

OLYMPIADES ACADÉMIQUES DE MATHÉMATIQUES

ACADÉMIE DE NANTES
SESSION 2005

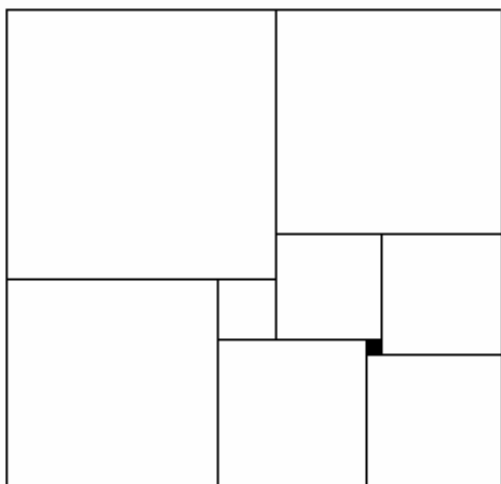
CLASSE DE PREMIERE

DURÉE : 4 heures

*Les quatre exercices sont indépendants. Ils peuvent donc être traités dans l'ordre de votre choix.
Toute démarche clairement présentée, même non aboutie, sera prise en compte.
Les calculatrices sont autorisées, ainsi que les instruments usuels de géométrie.*

EXERCICE 1 :

Le rectangle ci-dessous est pavé par 9 carrés. Le carré noir a pour côté une unité.
Quelles sont les dimensions du rectangle ?



EXERCICE 2 :

Le patron du magasin "La vie en roses" a décidé de vendre ses roses par bouquets de 7 ou de 11 roses et de présenter, en bouquets, **toutes** les roses qui lui sont livrées chaque jour. Aussitôt, les employés ont commenté cette décision.

Amandine : "Pas si facile ! Si, un jour on nous livre 37 ou 59 roses, personne n'arrivera à respecter le contrat."

Brigitte : "D'accord, mais on nous livre parfois les roses par douzaines, et pour 5 ou 6 douzaines, je suis sûre d'y arriver."

Chloé : "Je sais répartir 73 roses en faisant 6 bouquets de 11 roses et 1 bouquet de 7 roses.

Comme $74 = 73 + 8 \times 7 - 5 \times 11$, pour 74 roses je ferai 1 bouquet de 11 roses et 9 bouquets de 7 roses.

Puis, en écrivant $75 = 74 + 2 \times 11 - 3 \times 7$, je peux, avec 75 roses, réaliser 3 bouquets de 11 roses et 6 bouquets de 7 roses. "

Dorothée : "Bien vu et tu peux continuer ainsi : dès que l'on sait réaliser ces bouquets pour un nombre n de roses avec au moins 3 bouquets de 7 roses **ou** au moins 5 bouquets de 11 roses, alors on arrivera à faire les bouquets quand la livraison comportera $n+1$ roses."

Etienne : "le nombre maximum de roses livrées pour lequel on fera au plus 2 bouquets de 7 roses **et** au plus 4 bouquets de 11 roses est inférieur à 60."

Fanny : "En réfléchissant à tout ce que vous venez de dire, je viens de trouver le plus grand nombre de roses pour lequel les exigences du patron ne sont pas satisfaites."

Qui a raison ? Qui a tort ? Pourquoi ? Quel est le plus grand nombre de roses pour lequel les exigences du patron ne pourront pas être satisfaites ?

EXERCICE 3 :

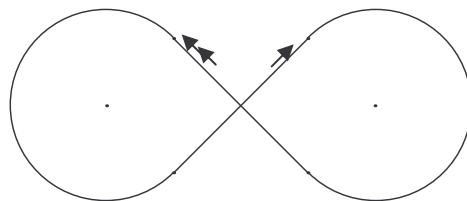
Construire à l'intérieur du triangle équilatéral donné en annexe trois cercles de même rayon, tangents deux à deux et tangents chacun à deux côtés du triangle.

Justifier cette construction.

On laissera tous les traits de construction

EXERCICE 4 :

La piste du champiodrome a la forme suivante : deux arcs formant les trois quarts d'un cercle, raccordés par les deux diagonales d'un carré, ces deux diagonales se coupant en un carrefour.



Au même instant, une tortue et un lièvre partent du carrefour, empruntant deux diagonales différentes menant à deux arcs de cercle différents (sur le dessin, une flèche pour la tortue, deux flèches pour le lièvre).

Les deux animaux courent à vitesse constante, et la tortue met 363 secondes pour parcourir la distance parcourue par le lièvre en 1 seconde.

Après 2005 rencontres (dépassements ou croisements au carrefour) hormis le départ, le lièvre abandonne. Combien de fois avait-il croisé la tortue au carrefour ?

Annexe

