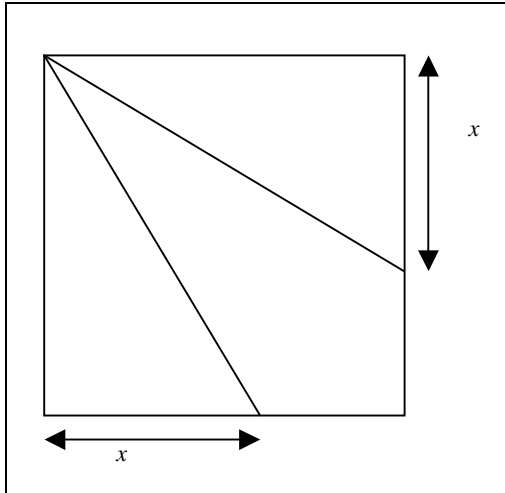


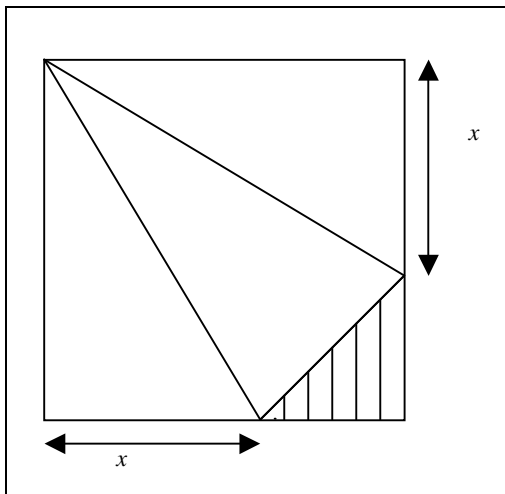
**Sujet à destination des candidats des séries L, ES, STI, STL, STG**

**Exercice 1**



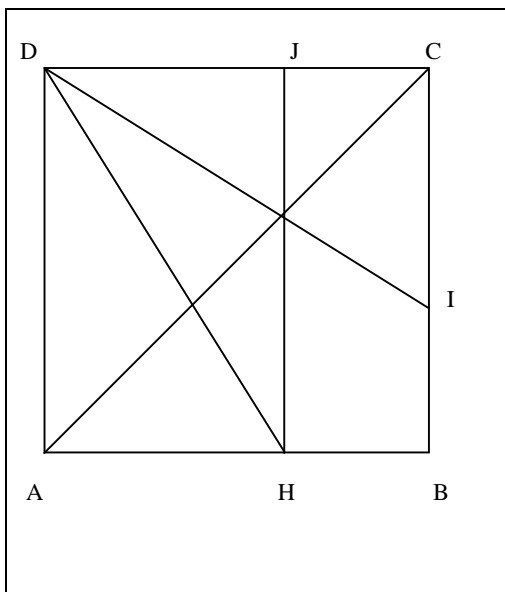
1. Léonard est géomètre. Il veut partager un carré de côté 1 en trois parties de même aire selon le schéma ci-contre.

**Quelle valeur doit-il donner à  $x$  pour arriver à ses fins ?**



2. Mais Léonard est aussi esthète. Ne trouvant pas élégante sa construction, il décide de supprimer la zone triangulaire hachurée. Ainsi les trois parties restantes sont triangulaires.

**Peuvent-elles avoir la même aire ?**



3. Et Léonard est mathématicien. Ayant réalisé grossièrement (ci-contre) la construction de la question 2, il mène du point H la perpendiculaire (HJ) à la droite (AB).

Il a l'impression que les droites (HJ), (DI) et (AC) sont concourantes.

**Qu'en est-il ?**

## Exercice 2

On dit qu'un nombre entier supérieur ou égal à 2 est « bon » s'il peut s'écrire comme la somme de nombres entiers naturels non nuls, distincts ou non, dont la somme des inverses est égale à 1.

On dit qu'il est « mauvais » s'il n'est pas « bon ».

Ainsi, par exemple :

$2 = 1 + 1$  et  $\frac{1}{1} + \frac{1}{1} \neq 1$ , donc 2 est « mauvais » (la seule décomposition possible pour 2 étant 1+1).

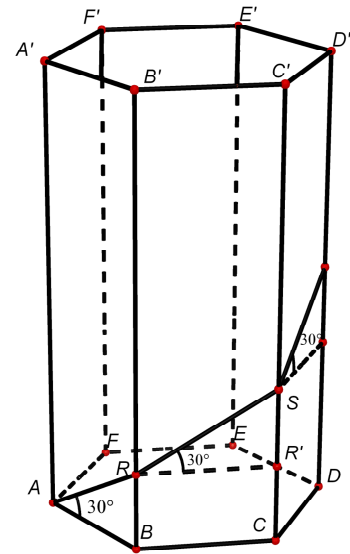
$3 = 1 + 2$  et  $\frac{1}{1} + \frac{1}{2} \neq 1$  ;  $3 = 1 + 1 + 1$  et  $\frac{1}{1} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1} \neq 1$  ; donc 3 est également « mauvais » (les deux décompositions possibles pour 3 ayant été examinées).

1. Déterminer pour chacun des nombres entiers de 4 à 10 s'il est « bon » ou « mauvais ».
2. Montrer que le carré de tout nombre entier supérieur ou égal à 2 est « bon ».
3. Montrer que si  $n$  est « bon », alors  $2n + 2$  et  $2n + 9$  sont « bons ».
4. On admet que tous les nombres entiers de 24 à 55 sont « bons ».  
Qu'en est-il de tout nombre entier supérieur ou égal à 56 ?

### Exercice 3

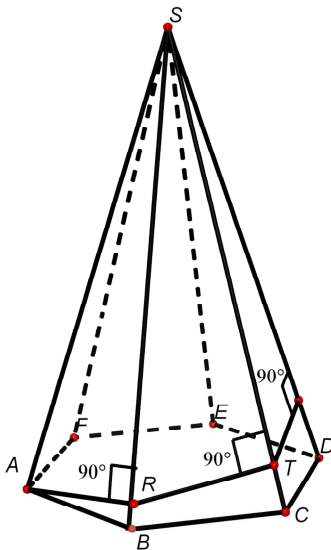
1) En collant un fil doré, Chloé veut décorer un vase qui a la forme d'un prisme droit à base hexagonale. La base est un hexagone régulier  $ABCDEF$ , les faces latérales sont des rectangles, et la face supérieure est donc également un hexagone régulier, nommé  $A'B'C'D'E'F'$ .

La hauteur du vase est 30 cm et chaque côté de la base mesure 6 cm. Le fil part d'un sommet  $A$  de la base et est tendu en faisant un angle de  $30^\circ$  avec l'horizontale ( $\widehat{BAR} = 30^\circ$ ) et continue sur la face suivante toujours avec un angle de  $30^\circ$  avec l'horizontale ( $\widehat{R'R'S} = 30^\circ$ , où  $R'$  est le point de  $[CC']$  tel que  $(RR') \parallel (BC)$ ), etc. Le fil s'arrête dès qu'il atteint le bord supérieur du vase.



- Quelle est la longueur du fil ?
- Sur quelle arête du bord supérieur le fil terminera-t-il sa course ?

2) Gaëlle s'attaque à la décoration d'une pyramide régulière à base hexagonale, chaque face latérale est un triangle isocèle en  $S$  dont deux des côtés mesurent 30 cm et l'autre 6 cm. Le fil part d'un sommet  $A$  de la base et arrive perpendiculairement à l'arête  $[SB]$  et continue sur les autres faces avec la même condition d'arrivée sur l'arête suivante, etc. Le fil s'arrête au sommet  $S$ .



- Quelle est la longueur du fil ?
- Combien de tours fait-il autour de l'axe de la pyramide ?

## Exercice 4

### *La tour CN (Canadien National) à TORONTO (Canada)*

*Cette tour, haute de 553 m, construite par la compagnie ferroviaire du Canadien National était, jusqu'en 2007, l'édifice le plus élevé au monde.*

Quelques données :

Hauteur du Plancher de verre	342 m
Hauteur du Belvédère	346 m
Hauteur du Restaurant 360	351 m
Hauteur du dernier des 147 étages (Nacelle d'observation)	447 m
Hauteur du toit	457 m
Hauteur de l'antenne	553 m

#### 1) Les ascenseurs

- Six ascenseurs rapides à paroi de verre permettent d'arriver au Plancher de verre en 58 secondes. **Quelle est la vitesse de ces ascenseurs en km/h ?**
- Pour se rendre du Belvédère à la Nacelle, 33 étages plus haut, on prend un autre ascenseur. **Quel temps mettra cet ascenseur en le supposant aussi rapide que les précédents ?**
- Un ascenseur *spécial* met 10 secondes pour monter les 10 premiers étages, 20 secondes pour les 10 suivants, 40 secondes pour les 10 suivants, 80 secondes pour les 10 qui suivent... **Combien de temps mettra-t-il pour arriver à l'étage 140 ?**
- Un autre ascenseur *très spécial* met 1 minute pour les 64 premiers étages puis 1 min pour les 32 suivants puis 1 min pour les 16 suivants....**Arrivera -t-il à l'étage 128 ?**

#### 2) Les escaliers

Chaque année est organisée une course dans les escaliers de la Tour CN au profit d'une organisation caritative. Il y a 1 776 marches.

Deux coureurs X et Y participent à cette course : le premier X monte les marches 3 par 3 et dépose 1 dollar sur chaque marche où il pose le pied, le second Y dépose lui aussi 1 dollar sur chaque marche où il met le pied mais monte celles-ci 4 à 4.

- Quelle sera la somme récoltée?**
- Combien y aura-t-il de marches portant 2 dollars?**

#### 3) Le Restaurant 360

*Ce restaurant effectue une rotation complète en 72 minutes, dans le sens inverse des aiguilles d'une montre, ce qui permet de manger en admirant le paysage.*

Trois amis B, C et D se sont retrouvés à ce restaurant et terminent leur repas à la même table T. Ils sortent ensemble du restaurant alors que leur table est au Sud.

**Sachant que B, C et D sont restés respectivement 90 minutes, 60 minutes et 45 minutes sans quitter leur table, indiquer sur un dessin, avec une justification, la position de la table lorsque chacun d'eux s'est installé.**



Photo de la tour CN

