

LA PARABOLE CENTRALE DU GOLDEN GATE BRIDGE

© Ph. Garulo

Enjeu et finalité : Mobiliser les résultats du second degré dans le cadre de la résolution d'un problème. Modéliser avec un logiciel de géométrie dynamique (outil GeoGebra). Utiliser une méthode algorithmique (outil AlgoBox) lorsqu'un calcul algébrique direct n'est pas possible ou est difficilement praticable.

Étape 1: Découverte des images d'ancrage

Étape 2 : Construction de la maquette

Étape 3: Rechercher le profil du câble principal et évaluer la longueur de ce câble.

Déroulement et commentaires :

Étape 1:

Décrivez les sept photographies du Golden Gate Bridge à San Francisco.

Vous parlerez de formes, le plus souvent géométriques, de lignes, de volumes, de couleurs comme on le ferait pour parler d'un tableau.

Faites émerger progressivement ce qui caractérise le Golden Gate Bridge.

Achevez la découverte du Golden Gate Bridge par l'image de la maquette (intitulée MAQUETTE) et l'image du plan (intitulée PLAN).

Re-situez sur l'image de la maquette et sur l'image du plan les sept vues proposées.

Cherchez les figures géométriques dominantes (faites un inventaire en légende).

Attardez-vous ensuite sur le câble principal situé entre les deux piliers du Golden Gate Bridge notamment sur la forme décrite par sa courbe. A quel type de fonction est-elle associée ?

Étape 2:

Imprimez les documents de montage en **ANNEXE**.

Collez les différentes feuilles sur un support rigide mais découpable facilement : carton Bristol, carton plume, polystyrène, etc.

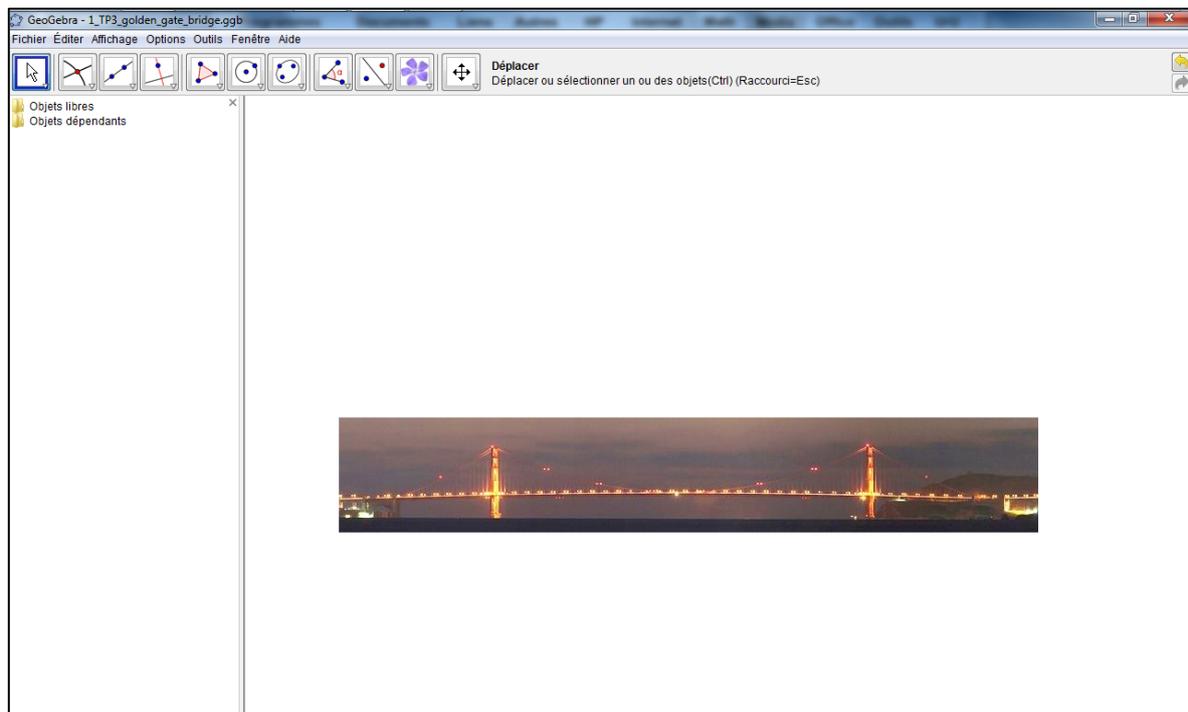
Assemblez, en suivant les instructions, les différentes pièces du puzzle 3D.

Photographiez votre maquette en adoptant les différentes prises de vues proposées (7 photographies numériques à déposer sur votre Porte-Documents via le portail <http://mathexchange.fr>).

Étape 3 :

A- Recherche du profil du câble principal

Vous travaillerez à partir du fichier GeoGebra (1_TP3_goldengatebridge.ggb) déposé sur votre Porte-Documents via le portail <http://mathexchange.fr> dont voici un aperçu après ouverture :



On désigne par P la courbe pouvant modéliser le profil du câble principal (câble situé entre les deux piliers).

1°- Choisissez un repère orthonormé bien adapté à la situation (notamment l'origine).

2°- Donnez, dans ce repère, les coordonnées des trois points connus de P , grâce à l'image identifiée PLAN dans les photographies d'ancrage.

3°- Quelle est l'expression générale de l'équation de P ? (utilisez la conjecture de fonction associée à cette courbe que vous avez repérée à l'étape 1).

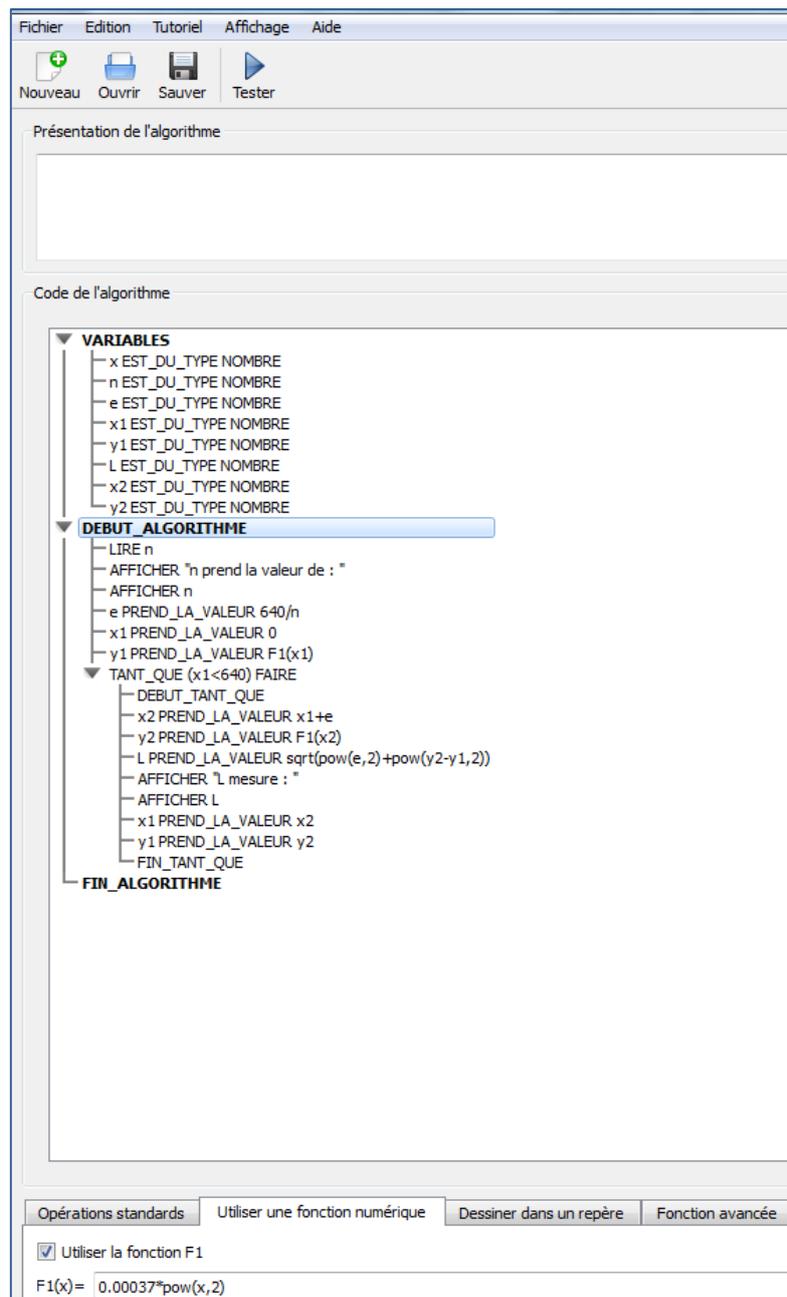
4°- Quel est le point de P d'abscisse 0 ? En exprimant dans l'équation de P , que ce point appartient à P , précisez l'équation de P .

5°- Exprimez de même que les deux autres points appartiennent à P puis déduisez l'expression exacte de l'équation de P .

B- Calcul de la longueur du câble

On recherche la longueur du câble principal entre les deux piliers.

1°- On donne l'algorithme ci-après.



The screenshot shows a software interface for editing an algorithm. The menu bar includes 'Fichier', 'Edition', 'Tutoriel', 'Affichage', and 'Aide'. The toolbar has icons for 'Nouveau', 'Ouvrir', 'Sauver', and 'Tester'. The main area is divided into 'Présentation de l'algorithme' (empty) and 'Code de l'algorithme'. The code is structured as follows:

```
VARIABLES
- x EST_DU_TYPE NOMBRE
- n EST_DU_TYPE NOMBRE
- e EST_DU_TYPE NOMBRE
- x1 EST_DU_TYPE NOMBRE
- y1 EST_DU_TYPE NOMBRE
- L EST_DU_TYPE NOMBRE
- x2 EST_DU_TYPE NOMBRE
- y2 EST_DU_TYPE NOMBRE
DEBUT_ALGORITHME
- LIRE n
- AFFICHER "n prend la valeur de : "
- AFFICHER n
- e PREND_LA_VALEUR 640/n
- x1 PREND_LA_VALEUR 0
- y1 PREND_LA_VALEUR F1(x1)
  TANT_QUE (x1 < 640) FAIRE
    DEBUT_TANT_QUE
    - x2 PREND_LA_VALEUR x1+e
    - y2 PREND_LA_VALEUR F1(x2)
    - L PREND_LA_VALEUR sqrt(pow(e,2)+pow(y2-y1,2))
    - AFFICHER "L mesure : "
    - AFFICHER L
    - x1 PREND_LA_VALEUR x2
    - y1 PREND_LA_VALEUR y2
  FIN_TANT_QUE
FIN_ALGORITHME
```

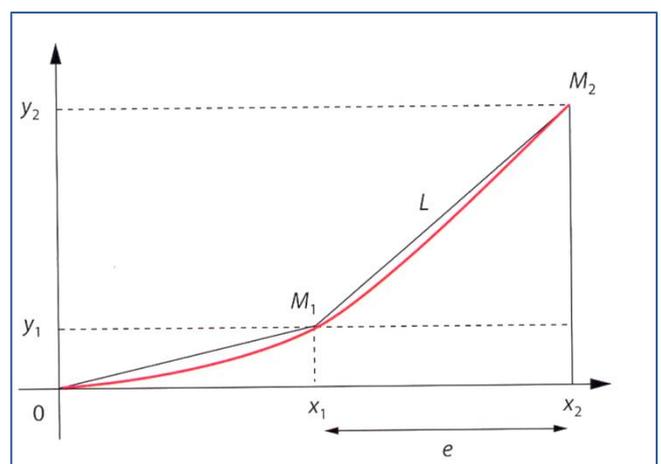
At the bottom, there are tabs for 'Opérations standards', 'Utiliser une fonction numérique', 'Dessiner dans un repère', and 'Fonction avancée'. A checkbox 'Utiliser la fonction F1' is checked. The function definition is: $F1(x) = 0.00037 * \text{pow}(x, 2)$.

On suppose que l'entrée n vaut 2.

a) Combien de valeurs de L cet algorithme affiche-t-il ?

b) Justifiez à l'aide du schéma ci-contre, que :

$$L = \sqrt{e^2 + (y_2 - y_1)^2}$$



2°- Saisissez le programme sur AlgoBox et l'exécuter pour $n=2$ puis $n=4$.

3°- Modifiez l'algorithme pour qu'il donne la longueur totale L de la ligne brisée obtenue en partageant l'intervalle $[0;640]$ en n intervalles de même longueur e (on pourra initialiser L à 0 puis accumuler les longueurs calculées).

4°-

a) Exécutez le nouveau programme pour $n=640$.

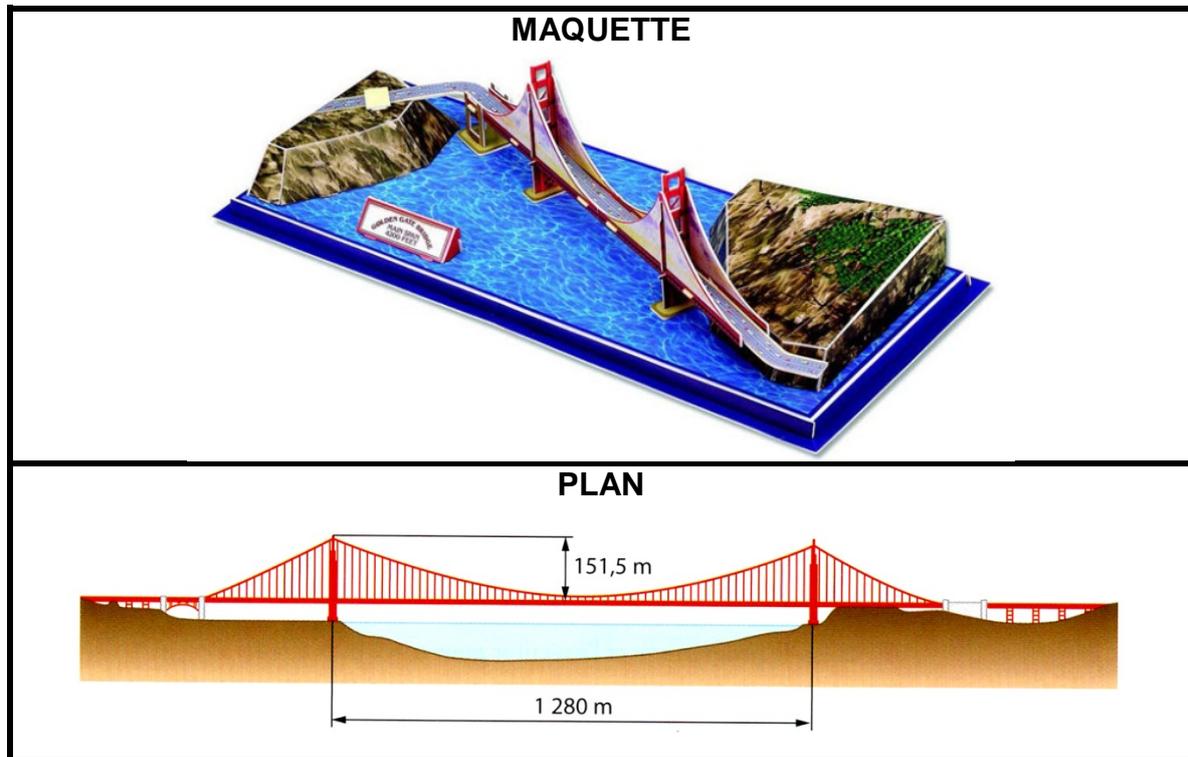
b) La valeur affichée est une valeur approchée de la longueur de l'arc de parabole entre les points d'abscisse 0 et 640. Donnez cette valeur (arrondissez à l'unité).

c) En déduire une valeur approchée de la longueur du câble principal entre les deux piliers.

1°- Les photographies d'ancrage

Vues générales du Golden Gate Bridge à San Francisco.





2°- Le Golden Gate Bridge (Pont suspendu)

Présentation du Golden Gate Bridge.

Le Golden Gate bridge est un pont suspendu qui franchit le détroit du Golden Gate à San Francisco, Etats-Unis.

Il est destiné au trafic des automobiles, des cycles, et des piétons.

Il fut édifié entre 1933 et 1937 pour aider les Américains à traverser la terrible crise de 1929 en leur donnant accès au travail.

Ce pont couta 35 millions de dollars à l'Etat et fut financé par le Work Projects Administration à l'initiative du président Theodore D. Roosevelt.

L'ingénieur le plus important sur ce projet fut Joseph B. Strauss.

Caractéristiques du Golden Gate

Longueur-Armature : 2737 m dont 1970 m au-dessus de l'eau et la portion centrale de 1280m.

Hauteur des piliers au-dessus du tablier : 151,5 m

Largeur : 27 m

Câbles épais de 92 cm et la longueur totale est de 12900 km

Profondeur sous l'eau : 30 m

Poids : 894 500 tonnes

Prix : 35 millions de dollars

3°- Histoire des Ponts suspendus.

L'origine des ponts suspendus sous la forme de passerelles accrochées à des lianes est très lointaine.

Les civilisations Chinoises, Incas et Africaines construisaient des ponts pour franchir des reliefs difficiles.

Ces ponts pouvaient atteindre jusqu'à 50 mètres.

Les chinois construisent des ponts suspendus depuis le 3eme siècle avant Jésus Christ.

Un pont est un ouvrage destiné à conduire des voies au-dessus d'un obstacle, le plus souvent des rivières ou des fleuves.

Un pont suspendu permet de franchir des obstacles encore plus grands tels que des grands fleuves ou des bras de mer, et peut, avec les techniques modernes, mesurer de 1000 à 4000 mètres de long, tout en permettant un trafic maritime important grâce à une absence de pilier de soutient.

C'est en Amérique que va naître le pont suspendu moderne.

Le pont Jacob's Creek est achevé en 1802 à l'ouest de la Pennsylvanie.

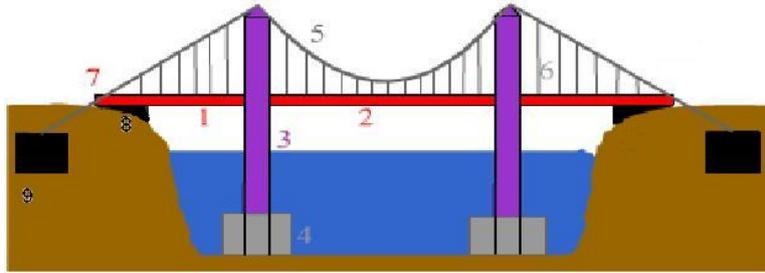
James Finley, devant le succès de cette formule qui permet un pont peu coûteux et facile à construire, va déposer un brevet.

Une première génération de ponts voit le jour à partir de 1810. Leur portée se situe entre 15 et 50 mètres maximum.

Mais, l'utilisation des ponts suspendus, fait apparaître un problème majeur : l'oscillation.

Ce n'est qu'à la fin du 19ème siècle que les premiers ponts en acier voient le jour.

4°- Vocabulaire sur les ponts suspendus



1: Représente une travée de rive, elle relie la côte au premier pylône.

2: Représente la travée centrale, c'est la partie la plus longue du pont, généralement au-dessus de l'eau, elle est retenue par les câbles porteurs et les suspentes.

3: C'est un pilier / pylône, il y en a deux la plupart du temps, il retient les câbles porteurs.

4: Ce sont les fondations, elles sont en bétons.

5: Représente les câbles porteurs (en acier), ils retiennent les suspentes qui retiennent elles-mêmes le tablier en acier. Il y a 2 câbles porteurs, de chaque côté du pont et sur toute sa longueur.

6: Ce sont les suspentes, elles sont entre les câbles porteurs et le tablier, et sont, elles aussi, en acier.

7: C'est le tablier, il est constitué des travées de rives et de la travée centrale. Il est en acier et béton.

8: Il représente un massif de culée, le pont repose dessus.

9: C'est un massif d'ancrage, une pièce carrée en béton, vide, enfouie en profondeur sous terre qui sert à tendre les câbles porteurs.

6°- Les matériaux utilisés pour le maintien des fondations

La structure d'un pont suspendu lui permet d'avoir des portées plus importantes que les ponts "basiques" mais présente de gros inconvénients :

- elle nécessite la présence de massifs d'ancrage imposants et lourds, indispensables pour retenir les forces considérables qui s'exercent; ce qui fait qu'il ne peut être construit sur n'importe quel sol.

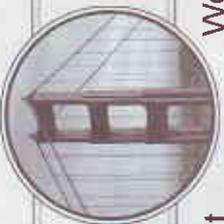
- les fondations posent un réel problème. Les ingénieurs mettent au point une technique nouvelle qui révolutionne la construction des fondations : ils augmentent la résistance des chaînes et utilisent du béton armé pour les massifs d'ancrages, ce qui augmente considérablement la portée du pont et évite les risques de rupture.

- les fondations des pylônes sont confrontées au problème du type de terrain et sont différentes selon que :

- le niveau est proche de la surface du terrain, **la fondation est superficielle**. Pour que ce niveau soit proche du terrain, les roches doivent être peu fissurées et saines.

- le niveau convenable est très en dessous de la surface du terrain, **la fondation est profonde**. Il arrive fréquemment qu'un sol de fondation présente une couche résistante, non pas en surface mais à une certaine profondeur. Il est indispensable d'appuyer la masse du pont sur la couche résistante par l'intermédiaire de pieux (dans le cas où il n'y aurait pas de couche résistante, comme par exemple le sable fin, l'appui est réalisé grâce au frottement des matériaux sur les pieux enfoncés).

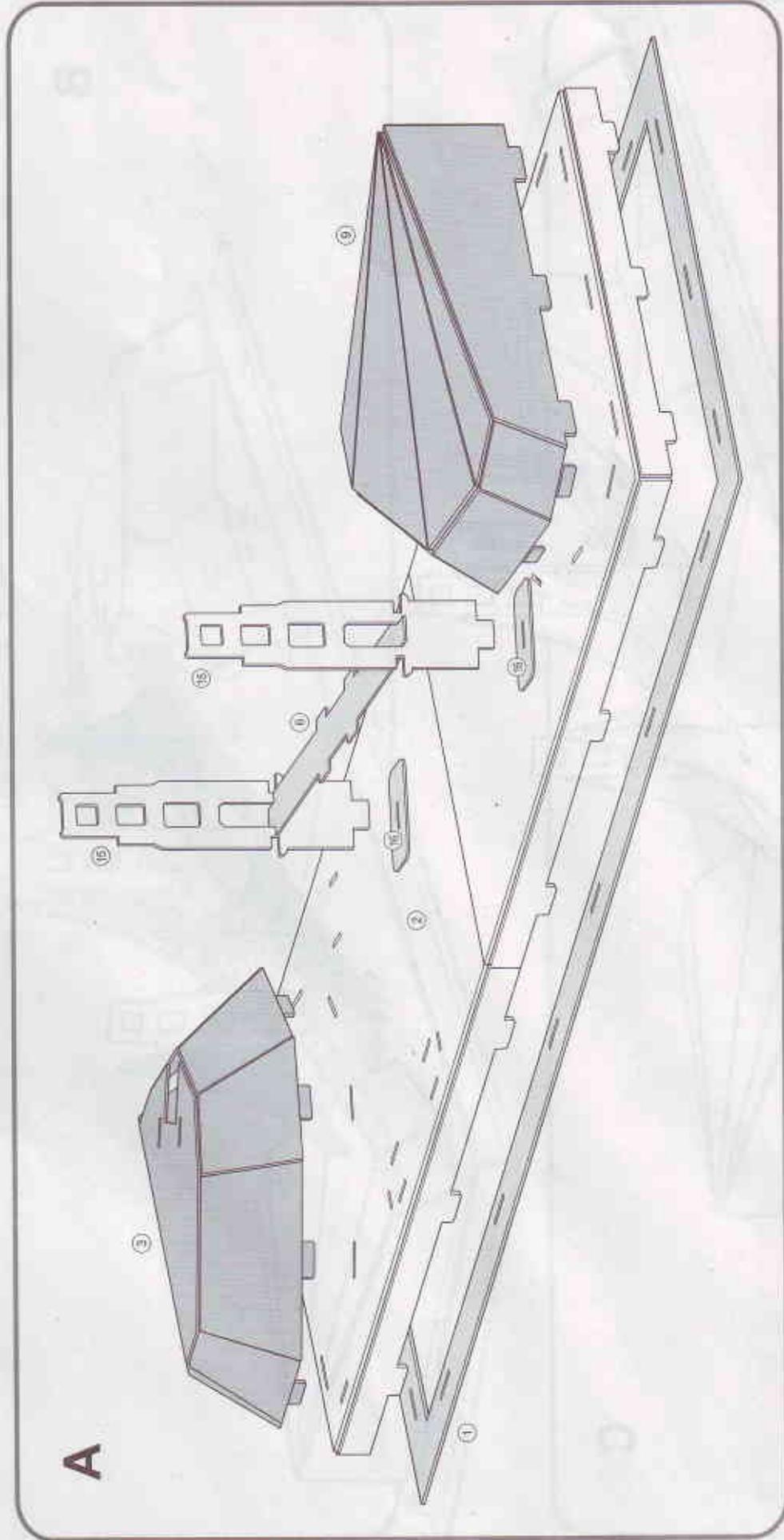
ANNEXE



Golden Gate Bridge

World's Great Architecture

main span 4200 feet



Caution

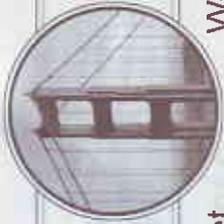
Please put the small leftover pieces into the garbage after finishing assembly. And be careful not to let your children eat or put our products or the packaging into their nose or ear.

Instructions

Refer to the photograph on the package and join the pieces by matching the drawings on the above. After popping out the pieces, you can punch out the interlocking holes with the corners of the foam boards.

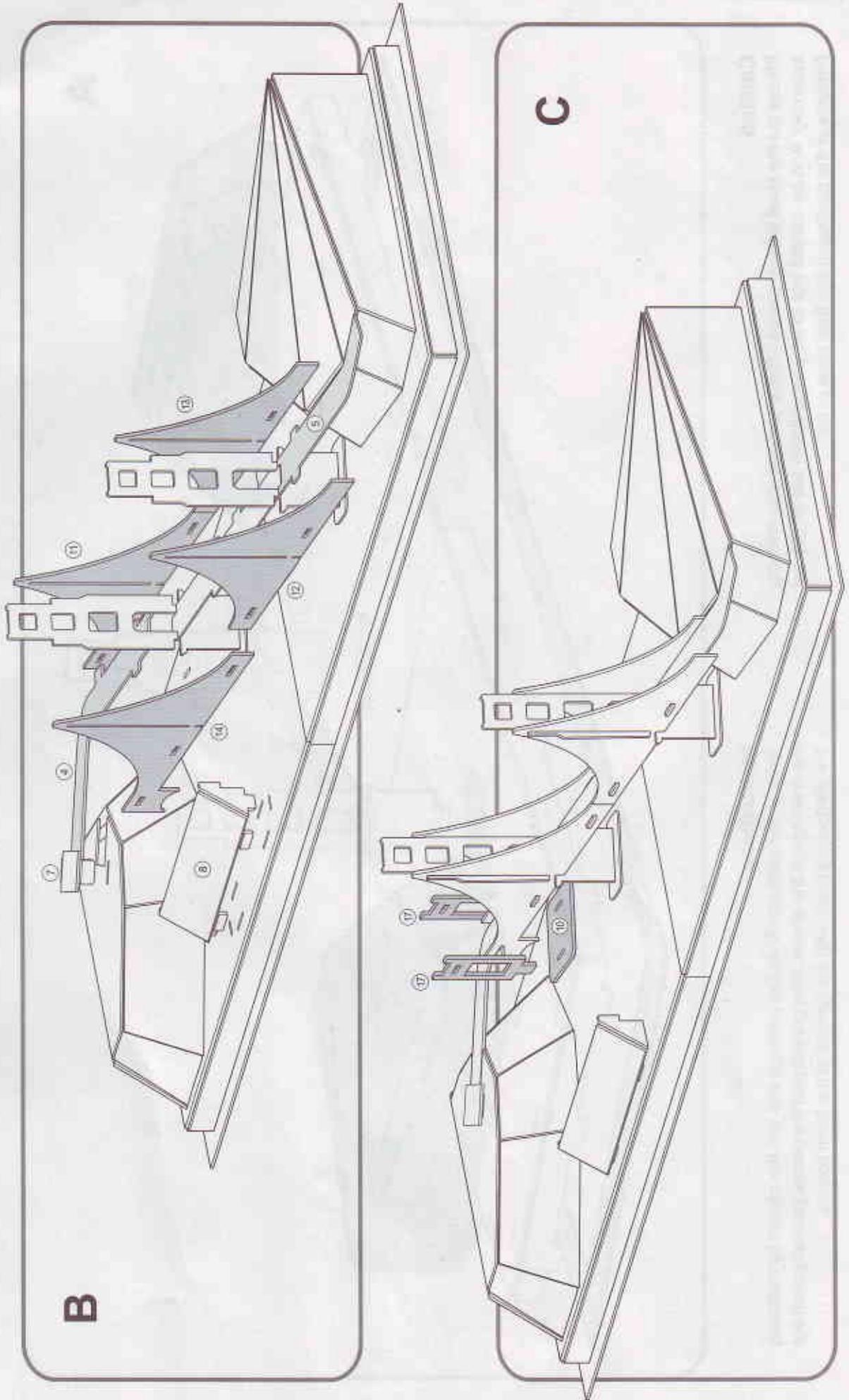
CubicFunTM
ITEM NO: C078h

Golden Gate Bridge



main span 4200 feet

World's Great Architecture



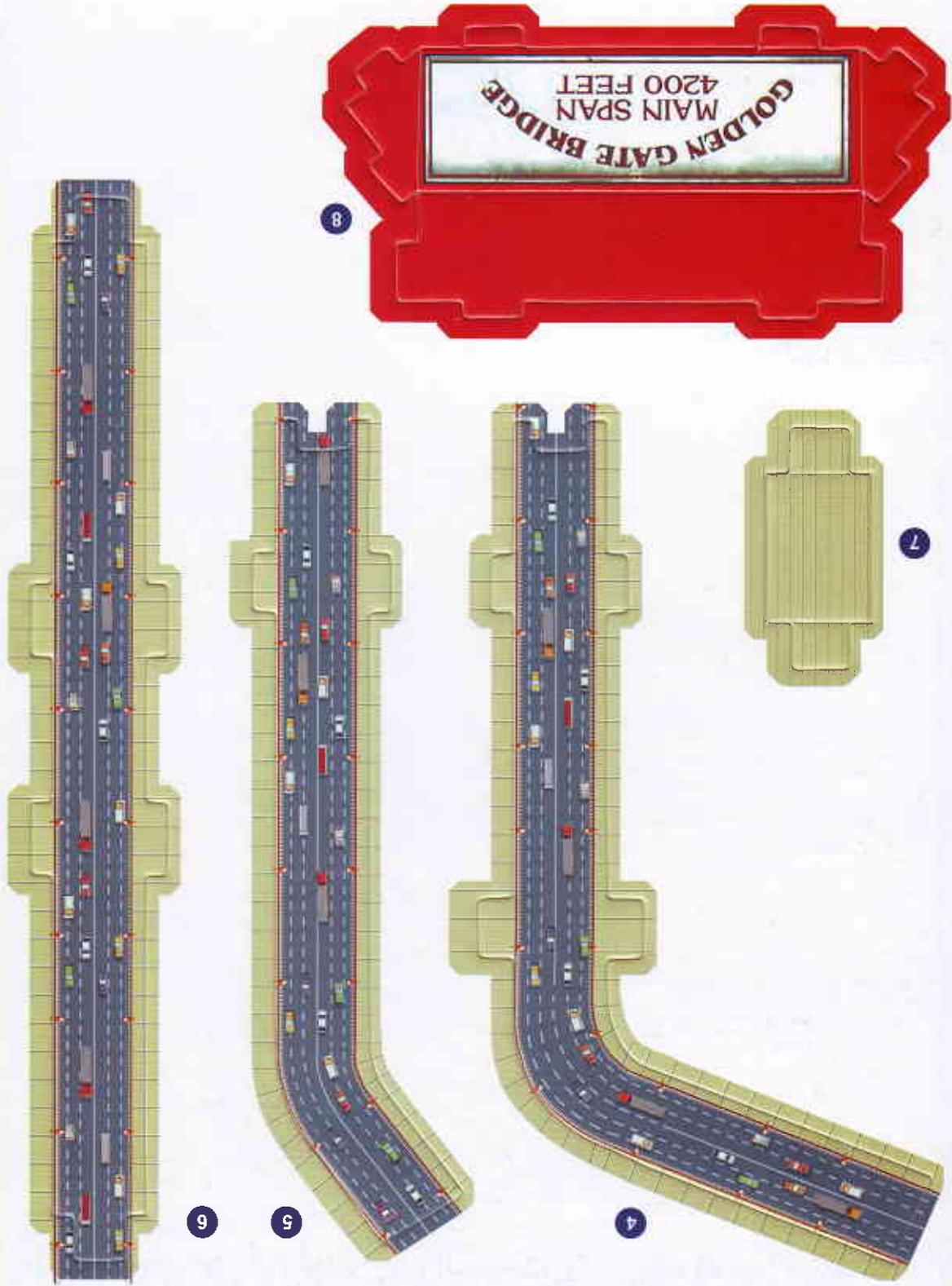


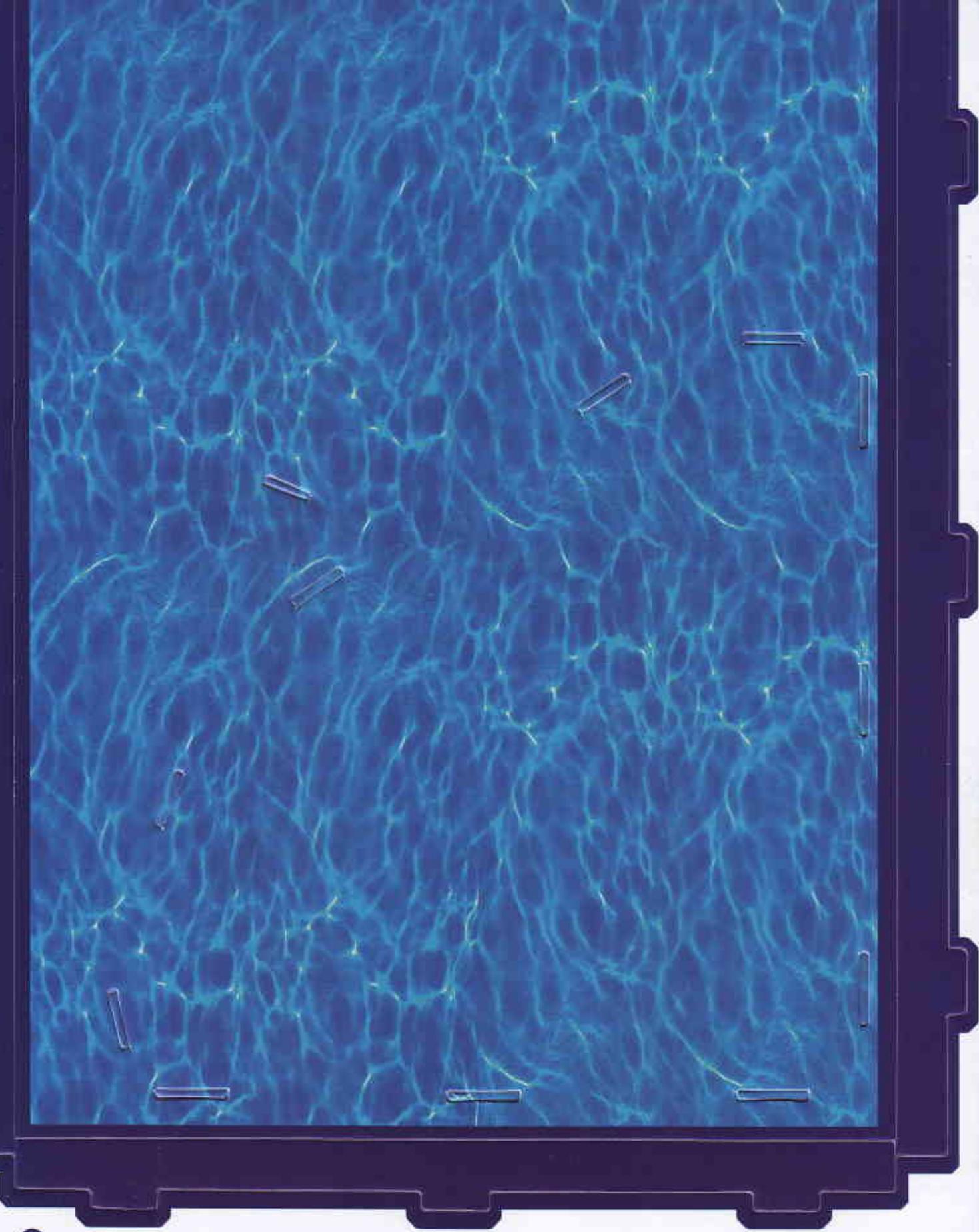
1

C078h 1/6

World's Great Architecture-Golden Gate Bridge (U.S.A)



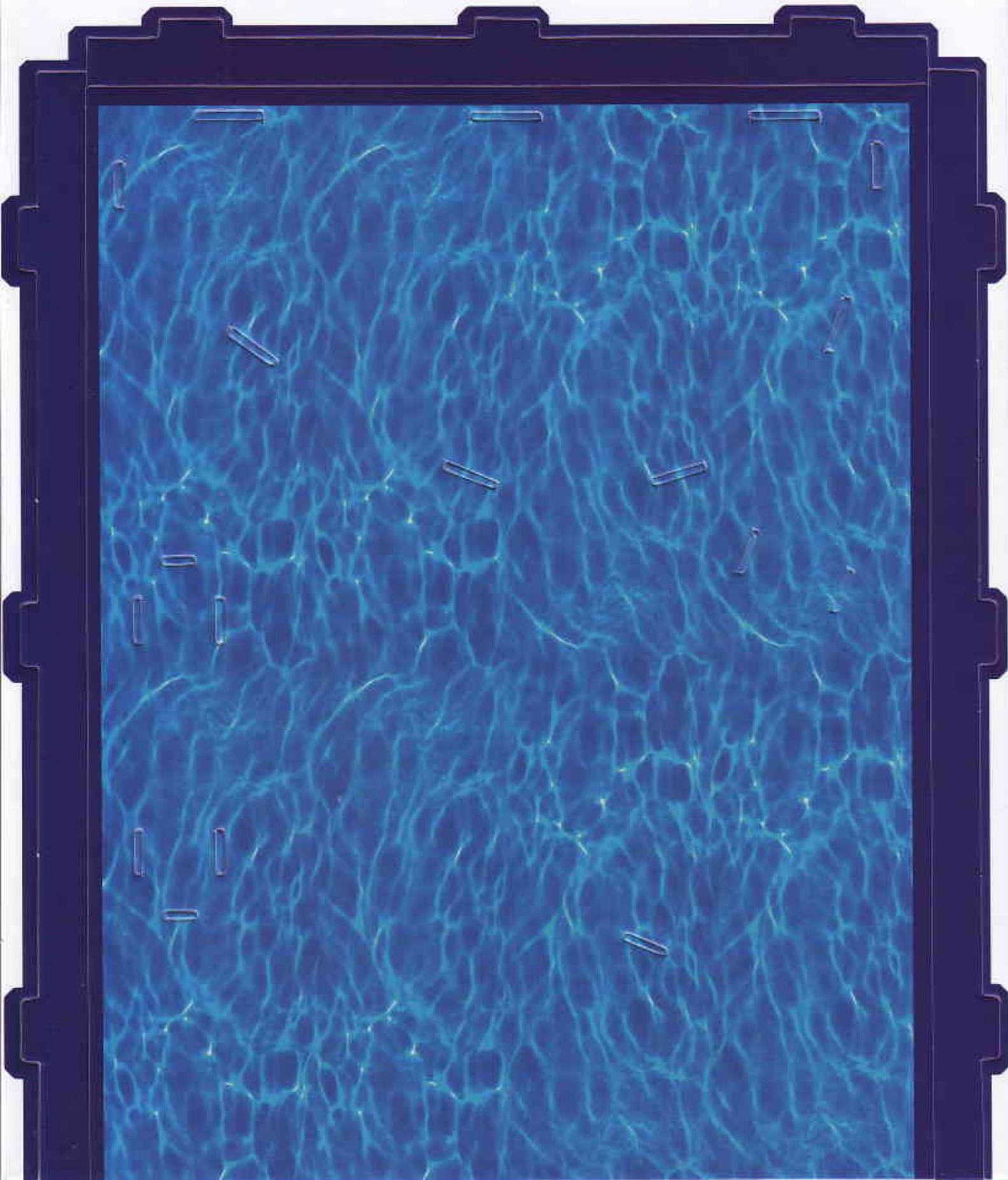


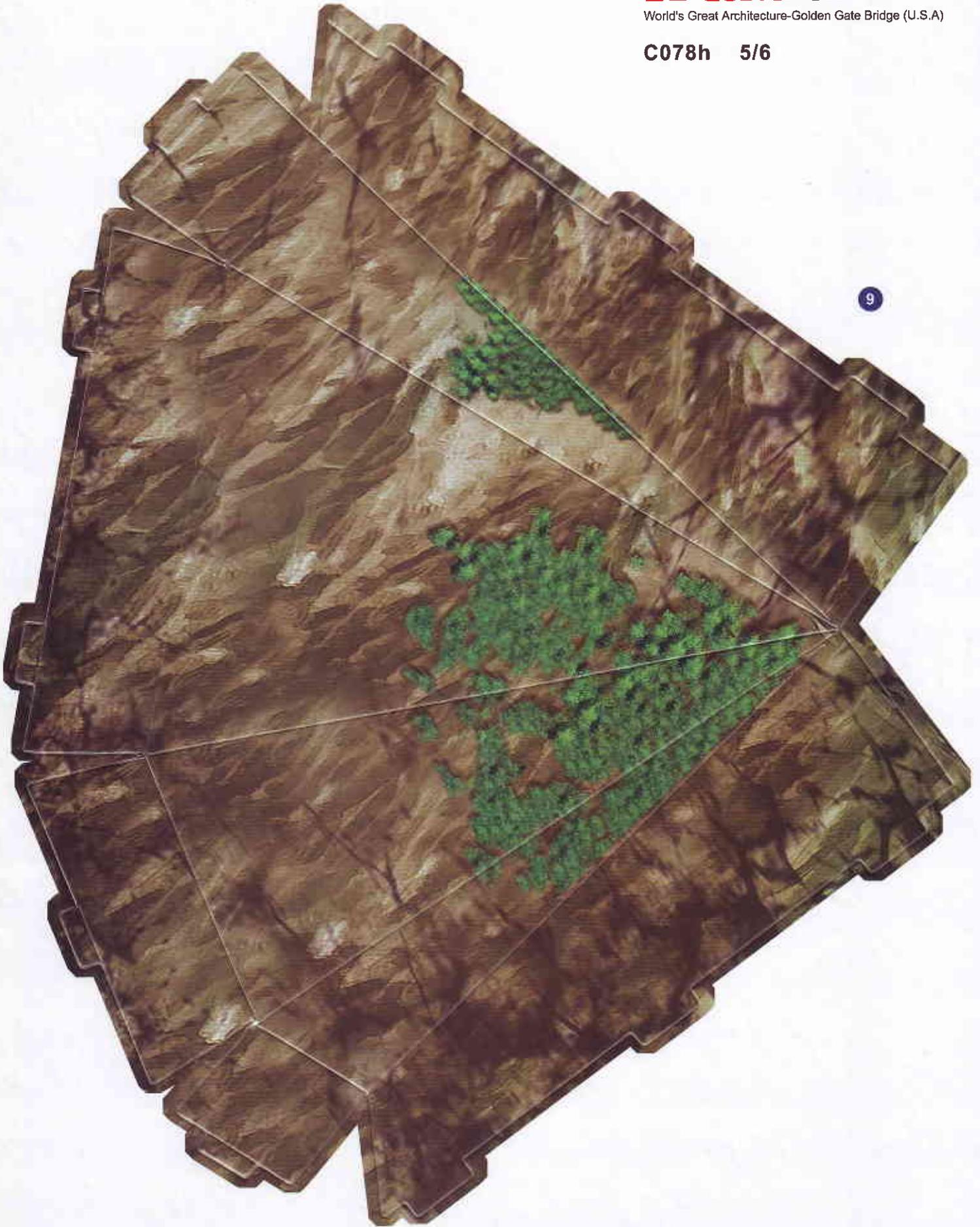


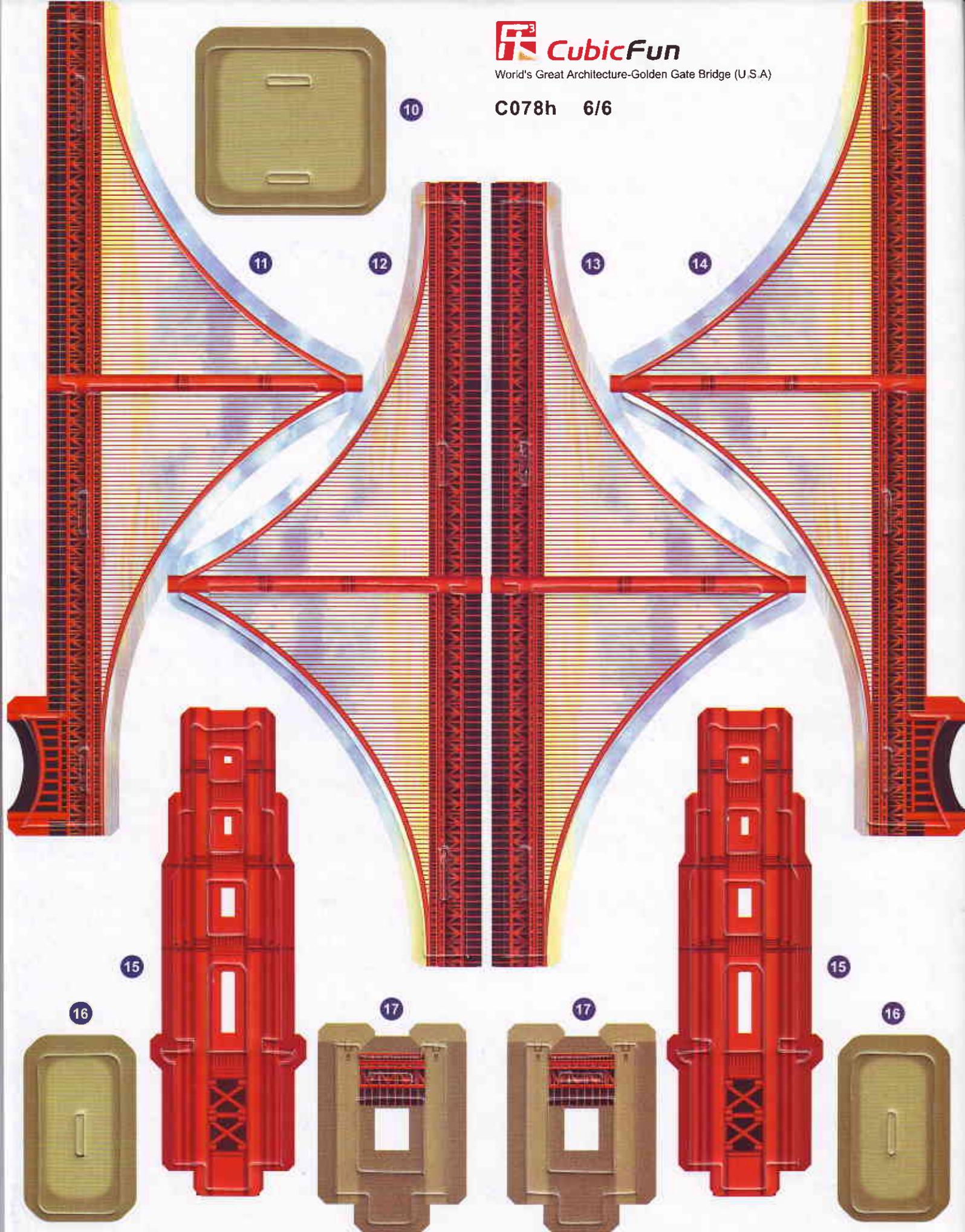
CubicFun

World's Great Architecture-Golden Gate Bridge (U.S.A)

C078h 3/6

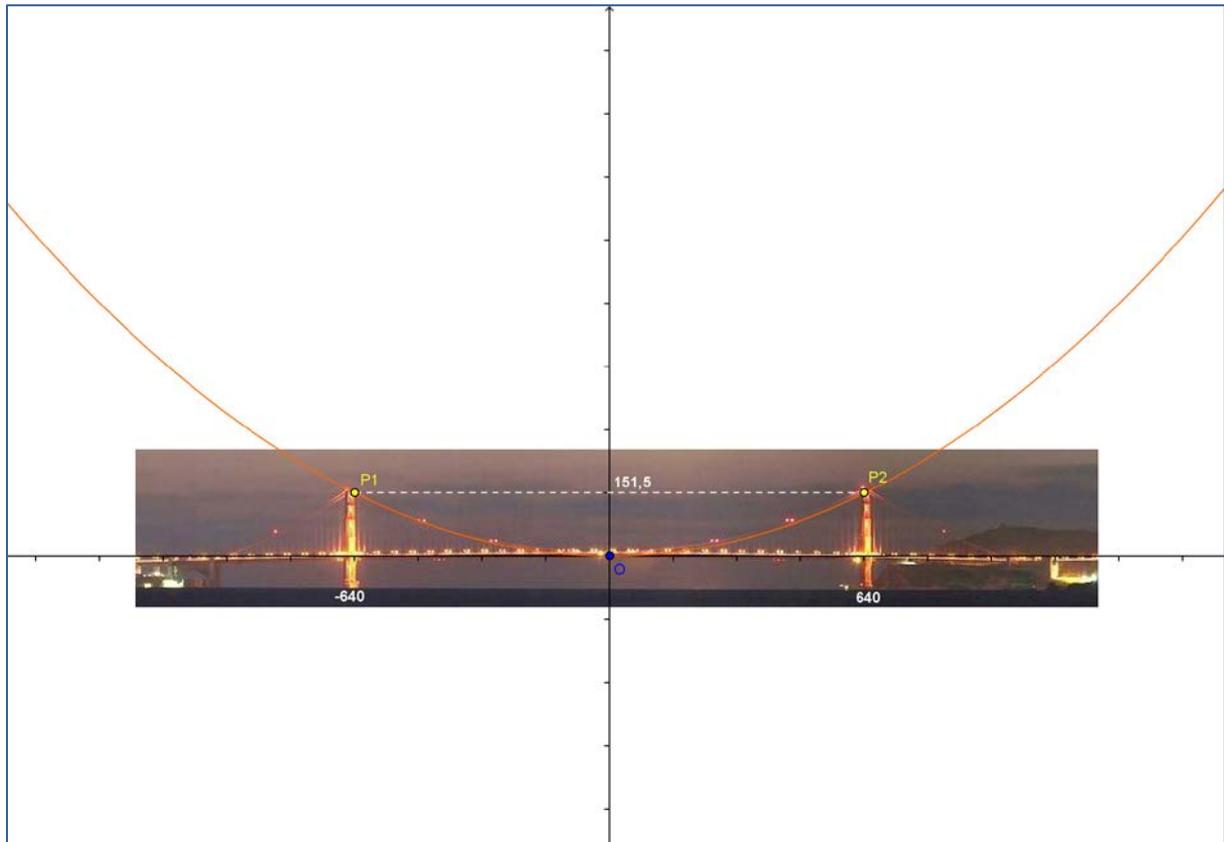






COMPLEMENTS POUR LE PROFESSEUR

Étape 3 :



A-

1°- L'origine est choisie sur le tablier, au milieu des deux piliers. L'axe des abscisses est donné par le tablier.

2°- La parabole P passe par les points de coordonnées, dans le repère précédent :

- pilier gauche P1 (-640 ; 151,5)

- sommet O (0 ; 0)

- pilier droit P2 (640 ; 151,5)

3°- P est une parabole (profil du câble principal).

Equation de P de la forme : $y = ax^2 + bx + c$ avec a, b et c réels et $a \neq 0$.

4°- C'est le point O.

Il vient :

$$a \times 0^2 + b \times 0 + c = 0, \text{ soit } c = 0.$$

$P : y = ax^2 + bx$ avec a et b réels et $a \neq 0$.

5°- P1 et P2 sont deux point de P . Il vient :

$$\begin{cases} 151,5 = 640^2 a - 640b \\ 151,5 = 640^2 a + 640b \end{cases} \text{ d'où, par soustraction, } b = 0 \text{ puis } a = \frac{151,5}{640^2} \approx 0,00037.$$

B- 1°- a) Le programme affiche deux quantités L .

b) D'après le théorème de Pythagore : $L^2 = e^2 + (y_2 - y_1)^2$

2°- Pour $n=2$, on obtient les deux longueurs 322,2 et 339,6 (environ).

Pour $n=4$, on obtient les quatre longueurs 160,3 ; 162,5 ; 166,9 ; 173,2.

3°- On peut modifier l'algorithme de la façon suivante :

```
Fichier  Edition  Tutoriel  Affichage  Aide
Nouveau  Ouvrir  Sauver  Tester

Présentation de l'algorithme

Code de l'algorithme

VARIABLES
- x EST_DU_TYPE NOMBRE
- n EST_DU_TYPE NOMBRE
- e EST_DU_TYPE NOMBRE
- x1 EST_DU_TYPE NOMBRE
- y1 EST_DU_TYPE NOMBRE
- L EST_DU_TYPE NOMBRE
- x2 EST_DU_TYPE NOMBRE
- y2 EST_DU_TYPE NOMBRE

DEBUT_ALGORITHME
- LIRE n
- AFFICHER "n prend la valeur de : "
- AFFICHER n
- L PREND_LA_VALEUR 0
- e PREND_LA_VALEUR 640/n
- x1 PREND_LA_VALEUR 0
- y1 PREND_LA_VALEUR F1(x1)
- TANT_QUE (x1 < 640) FAIRE
  - DEBUT_TANT_QUE
  - x2 PREND_LA_VALEUR x1+e
  - y2 PREND_LA_VALEUR F1(x2)
  - L PREND_LA_VALEUR L+sqrt(pow(e,2)+pow(y2-y1,2))
  - AFFICHER "L mesure : "
  - AFFICHER L
  - x1 PREND_LA_VALEUR x2
  - y1 PREND_LA_VALEUR y2
  - FIN_TANT_QUE
- AFFICHER "La longueur totale du câble est : "
- AFFICHER L

FIN_ALGORITHME

Opérations standards  Utiliser une fonction numérique  Dessiner dans un repère  Fonction avancée
[ ] Utiliser la fonction F1
F1(x) = 0.00037*pow(x,2)
```

5°- a) Algorithme affiche

```
RÉSULTATS :
***Algorithme lancé***
n prend la valeur de : 640
L mesure : 1.0000001

Résultats
L mesure : 654.33656
L mesure : 655.44067
L mesure : 656.5451
L mesure : 657.64985
L mesure : 658.7549
L mesure : 659.86028
L mesure : 660.96597
L mesure : 662.07197
L mesure : 663.17829
La longueur totale du câble est : 663.17829
***Algorithme terminé***
```

$L \approx 663,17829$

b) Environ 663 m

c) Environ 1326 m