

Éléments de correction :

Partie A

1. Soit x la position d'une personne le long de cette route qui peut choisir indifféremment A ou B. Pour une personne située au-delà de B, le coût de déplacement aller-retour pour se rendre à la boulangerie A est d'au moins $(7-2) \times 0,05 \times 2 = 0,5$. Ce qui est plus que l'écart de prix entre les deux baguettes. On peut donc supposer $2 \leq x \leq 7$
Le coût d'une baguette A : $1 + 2 \times 0,05(x-2) = 0,1x + 0,8$.
Le coût d'une baguette B : $1,2 + 2 \times 0,05(7-x) = -0,1x + 1,9$. Or
 $0,1x + 0,8 = -0,1x + 1,9 \Leftrightarrow x = 5,5$.
Autrement dit la personne située à 5,5 km peut choisir indifféremment A ou B.
On peut supposer que cette personne ira au plus prêt à savoir dans la boulangerie B (puisque'elle est située à 1,5 km de B contre 3,5 km).

Il y a 550 personnes qui vont choisir la boulangerie A et 451 personnes la boulangerie B.

Bénéfice quotidien réalisé par la boulangerie A : $(1-0,3) \times 550 = 385$ euros. Bénéfice quotidien réalisé par la boulangerie B : $(1,2-0,3) \times 451 = 405,90$ euros.

2. a) Soit x l'abscisse d'une personne et p le prix de la baguette de la boulangerie B.

Premier cas: $7 \leq x \leq 10$

Le coût d'une baguette A est : $1 + 0,1(x-5) = 0,1x + 0,5$.

Le coût d'une baguette B est : $p + 0,1(x-7) = 0,1x + p - 0,7$.

Cette personne choisit la boulangerie B si seulement si $p - 0,7 \leq 0,5 \Leftrightarrow p \leq 1,2$.

On en déduit que si $p > 1,2$ alors le bénéfice de la boulangerie B est nul. La boulangerie B doit donc choisir $p \leq 1,2$.

Deuxième cas: $5 \leq x \leq 7$

Le coût d'une baguette A est : $1 + 0,1(x-5) = 0,1x + 0,5$

Le coût d'une baguette B est : $p + 0,1(7-x) = -0,1x + p + 0,7$.

or $0,1x + 0,5 = -0,1x + p + 0,7 \Leftrightarrow x = 5p + 1$ c'est la position d'une personne qui peut choisir indifféremment A ou B. (remarque : quand $x \in [5;7]$, on a $p \in [0,8;1,2]$).

Le nombre de personnes choisissant la boulangerie B est donc :

$$100(10 - (5p + 1)) + 1 = 100(9 - 5p) + 1$$

Bénéfice réalisé par la boulangerie B : $(p - 0,3)((9 - 5p) \times 100 + 1) = -500p^2 + 1051p - 270,3$

Cette fonction admet un maximum quand $p = \frac{1051}{2 \times 500} = 1,051$ soit 1,05 arrondi au centime près,

qui est bien dans l'intervalle $[0,8;1,2]$, le bénéfice correspondant est alors 282 €.

Troisième cas : $0 \leq x \leq 5$

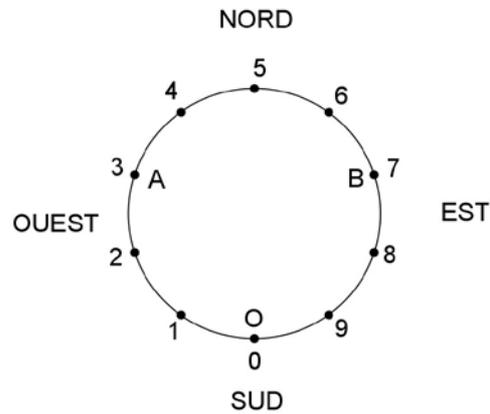
Le coût d'une baguette A est : $1 + 0,1(5-x) = -0,1x + 1,5$.

Le coût d'une baguette B est : $p + 0,1(7-x) = -0,1x + 0,7 + p$.

Le consommateur ira vers B si et seulement si : $0,7 + p < 1,5 \Leftrightarrow p < 0,8$.

Conclusion : De ces trois cas on conclut que le bénéfice pour la boulangerie B est maximal lorsque $p = 1,05$ au centime près. Il est alors égal à 282€.

Partie B



On appelle abscisse d'un point M du périmètre la distance à parcourir dans le sens des aiguilles d'une montre pour rejoindre M à partir de O. On note x l'abscisse du consommateur.

Cas de figure	Coût A(x) à la boulangerie A	Coût B(x) à la boulangerie B	Solution de l'équation $A(x)=B(x)$
$x \in [0; 2]$	$0,1(3-x)+1$	$0,1(3+x)+1,2$	aucune
$x \in [2; 3]$	$0,1(3-x)+1$	$0,1(7-x)+1,2$	aucune
$x \in [3; 7]$	$0,1(x-3)+1$	$0,1(7-x)+1,2$	$x=6$
$x \in [7; 8]$	$0,1(x-3)+1$	$0,1(x-7)+1,2$	aucune
$x \in [8; 10[$	$0,1(13-x)+1$	$0,1(x-7)+1,2$	$x=9$