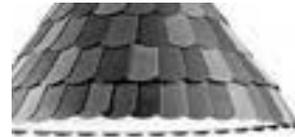


Yannick DANARD – groupe TraAM Maths et TICE de l'académie de Nantes – Mai 2012

A vos ardoises ! en 3^{ème}



Compétence calculatoire travaillée ou en lien avec ces activités :

Il s'agit essentiellement de consolider des compétences en calcul numérique, mais aussi de poursuivre l'acquisition du calcul littéral, en particulier généraliser par une formule et établir une conjecture.

Descriptif rapide :

Ce document présente des travaux qui ont été menés en 3^{ème}. Tous, en utilisant des suites de nombres, ont permis également un travail de consolidation en calcul. Il s'agit aussi de progresser vers un usage pertinent de la lettre dans des calculs.

Certains documents ou activités ont été utilisés également en 6^{ème}, 5^{ème} et 4^{ème}. Ils font l'objet d'un autre fichier.

Énoncé de l'exercice	2
Énoncé donné aux élèves	2
Consignes données aux élèves	2
Objectifs	3
Textes de référence	3
Connaissances et compétences du socle commun développées dans cette activité	4
Scénario	5
Ce qui a été fait avant	5
Déroulement de la séance	5
Ce qui a été fait après	6
Annexes	9

Énoncé donné aux élèves : (voir aussi l'annexe 1)

Après la tempête du 26 décembre 1999, un couvreur a dû reconstituer à l'identique un toit conique partiellement détruit. Les ardoises sont disposées en rangs successifs en partant du bas.

On sait que :

- les trois premiers rangs et le dernier rang ont été épargnés.
- Les trois premiers rangs comportent respectivement 213, 207 et 201 ardoises et ainsi de suite, avec 6 ardoises de moins à chaque rang.
- Le dernier comporte 9 ardoises.



- 1) Combien de rangs doit-il remettre en place ?
- 2) Sachant qu'une ardoise coûte 1,03 euros.
Calculer le coût total des ardoises mises par le couvreur.
- 3) On estime qu'il faut 49 ardoises au mètre-carré.
Donner une valeur approchée de l'aire de la surface couverte d'ardoises.

Consignes données aux élèves

La feuille d'activité est présentée, les élèves ont le choix d'utiliser un ordinateur ou de ne pas l'utiliser.

Ils peuvent aussi utiliser s'ils le souhaitent leur calculatrice.

Objectifs :

Cette activité posée sous une forme ouverte vise prioritairement à renforcer la maîtrise des compétences de résolution de problème.

Elle permet de justifier l'utilisation de formules algébriques.

L'automatisation de la technique de mise en équation et de résolution d'équation sera ensuite à travailler plus spécifiquement en fonction des besoins des élèves.

Texte de référence

[Programme de mathématiques de collège \(BO juillet 2008\)](#)

Documents ressources pour le collège :

[Le calcul numérique au collège](#)

[Les nombres au collège](#)

[Du numérique au littéral](#)

Extraits du programme de 6^{ème} :

- Développer le sens des opérations.
- Savoir effectuer ces opérations sous les diverses formes de calcul : mental, à la main ou instrumenté.

Extraits du programme de 5^{ème} :

- Utiliser une expression littérale.
- *Produire une expression littérale.*

Extraits du programme de 4^{ème} :

L'apprentissage du calcul littéral est conduit très progressivement à partir de situations qui permettent aux élèves de donner du sens à ce type de calcul. Le travail proposé s'articule autour de trois axes :

- utilisation d'expressions littérales donnant lieu à des calculs numériques ;
- *utilisation du calcul littéral pour la mise en équation et la résolution de problèmes divers.*

Extraits du programme de 3^{ème} :

La notion d'équation ne fait pas partie du socle commun. Néanmoins, les élèves peuvent être amenés à résoudre des problèmes du premier degré

(Méthode arithmétique, méthode par essais successifs, ...).

Connaissances et compétences du socle commun développées dans cette activité

Compétence 1 - La maîtrise de la langue française

Lire - Comprendre un énoncé, une consigne

Ecrire - Rédiger un texte bref, cohérent et ponctué, en réponse à une question ou à partir de consignes données

Compétence 3 - Les principaux éléments de mathématiques et la culture scientifique et technologique

Savoir utiliser des connaissances et des compétences mathématiques

D2 : Nombres et calculs

D3 : Géométrie

Pratiquer une démarche scientifique et technologique, résoudre des problèmes

C1 : Rechercher et organiser l'information.

C2 : Calculer, mesurer, appliquer des consignes.

C3 : Engager une démarche, raisonner, argumenter, démontrer.

C4 : Communiquer à l'aide d'un langage mathématique adapté.

Compétence 4 - La maîtrise des techniques usuelles de l'information et de la communication (B2i)

Créer, produire, traiter, exploiter des données

Organiser un document et sa présentation

Différencier une situation simulée ou modélisée d'une situation réelle

Scénario

Testé en classe de 3^{ème} : 21 élèves, classe entière.

Testé en classe de 3^{ème} : 23 élèves, classe entière.

Ce qui a été fait avant :

Peu d'activités mettant en scène des suites de nombres ! Cela s'est avéré être une nouveauté de penser des activités sous cet angle.

Les élèves ont déjà manipulé le tableur, ils ont déjà utilisé la fonction *table* de la calculatrice.

Déroulement de la séance :

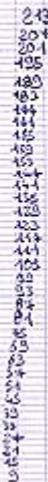
La séance a lieu dans une salle permettant soit de travailler à sa table, soit de travailler avec un ordinateur.

Virgile

Le passage au tableur n'a pas été immédiat.

Cet élève a d'abord listé à la main l'ensemble des possibilités. La question suivante nécessitant de connaître le nombre total d'ardoises posées lui a semblé trop fastidieuse, il est alors passé sur tableur.

Exercice 2
Il faut pouvoir calculer le nombre de rang qu'il devra remettre en place si peut faire une suite d'opérations. :



243
204
201
195
180
182
184
181
175
153
155
144
136
120
123
114
111
108
99
93
84
81
75
63
57
54
48
45
36
33
24
15
9

Tiphaine

Après son blocage sur l'exercice 1, Tiphaine s'est lancée sur l'exercice 2 presque directement à l'aide du tableur.

Sa rédaction explique :

- Qu'elle a étiré les cellules après avoir écrit 213, 207, 207
- Qu'elle a numéroté sur la colonne à côté à partir de la ligne 4 pour obtenir les 31 rangées à compléter
- Qu'elle a utilisé la fonction somme() du tableur

Exercice 2:

Pour gagner du temps, utiliser un tableur. Rentrer les valeurs 213, 207 et 201 les autres sont les autres et étirer jusqu'à obtenir la valeur 9. Ensuite, centrer les nombres 1 et 2 à partir de la ligne 4, et étirer jusqu'à la ligne 31. Il faut faire 31 rangs pour reconstituer le toit.

Pour trouver le nombre d'ardoises il faut écrire sur le tableur: =somme(A4:A31). On trouve alors 3256 ardoises. Plus, pour savoir combien d'euro le couvreur va payer il faut calculer: $3256 \times 1,03$. Le couvreur va payer 3352,68€.

Pour trouver l'aire de la surface à couvrir il faut trouver le nombre d'ardoises total: sélectionner les cases aux nombres de 213 à 9, les additionner. L'aire de la surface couverte est 79,28 m².

Commentaires sur l'exercice

- Cet exercice a été très bien accueilli par les élèves. Il a permis à chacun de travailler et de chercher pendant toute l'heure.
- L'aspect privilégié sur tableur a été l'automatisation
 1. Pour les calculs afin de réaliser la liste du nombre d'ardoises par lignes
 2. Pour obtenir le nombre de lignes à réparer
- La simplicité, une fois ce tableau de valeurs fait, pour trouver le nombre total d'ardoises par une simple fonction somme() sur une plage de valeurs a été très appréciée !

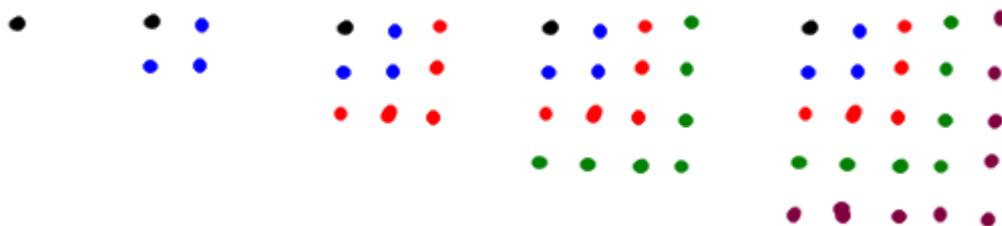
Cette activité a mis en évidence l'intérêt de travailler sur des suites de nombres pour progresser en calculs, pour simuler des situations, pour amener les élèves à résoudre des équations simples à partir de problèmes concrets.

Ce qui a été fait après :

Un travail en classe du même type que celui mené en 6^{ème} a été fait :

- 1) Etablir la liste des 20 premiers nombres impairs.
- 2) En utilisant cette suite de nombres impairs, établir la liste des nombres obtenus en ajoutant les deux premiers nombres de la liste, puis le trois premiers, puis les 4 premiers, etc... (Le 1 est ajouté en début de liste).
- 3) Observer, conjecturer.

Cette activité permet d'abord de retravailler les additions. Dans un deuxième temps, retrouver à partir de la liste 1 ; 4 ; 9 ; 16 ; 25 les produits 1×1 ; 2×2 ; 3×3 ; 4×4 ; 5×5 amène un travail sur la multiplication.



Cette présentation sous forme de schéma a permis aux élèves de visualiser les sommes de nombres impairs : $+3$; $+5$; $+7$; ...

Les élèves de 3^{ème} ont immédiatement reconnu les carrés, mais ont visiblement apprécié cette présentation !

En activités rapides de début de séance, des questions sur des suites de nombres sont apparues. Par exemple : compléter cette suite de nombre : $\sqrt{2}$; $2\sqrt{3}$; $6\sqrt{2}$; $12\sqrt{3}$; $36\sqrt{2}$; ...

En salle informatique : Voir le document en annexe 2.

Ce travail permet de réinvestir ce qui a été fait lors du TP précédent. Les élèves sont amenés à modéliser et à mettre en place des expressions permettant le travail sur tableur.

Deux travaux d'élèves :

<p>1) Niveau : 1 2 Niveau : 6 3 Niveau : 15 4 Niveau : 28 5 Niveau : 45</p> <p>2) Il y aurait 190 cubes sur un empilement de 10 niveaux</p> <p>3) Il y aurait 244 (22+1) cubes</p> <table border="1"> <tr> <td>1</td> <td>2</td> <td>4</td> <td>8</td> </tr> <tr> <td>(1+1)</td> <td>6</td> <td>28</td> <td>120</td> </tr> </table>	1	2	4	8	(1+1)	6	28	120	<p>Cet élève a eu l'idée de réutiliser les notations sur les fonctions abordées en classe. Même si des maladresses subsistent, cela met clairement en évidence que le nombre de cubes varie en fonction du niveau.</p>
1	2	4	8						
(1+1)	6	28	120						

1) Il y a 1 cube dans un empilement de 1 niveau.
 Dans un empilement sur 2 niveaux il y a 6 cubes.
 Dans un empilement sur 3 niveaux il y a 15 cubes.
 Dans un empilement sur 4 niveaux il y a 28 cubes.
 Il y a 45 cubes sur un empilement de 5 niveaux car

	A	B	C
1	Niveau	nombre de cubes du niveau	nb de cubes au total.
2	1	1	1
3	2	$= 4 + B_2$	$= B_3 + C_2$
4	3	$= 4 + B_3$	$= B_4 + C_3$
5	4	13	28
6	5	17	45
7	6	21	66
8	7	25	91
9	8	29	120
10	9	33	153
11	10	41	190

2) Sur 10 niveaux il y aurait 190 cubes.
 $4 \times 9 = 36$ et $36 + 1 = 37$
 $37 + 153 = 190$.

3) nb de cubes du niveau = $4n - 3$ (cubes)
 On ajoute le niveau 1 plus le niveau 2 plus le niveau 3...
 $1 + 5 + 9 \dots + 4n - 3$

4) Pour un empilement de 1326 cubes il y a 26 niveaux.

$$\rightarrow ((4 \times 1) - 3) + ((4 \times 2) - 3) + ((4 \times 3) - 3) + ((4 \times 4) - 3) \dots$$

La programmation des cellules est ici écrite.

Le nombre de cubes du niveau n est présenté sous sa forme réduite $4n - 3$.

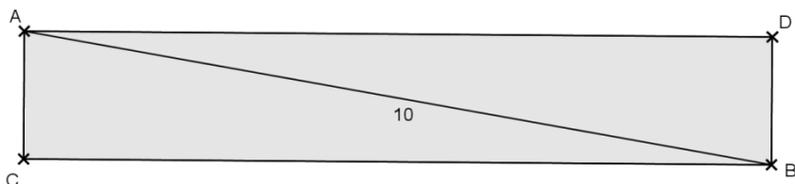
Le passage au nombre de cubes sur n niveaux a posé problème.
 L'écriture $1 + 5 + 9 + \dots + 4n - 3$ n'a abouti qu'avec l'aide du professeur.
 En revanche, c'est l'élève qui a apporté les précisions de la dernière ligne.

ANNEXES

Annexe 1 : Cet exercice a été proposé dans le même document.

Exercice 1 :

On considère un rectangle dont la diagonale mesure 10 cm.

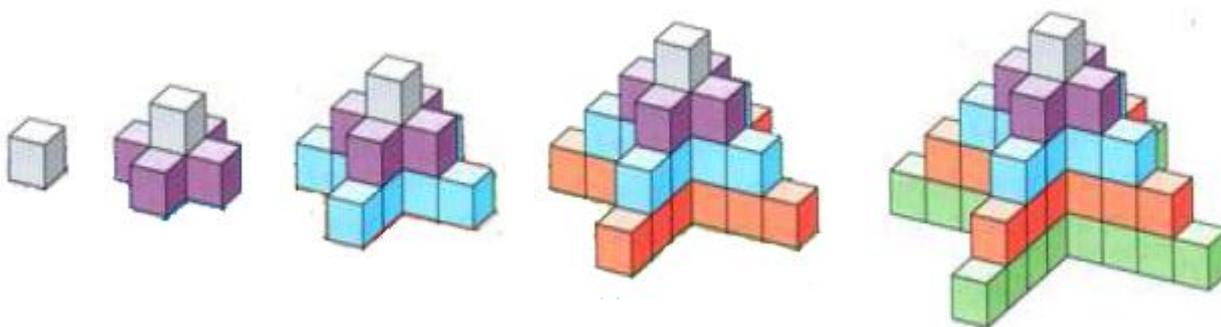


- 1) Déterminer l'aire du rectangle ADBC en fonction de AC.
- 2) Pour quelle dimension AC l'aire est-elle maximum ?

Annexe 2 :

Des cubes...3^{ème}.

Voici des empilements pour les niveaux 1, 2, 3, 4 ou 5 :



- 1) Combien y aurait-il de cubes dans un empilement sur 1 niveau ? 2 niveaux ? 3 niveaux ? 4 niveaux ? 5 niveaux ?
- 2) Combien y aurait-il de cubes dans un empilement sur 10 niveaux ?
- 3) Combien y aurait-il de cubes dans un empilement sur n niveaux ?
- 4) Pour un empilement de cubes de cette manière, on a utilisé 1326 cubes. Combien y a-t-il de niveaux ?