Ce qui a été fait avant	4
Déroulement de la séquence	4
Ce qui a été fait après	11
4. La place des outils numériques au cours de cette activité	13
Quels outils sont utilisés ? Pour quels apports ?	13
Quelles innovations dégagées de cette activité ?	13

# 1. La problématique de cette activité

# Enoncé et consignes donnés aux élèves

Une vidéo (sans parole) de 58 secondes est présentée aux élèves :

Cliquez sur la photo ci-dessous pour démarrer la vidéo (accès Internet nécessaire)



http://www.pedagogie.ac-nantes.fr/html/peda/math/Video/TraAM/le record du monde de la tasse a cafe.flv

Cette vidéo présente la construction d'une tasse à café géante par un groupe d'employés d'un café américain qui souhaitent battre le record du monde de la plus grande tasse à café.

Cette vidéo ne donne pas exactement (dans un premier temps) les dimensions précises de cette immense tasse. De cette vidéo, on peut dégager la problématique suivante :

# Mais quelle est la capacité de cette tasse géante ?

Sur la table des élèves, je dépose des tasses à café « normale ». Cette tasse, dont la forme est très proche de la géante, peut être manipulée, mesurée par les élèves. Une seconde problématique peut être dégagée :

Combien de petites tasses peut-on remplir avec le contenu de la tasse géante ?

Cette problématique est reformulée avec certains élèves :

Combien de petites tasses doit-on vider

dans la grande pour la remplir ?



# 2. Objectifs de cette activité

#### Textes de référence

Programme de mathématiques de collège (BO juillet 2008)

Documents ressources pour le collège :

Le calcul sous toutes ses formes au collège

proportionnalité

grandeurs et mesures

<u>géométrie</u>

## Connaissances et compétences du socle commun développées dans cette activité

Compétence 1 - La maîtrise de la langue française

Lire - Comprendre un énoncé, une consigne

Ecrire - Rédiger un texte bref, cohérent et ponctué, en réponse à une question ou à partir de consignes données

Compétence 3 - Les principaux éléments de mathématiques et la culture scientifique et technologique

Savoir utiliser des connaissances et des compétences mathématiques

D2: Nombres et calculs

D3: Géométrie

D4: Grandeurs et mesures

Pratiquer une démarche scientifique et technologique, résoudre des problèmes

C1: Rechercher et organiser l'information.

C2: Calculer, mesurer, appliquer des consignes.

C3: Engager une démarche, raisonner, argumenter, démontrer.

C4 : Communiquer à l'aide d'un langage mathématique adapté.

Compétence 4 - La maîtrise des techniques usuelles de l'information et de la communication (B2i)

S'informer, se Documenter

Identifier, trier et évaluer des ressources.

Chercher et sélectionner l'information demandée.

## Détails des objectifs de la mise en œuvre de l'activité

Proposer cette vidéo et cette activité aux élèves (placés par groupe de 4) avait des objectifs multiples :

- 1) Proposer une activité autour de calculs de volumes avec des objets de la vie courante.
- 2) Proposer une problématique demandant une prise d'initiative (comment se débrouiller pour estimer, calculer la capacité de la tasse géante que l'on voit en vidéo ? la capacité de la petite tasse que j'ai dans les mains ?).
- 3) Proposer une activité utilisant les mesures anglo-saxones (problème de conversion des pouces, pieds en cm et m.... des gallons en litres....).
- 4) Travailler (sans le dire) des situations de proportionnalité.
- 5) Proposer un travail d'équipe original.

# 3. Scénario de mise en œuvre de cette activité

## Ce qui a été fait avant

Cette activité, proposée à une classe de 4<sup>ème</sup>, n'avait pas été précédée de travaux autour des volumes, ni autour de la notion de proportionnalité.

Je m'attendais donc à ce que les formules nécessaires (volume d'un cylindre par exemple) ne soient pas maîtrisées par les élèves.

Mais on peut envisager de proposer cette activité à partir de la classe de 5<sup>ème</sup>, éventuellement après avoir déjà vu ou revu quelques exercices autour des calculs de volumes et des travaux autour de la proportionnalité.

## Déroulement de la séquence

### Temps 1 : temps collectif de 15 minutes – installation + vidéo + problématique + première estimation

14h05 : Lorsque les élèves arrivent à la porte d'entrée de la salle, je leur fais tirer une carte pour faire des groupe de 4 élèves de façon aléatoire (les 4 rois ensemble, les 4 dames ensemble, les 4 valets ensemble....)



Les élèves s'installent. Le tbi est allumé, il présente la page suivante :



Je débute la séance en expliquant aux élèves qu'un groupe d'américains, employés d'un site de vente en ligne a eu l'idée de battre le record du monde de la plus grande tasse à café : « Un record absolument inutile et donc totalement génial !!! »... Rires dans la salle...

Rapidement, je lance la vidéo (58 secondes) qui présente les étapes de construction de cette tasse géante.

J'affiche à l'écran l'image (capture de la vidéo) ci-contre. Elle restera à l'écran toute la séance.

Après cette vidéo, je lance un défi aux élèves : « je voudrais vous demander si vous êtes capable d'estimer la capacité de cette tasse... »



Les élèves me demandent des dimensions, mais je leur dis qu'ils vont, dans un premier temps, essayer de se débrouiller avec ce qu'ils ont vu et cette image (voir ci-dessus à droite).

Et j'ajoute. Je vais également vous distribuer une vraie tasse (une par groupe de 4 – voir photo ci-contre) et vous poser une seconde question : Combien de petites tasses peut-on remplir avec le contenu de la tasse géante ?

Cette problématique est reformulée avec certains élèves : Combien de petites tasses doit-on vider dans la grande pour la remplir ?

Je donne une dernière consigne aux groupes : « Vous avez tiré une carte pour former des groupes. La couleur de la carte précise le rôle que vous allez jouer dans le groupe :

L'élève qui a tiré la carte « cœur » a le droit d'utiliser sa calculatrice.

L'élève qui a tiré la carte « carreau » a le droit d'aller sur Internet (salle à côté équipée d'ordinateurs).

L'élève qui a tiré la carte « pique » est le maître du temps (il doit faire en sorte que l'équipe respecte les temps de travail et les échéances qui vont être demandées)

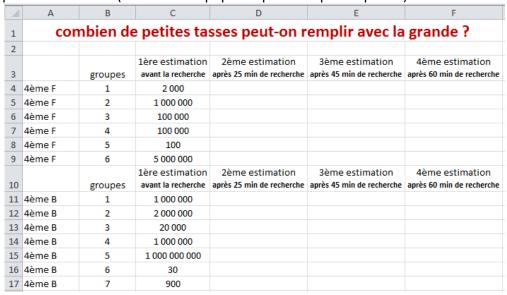
L'élève qui a tiré la carte « trèfle » est celui qui rédigera les propositions et la synthèse finale à rendre à la fin de la séance. »

Je termine en demandant aux équipes de me donner une réponse instinctive (sans aucun calcul, sans aucun calcul...) au sujet de cette question qui sera le fil rouge de notre séance :

# « Combien de petites tasses doit-on vider dans la grande pour la remplir ? »

Note pour le lecteur : mes calculs m'ont donné une réponse d'environ 77 000 petites tasses pour remplir la grande...

J'obtiens les réponses suivantes (données sur papier – petit coupon-réponse) :





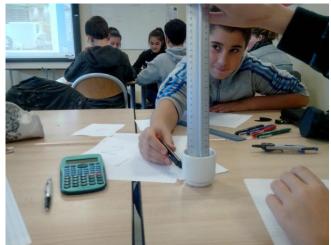
14h20 : Je lance les élèves dans leur recherche en précisant : « je veux une seconde estimation à 14h45 ».

# Temps 2 : temps de recherche en groupe de 25 minutes – ordre de grandeur... 2ème estimation

Les stratégies des élèves sont variables (en particulier au sujet des méthodes pour trouver un ordre de grandeur du volume de la tasse géante), mais je distingue plusieurs constantes :

a) La volonté de trouver les dimensions de la petite tasse en mesurant avec les outils de géométrie « classiques » :





b) Le besoin (pour beaucoup de groupe) de retrouver la formule du volume du cylindre.

On cherche dans son manuel ou on envoie le membre du groupe (le « carreau ») sur Internet pour la retrouver....



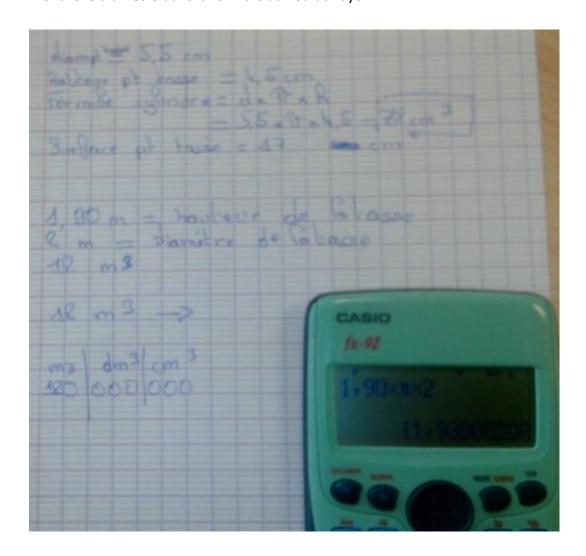
Pour l'estimation des dimensions de la grande tasse, les stratégies sont plus variées :

- Ordre de grandeur très imprécis (parfois trop) : j'entends : « elle fait au moins 5 mètres.... » ou encore « on va dire qu'elle fait comme un cube de 2m... »
- Volonté de se référer à la vidéo : « elle est plus grande de l'homme »
- Technique utilisant la copie d'écran et la proportionnalité : « sur l'image l'homme mesure 35 cm... et la tasse 42cm. Si l'homme mesure 1m80 en vrai..... » voir photo ci-contre.



En circulant dans les groupes je vois quelques erreurs du type :

- Mauvaise formule ( $2\pi Rh$  au lieu de  $\pi R^2h$  pour le volume du cylindre)
- Prendre le diamètre dans la formule au lieu du rayon...



L'heure tourne... certains groupes ont du mal obtenir une estimation mais il est 14h45. Je demande les 2<sup>ème</sup> estimations (toujours par écrit pour préserver la confidentialité... pour l'instant) :

	Α	В	С	D	Е	F	
1	combien de petites tasses peut-on remplir avec la grande?						
2							
3		groupes	1ère estimation avant la recherche	2ème estimation après 25 min de recherche	3ème estimation après 45 min de recherche	4ème estimation après 60 min de recherche	
4	4ème F	1	2 000	2 500			
5	4ème F	2	1 000 000	1 538 462			
6	4ème F	3	100 000	113 000			
7	4ème F	4	100 000	50 000			
8	4ème F	5	100	10 000			
9	4ème F	6	5 000 000	60 000			
10		groupes	1ère estimation avant la recherche	2ème estimation après 25 min de recherche	3ème estimation après 45 min de recherche	4ème estimation après 60 min de recherche	
11	4ème B	1	1 000 000	25 000			
12	4ème B	2	2 000 000	140 000			
13	4ème B	3	20 000	2 424 524			
14	4ème B	4	1 000 000	1 000 000			
15	4ème B	5	1 000 000 000	748			
16	4ème B	6	30	1 381			
17	4ème B	7	900	1000			

### Temps 3: temps collectif de 10 minutes – au sujet des formules et des estimations

14h45 : Avant de relancer les élèves pour un second temps de travail par groupe, je reviens sur trois points :

- 1) Au sujet des formules :
  - Nous évoquons le fait que la petite tasse n'est pas un cylindre parfait mais nous convenons que c'est une bonne approximation.
  - Je demande la formule du volume d'un cylindre et nous actons qu'il s'agit bien de  $\pi R^2 h$  (j'évoque la confusion entre l'aire du disque de base :  $\pi R^2$  et le périmètre d'un cercle  $2\pi R...$ )
- 2) Au sujet des dimensions de la petite tasse :
  J'invite les élèves à ne pas confondre diamètre et rayon.... (à la tête de certains groupes... cette remarque semble suffir....)
- 3) Au sujet des dimensions de la grande tasse :

  Je les félicite pour les stratégies d'approximation et je leur montre l'image suivante qui donne des
  dimensions précises mais... en pieds anglo-saxons... :



14h55 : Je relance les élèves dans leur recherche en précisant : « je veux une troisième estimation à 15h15 ».

# Temps 4 : temps de recherche en groupe de 20 minutes – calcul, conversion... 3ème estimation Les élèves « carreaux » partent chercher les conversions pieds – cm sur Internet.

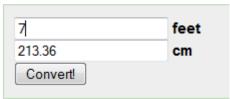
Certains reviennent avec des informations du type :

1 foot =

30.48 centimeters

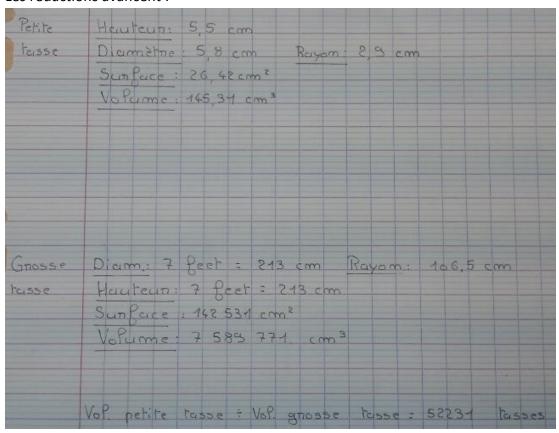
D'autres utilisent des sites de conversion du type

Convert foot to centimetre



Les calculs reprennent.

#### Les rédactions avancent :



15h15 : voici les 3ème estimations (très nets progrès en terme de précision)

Α	В	С	D	Е	F	
combien de petites tasses peut-on remplir avec la grande?						
	groupes	1ère estimation avant la recherche	2ème estimation après 25 min de recherche	3ème estimation après 45 min de recherche	4ème estimation après 60 min de recherche	
4ème F	1	2 000	2 500	226 845		
4ème F	2	1 000 000	1 538 462	79 222		
4ème F	3	100 000	113 000	73 656		
4ème F	4	100 000	50 000	100 000		
4ème F	5	100	10 000	111		
4ème F	6	5 000 000	60 000	52 231		
	groupes	1ère estimation avant la recherche	2ème estimation après 25 min de recherche	3ème estimation après 45 min de recherche	4ème estimation après 60 min de recherche	
4ème B	1	1 000 000	25 000	77 705		
4ème B	2	2 000 000	140 000	80 000		
4ème B	3	20 000	2 424 524	55 464		
4ème B	4	1 000 000	1 000 000	50 000		
4ème B	5	1 000 000 000	748	60 583		
4ème B	6	30	1 381	76 244		
4ème B	7	900	1000	54 495		
	4ème F 4ème F 4ème F 4ème F 4ème F 4ème B 4ème B 4ème B 4ème B 4ème B	groupes  4ème F 1 4ème F 2 4ème F 3 4ème F 4 4ème F 5 4ème F 6  groupes  4ème B 1 4ème B 2 4ème B 3 4ème B 4 4ème B 5 4ème B 5 4ème B 6	combien de petites ta:           groupes         1ère estimation avant la recherche           4ème F         1         2 000           4ème F         2         1 000 000           4ème F         3         100 000           4ème F         4         100 000           4ème F         5         100           4ème F         6         5 000 000           1ère estimation avant la recherche         4ème B         1         1 000 000           4ème B         2         2 000 000         4ème B         3         20 000           4ème B         4         1 000 000         4ème B         5         1 000 000 000           4ème B         5         1 000 000 000         4ème B         3         0	combien de petites tasses peut-on r           lère estimation avant la recherche         2ème estimation après 25 min de recherche           4ème F         1         2 000         2 500           4ème F         2         1 000 000         1 538 462           4ème F         3         1 00 000         113 000           4ème F         4         1 00 000         50 000           4ème F         5         1 00         1 0 000           4ème F         6         5 000 000         60 000           1ère estimation groupes         avant la recherche         après 25 min de recherche           4ème B         1         1 000 000         25 000           4ème B         2         2 000 000         140 000           4ème B         3         20 000         2 424 524           4ème B         4         1 000 000         748           4ème B         5         1 000 000 000         748           4ème B         6         30         1 381	combien de petites tasses peut-on remplir avec la           lère estimation avant la recherche         2ème estimation après 25 min de recherche           4ème F         1         2 000         2 500         226 845           4ème F         2         1 000 000         1 538 462         79 222           4ème F         3         100 000         113 000         73 656           4ème F         4         100 000         50 000         100 000           4ème F         5         100         10 000         111           4ème F         6         5 000 000         60 000         52 231           4ème F         6         5 000 000         2ème estimation après 25 min de recherche         3ème estimation après 45 min de recherche           4ème B         1         1 000 000         25 000         77 705           4ème B         2         2 000 000         140 000         80 000           4ème B         3         20 000         2 424 524         55 464           4ème B         4         1 000 000         748         60 583           4ème B         6         30         1 381         76 244	

### Temps 5 : temps collectif de 10 minutes – au sujet des 3ème estimations et pour aller plus loin

Pour la première fois je montre collectivement les estimations de tous les groupes (voir tableau ci-dessus). Et je passe 2 dernières consignes :

- a) Je rappelle (je l'avais dit en début de séance) que je souhaite récupérer un écrit rédigé du groupe (par le « trèfle ») à la fin de la séance (à 15h40).
- b) Je propose un prolongement aux groupes les plus rapides (certains ont déjà rédigé ou presque) au sujet de : temps pour remplir la grande tasse :

Je montre donc une deuxième vidéo (les 50 premières secondes seulement)

Cliquez sur la photo ci-dessous pour démarrer la vidéo (accès Internet nécessaire)



http://www.pedagogie.ac-nantes.fr/html/peda/math/Video/TraAM/le record du monde de la tasse a cafe 2.flv

Je formule donc ma question de prolongement :

Combien de temps faudra t-il pour remplir la grande tasse avec 2 tuyaux de café ayant chacun pour débit 2,1 gallons par minute ?

Je précise que le gallon est une unité de volume anglo-saxone.

Très peu d'élèves la connaissaient.

Il est 15h25. Je relance les élèves pour la dernière fois.

Certains groupes reprennent leurs calculs au sujet de la question initiale (nombre de tasses....) pendant que le « carreau » rédige.

D'autres se lancent dans le problème de « temps de remplissage » :

- Recherche sur Internet au sujet du gallon...

1 US gallon =

# 3.78541178 litre

Je veux convenu.	
	2.1 Gallon (gal
Métrique	
km³	9,25×10 <sup>-12</sup>
m³	0,01
hl	0,09
Décalitre	0,93
dm <sup>3</sup>	9,25
Litre	9,25

à 15h45, je relève les travaux rédigés et les estimations finales

1	Α	В	С	D	Е	F	
1	combien de petites tasses peut-on remplir avec la grande ?						
2							
3		groupes	1ère estimation avant la recherche	2ème estimation après 25 min de recherche	3ème estimation après 45 min de recherche	4ème estimation après 60 min de recherche	
4	4ème F	1	2 000	2 500	226 845	74 605	
5	4ème F	2	1 000 000	1 538 462	79 222	79 222	
6	4ème F	3	100 000	113 000	73 656	74 106	
7	4ème F	4	100 000	50 000	100 000	87 110	
8	4ème F	5	100	10 000	111	103 628	
9	4ème F	6	5 000 000	60 000	52 231	52 231	
10		groupes	1ère estimation avant la recherche	2ème estimation après 25 min de recherche	3ème estimation après 45 min de recherche	4ème estimation après 60 min de recherche	
11	4ème B	1	1 000 000	25 000	77 705	77 705	
12	4ème B	2	2 000 000	140 000	80 000	80 000	
13	4ème B	3	20 000	2 424 524	55 464	55 464	
14	4ème B	4	1 000 000	1 000 000	50 000	75 000	
15	4ème B	5	1 000 000 000	748	60 583	60 583	
16	4ème B	6	30	1 381	76 244	76 244	
	4ème B	7	900	1000	54 495	54 495	
10	1						

## Ce qui a été fait après

La séance suivante, un collègue de sciences physiques (Mr Patrice Blino – merci Patrice), a qui j'avais parlé de cette activité, est venu en classe pendant quelques instants pour présenter deux autres méthodes expérimentales pour calculer le volume de la petite tasse :

Nous avions utilisé des instruments de géométrie pour mesurer (avec une certaine imprécision les dimensions de cette petite tasse) et nous avions considéré qu'elle était un cylindre parfait (2<sup>ème</sup> imprécision...)

Il propose d'utiliser de l'eau!

Technique A: En utilisant une balance:

Mr Blino rappelle que si on connait la masse de l'eau contenu dans la tasse, on peut en déduire son volume...

Avec l'aide d'un élève, il tare la balance avec une tasse vide dessus. Il remplit la tasse.





L'élève lit la masse : 90,4 g et déduit donc un volume de 90,4 cm<sup>3</sup>. (Les groupes avaient, en général, trouvé environ 98 ou 100 cm<sup>3</sup> par le calcul)

Technique B : Avec une éprouvette graduée

Mr Blino propose à l'élève de verser le liquide contenu dans la tasse pleine dans une éprouvette graduée et de lire le volume obtenu.



## 4. La place des outils numériques au cours de cette activité

## Quels outils sont utilisés ? Pour quels apports ? Quelles innovations dégagées de cette activité ?

### a) <u>La vidéo</u>

L'utilisation de la vidéo, rendue possible par les matériels présents dans les salles de cours de mathématiques aujourd'hui, a permis une forme de l'activité nouvelle : regarder une vidéo d'un record a motivé les élèves pour entrer dans le problème et certaines images de la vidéo ont été utilisée dans l'activité elle-même.

Une première innovation me semble donc à dégager ici :

Au niveau de la forme : l'utilisation d'une vidéo pour présenter un problème de mathématiques.

### b) Le tableau blanc interactif

Les outils du Tbi m'ont permis de capturer rapidement (et à la volée) quelques images de cette vidéo pour « résumer le problème » (voir les captures plus haut) et permettre le travail sur les images (estimation des dimensions avec des repères sur l'image).

#### c) <u>Internet</u>

Utiliser le web n'est plus innovant mais l'utiliser pour chercher des éléments mathématiques permettant la résolution d'un problème n'est pas chose régulière (recherche de formules, outils de conversions...)