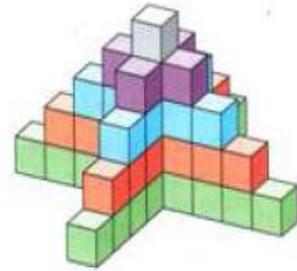


Yannick DANARD – groupe TraAM Maths et TICE de l'académie de Nantes –2012

« Empilons les cubes ! » en 5ème



Compétence calculatoire travaillée ou en lien avec ces activités :

Il s'agit essentiellement de consolider des compétences en calcul numérique, mais aussi de préparer le terrain à l'arrivée du calcul littéral, en particulier généraliser par une formule et établir une conjecture.

Descriptif rapide :

Ce document présente des travaux qui ont été menés en 5^{ème}. Tous, en utilisant des suites de nombres, ont permis également un travail de consolidation en calcul. Il s'agit aussi de progresser vers l'usage de la lettre dans des calculs.

Certains documents ou activités ont été utilisés également en 6^{ème}, 4^{ème} ou 3^{ème}. Ils font l'objet d'un autre fichier.

Enoncé de l'exercice

Enoncé donné aux élèves	2
Consignes données aux élèves	2

Objectifs

Textes de référence	3
Connaissances et compétences du socle commun développées dans cette activité	3

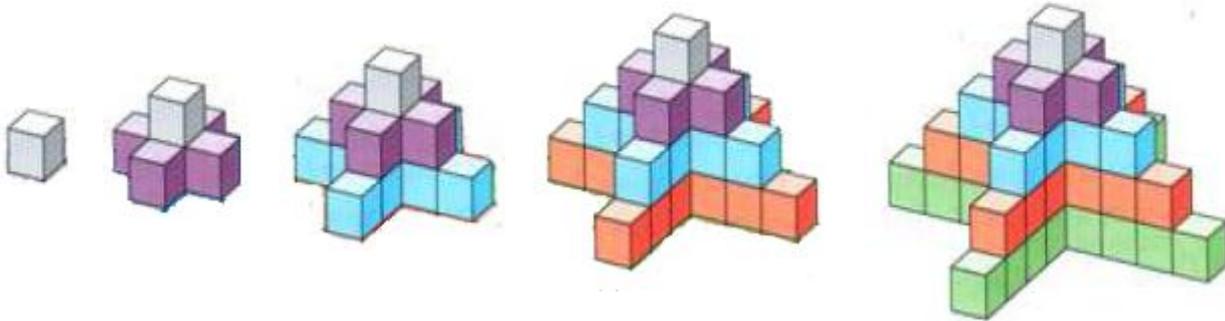
Scénario

Ce qui a été fait avant	4
Déroulement de la séquence	4
Annexe	7

Énoncé donné aux élèves :

Des cubes...5^{ème}.

Voici des empilements pour les niveaux 1, 2, 3, 4 ou 5 :



- 1) Combien y a-t-il de cubes dans un empilement sur 1 niveau ?
- 2) Combien y a-t-il de cubes dans un empilement sur 2 niveaux ?
- 3) Combien y a-t-il de cubes dans un empilement sur 3 niveaux ?
- 4) Combien y a-t-il de cubes dans un empilement sur 4 niveaux ?
- 5) Combien y a-t-il de cubes dans un empilement sur 5 niveaux ?
- 6) Combien y a-t-il de cubes dans un empilement sur 10 niveaux ?
- 7) Combien y a-t-il de cubes dans un empilement sur n niveaux ?

On pourra tout d'abord déterminer le nombre de cubes du niveau n.

- 8) Pour un empilement de cubes de cette manière, on a utilisé 1326 cubes. Combien y a-t-il de niveaux ?

Utiliser le tableur afin de répondre à ces questions. **APPELER LE PROFESSEUR AVANT DE PASSER A LA SUITE.**

Pour les plus rapides...

Première partie :

- 1) Calculer le volume d'un cube d'arête 1 cm.
- 2) Calculer le volume d'un cube d'arête 2 cm.
- 3) Calculer le volume d'un cube d'arête 3 cm.
- 4) Calculer le volume d'un cube d'arête 4 cm.
- 5) Calculer le volume d'un cube d'arête 5 cm.

Deuxième partie :

Sur une feuille du tableur,

- 1) En colonne A, établir la liste des nombres impairs de 1 à 99.
- 2) En colonne B, commencer par 1 puis établir la somme des deux premiers nombres de la liste précédente, puis la somme des trois premiers, puis la somme des quatre premiers, ...
- 3) En colonne C, commencer par le premier nombre de la colonne A (donc 1), puis établir la somme de 2 suivants de la colonne A (donc le résultat de 3 + 5), puis la somme des 3 suivants de la colonne A (donc le résultat de 7 + 9 + 11), puis la somme des 4 suivants de la colonne A...
Conjecturer.

Consignes données aux élèves

La feuille d'activité est présentée, les élèves ont le choix d'utiliser un ordinateur ou de ne pas l'utiliser.

L'objectif donné est de ne pas essayer à tout prix de commencer « Pour les plus rapides ».

Objectifs :

Cette activité posée sous une forme ouverte vise prioritairement à consolider la maîtrise du calcul numérique tout en renforçant la maîtrise des compétences de résolution de problème. Elle permet de travailler les suites de nombres et de justifier l'utilisation éventuelle de formules algébriques.

Texte de référence

[Programme de mathématiques de collège \(BO juillet 2008\)](#)

Documents ressources pour le collège :

[Le calcul numérique au collège](#)

[Les nombres au collège](#)

[Du numérique au littéral](#)

Plus spécifiquement, les compétences calculatoires travaillées dans ces activités sont celles que l'on retrouve dans le programme de la classe de 6^{ème} :

- Connaître les tables d'addition et de multiplication et les résultats qui en dérivent.
- La maîtrise des tables est consolidée par une pratique régulière du calcul mental sur des entiers.
- Connaître et utiliser les critères de divisibilité par 2, 5 et 10.
- *Connaître et utiliser les critères de divisibilité par 3, 4 et 9.*
- Savoir effectuer ces opérations sous les diverses formes de calcul : mental, à la main ou instrumenté.

Et dans le programme de 5^{ème} :

- Utiliser une expression littérale.
- *Produire une expression littérale.*
- Sur des exemples numériques, utiliser les égalités $k(a + b) = ka + kb$ et $k(a - b) = ka - kb$ dans les deux sens.
- ** Sur des exemples littéraux, utiliser les égalités $k(a + b) = ka + kb$ et $k(a - b) = ka - kb$ dans les deux sens.*
- ** Tester si une égalité comportant un ou deux nombres indéterminés est vraie lorsqu'on leur attribue des valeurs numériques.*

Connaissances et compétences du socle commun développées dans cette activité

Compétence 1 - La maîtrise de la langue française

Lire - Comprendre un énoncé, une consigne

Ecrire - Rédiger un texte bref, cohérent et ponctué, en réponse à une question ou à partir de consignes données

Compétence 3 - Les principaux éléments de mathématiques et la culture scientifique et technologique

Savoir utiliser des connaissances et des compétences mathématiques

D2 : Nombres et calculs

D3 : Géométrie

Pratiquer une démarche scientifique et technologique, résoudre des problèmes

C1 : Rechercher et organiser l'information.

C2 : Calculer, mesurer, appliquer des consignes.

C3 : Engager une démarche, raisonner, argumenter, démontrer.

C4 : Communiquer à l'aide d'un langage mathématique adapté.

Compétence 4 - La maîtrise des techniques usuelles de l'information et de la communication (B2i)

Créer, produire, traiter, exploiter des données

Organiser un document et sa présentation

Différencier une situation simulée ou modélisée d'une situation réelle

Scénario

Testé en classe de 3^{ème} : 21 élèves, classe entière.

Testé en classe de 3^{ème} : 23 élèves, classe entière.

Ce qui a été fait avant (voir aussi annexe 1)

Au niveau tableur, une séance de découverte avait déjà eu lieu.

Le sens des opérations est travaillé couramment. Mais c'est la première activité donnant sens à la notion de formule.

Déroulement de la séquence :

L'activité est d'abord décortiquée en classe, en faisant réagir les élèves, avec une visualisation des différentes situations sur TNI. Extraits de la trace écrite au TNI :

The image shows handwritten student work. On the left, there are four diagrams of cube stacks labeled 1, 2, 3, and 4. Below them is a table with columns 'n° du niveau', 'nb de cubes', and 'Total'. The table contains the following data:

n° du niveau	nb de cubes	Total
1	1	1
2	5	6
3	9	15
4	13	28
5	17	45

Red arrows indicate the difference between levels: +4 from level 1 to 2, +4 from 2 to 3, +4 from 3 to 4, and +4 from 4 to 5. Green arrows indicate the cumulative total: 1, 6, 15, 28, 45.

To the right of the table, there is a similar table with a question mark in the 'nb de cubes' column for level 'n'. Below it, the text says 'le nombre avant n est n-1.' and 'formule: 1 + (n-1) x 4'. To the right of this, there are several equations showing the derivation of the formula:

$$1$$
$$1 + 4 = 1 + 1 \times 4$$
$$1 + 4 + 4 = 1 + 2 \times 4$$
$$1 + 4 + 4 + 4 = 1 + 3 \times 4$$
$$1 + 4 + 4 + 4 + 4 = 1 + 4 \times 4$$
$$= 1 + n \times 4$$

Il faut à la classe environ 40 minutes pour :

- 1) Visualiser les situations d'empilements avec les cubes.
- 2) Comprendre la différence entre un empilement de niveau 3 et le 3^{ème} niveau de l'empilement.
- 3) Exprimer quel est le nombre qui précède n et celui qui suit n.
- 4) Parvenir à l'expression : $1 + (n-1) \times 4$

Pour la séance suivante, qui est la séance informatique, les élèves doivent chercher une autre écriture de cette expression.

Lors de la seconde séance, la feuille d'activité est présentée, les élèves ont le choix d'utiliser un ordinateur ou de ne pas l'utiliser.

L'objectif donné est de ne pas essayer à tout prix de commencer « Pour les plus rapides ». Dans la pratique, aucun élève n'a eu le temps de s'en approcher !

Dans la pratique, tous se sont dirigés vers un poste. Ils doivent produire un compte-rendu écrit de leur travail. Il apparaît que si le travail sur tableur est convenable (il y a des tentatives nombreuses, souvent correctes), le passage à l'écrit s'est avéré très difficile ! Sur 23 élèves présents, 5 bilans écrits sont satisfaisants. Voici deux extraits de bilans satisfaisants :

<p>En A1 j'ai écrit 1 et en A2 j'ai écrit 5 puis j'ai étiré.</p> <p>En B2 j'ai écrit = puis j'ai sélectionné A2, j'ai écrit + en B2 et j'ai sélectionné B1. J'ai cliqué sur entrée.</p> <p>1) Il y en aurait 190.</p> <p>2) Il y en aura 26.</p> <p>3) Il faut 8 niveaux.</p> <p>En C2 j'ai écrit = puis j'ai sélectionné B2 et en C2 j'ai écrit +8 et j'ai écrit tapée entrée. J'ai étiré.</p>	<p>Il y a là quelques maladresses et erreurs (par exemple dans le calcul du volume en ajoutant 8 au lieu de multiplier par 8).</p> <p>Ceci étant, l'ensemble de l'activité a été compris.</p> <p>Cette erreur sur les volumes s'est retrouvée dans plusieurs travaux et a permis une explication ciblée en classe ensuite.</p>
<p>• J'ai été sur le logiciel : OpenOffice.org Calc.</p> <p>• Dans la colonne A, j'ai mis 1 et 2 puis j'ai tiré.</p> <p>• Dans la colonne B, j'ai mis le nombre de cubes par niveau : (j'ai mis deux nombres (1 et 5) je les ait sélectionnés puis j'ai tiré.</p> <p>Réponse à la question 1: Il y en aurait 11 190 car : dans la colonne C, j'ai mis le nombre total de cubes. donc : 1, 6, 15 j'ai sélectionné 6 et 15 et j'ai étiré.</p> <p>Réponse à la question 2: Si il y pour trouver 15 comme $5+1=6$ j'ai fait : $=C1+B1$ et entrée etc...</p> <p>Réponse à la question 3: Si il y a 1326 cubes, il y en a a 26 niveaux</p> <p>Dans une colonne D je mets les autres (à priori un cube ferait 8 cm^3) Ensuite je mets : $=D1*C1$ et ça fait 48 je sélectionne et je tire.</p> <p>Réponse à la question 3: Il faut 9 niveaux.</p>	<p>Comme la grande majorité des élèves, la colonne indiquant le nombre de cubes par niveaux a été construite en étirant les deux premières cellules contenant 1 et 5. Quatre élèves seulement ont écrit 1 en première cellule et $=B1+4$ dans la suivante pour étirer ensuite. Ils ne l'ont pas précisé dans leur compte-rendu !</p>

A la fin de la séance, les élèves partent avec en devoir maison :

- 1) Calculer les volumes de la première partie de « pour les plus rapides »
- 2) Formuler une conjecture à partir du tableau de valeur ci-dessous qui leur est fourni.

En effectuant les calculs demandés dans la dernière question du TP « Des cubes... », voilà ce que l'on peut obtenir sur un tableur.

Etablir une conjecture concernant les nombres de la colonne C.

	A	B	C
1	1	1	1
2	3	4	
3	5	9	8
4	7	16	
5	9	25	
6	11	36	27
7	13	49	
8	15	64	
9	17	81	
10	19	100	64
11	21	121	
12	23	144	
13	25	169	
14	27	196	
15	29	225	125
16	31	256	
17	33	289	
18	35	324	
19	37	361	
20	39	400	
21	41	441	216
22	43	484	
23	45	529	
24	47	576	
25	49	625	
26	51	676	
27	53	729	
28	55	784	343

ANNEXES

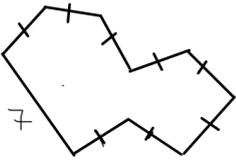
Annexe : Ce qui a été fait avant

Ce qui a été fait avant :

En activités rapides (chaque séance commence par 5 questions rapides)

Ces activités ont pour objectifs

- Entretenir des compétences en calcul mental (addition, multiplication)
- Arriver à une bonne représentation de ce qu'est un cube. De cette façon, les comptages et calculs de l'activité de référence ne seront pas parasités par des difficultés sur le cube.

Quelques questions	Commentaires
Tracer, à main levée, et coder un losange EFGH. Exprimer le périmètre de ce losange.	L'objectif est de commencer à amener l'usage de la lettre par une réponse du style : $4 \times \text{côté}$ Puis une réponse du style : $7 + (8 \times \text{côté})$ ou $7 + (8 \times \text{longueur})$
Exprimer le périmètre de cette figure 	
Tracer un polygone dont le périmètre peut être exprimé par : $\text{côté} + 12$	
Tracer un quadrilatère non carré dont le périmètre peut être exprimé par : $4 \times \text{côté}$	
On considère le programme de calculs :  Appliquer ce programme de calculs au nombre 2 ; au nombre 8. On applique ce programme de calcul à un nombre et on obtient 38. Quel est le nombre de départ.	On prépare ici à la distributivité, à la notion d'équations. A plusieurs reprises, le programme de calculs de la séance est programmé sur tableur devant la classe. Des questions de ce style sont posées toutes les semaines de septembre à décembre.
On considère le programme de calcul : ajouter	

4 ; multiplier par 5.

- a. Appliquer ce programme de calculs à 2
- b. Appliquer ce programme de calculs à 3
- c. Appliquer ce programme de calcul à 7
- d. Ecrire un programme de calculs donnant les mêmes résultats que celui-ci mais commençant par 'multiplier par 5'