

Congrès MEJ 2023/2024

Collège Ernest Renan - Saint-Herblain (44)

## **Une nouvelle librairie en ville**

Assya - Leïla - Léo - Noam

## Introduction

### Le sujet

Vous êtes le maire d'une ville de trois habitants, Adrien, Benoit et Clément, vivant le long d'une route. Vous voulez y construire une nouvelle librairie pour faire plaisir aux habitants.

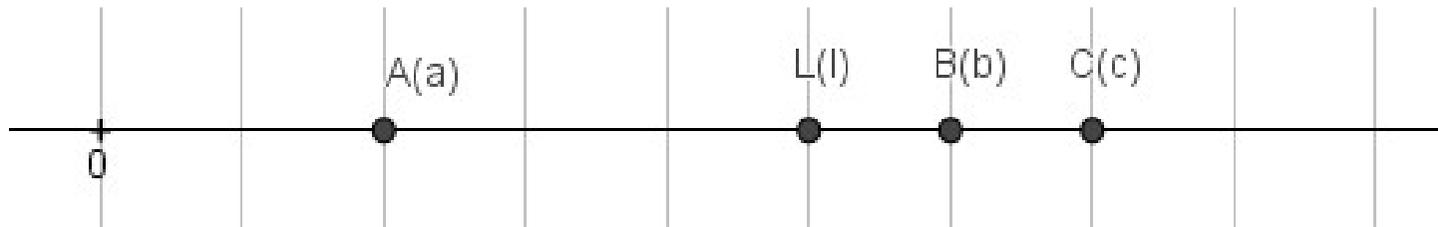
**Chaque habitant sera d'autant plus content que la librairie sera proche de sa maison.**

Vous demandez à chaque habitant de mettre un drapeau sur l'emplacement qu'il préférerait.

**La librairie sera construite à l'emplacement moyen des drapeaux.**

## Modélisation sur une droite : notations

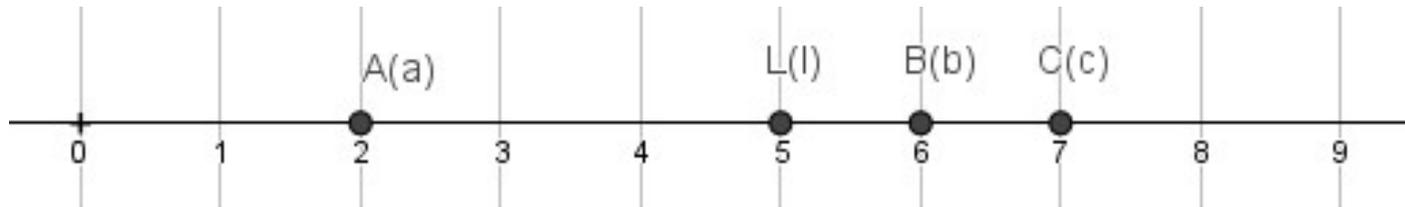
- Emplacement du drapeau d'Adrien : point A d'abscisse  $a$
- Emplacement du drapeau de Benoit : point B d'abscisse  $b$
- Emplacement du drapeau de Clément : point C d'abscisse  $c$



→ Emplacement de la librairie : point L d'abscisse  $l$

$l$  est la moyenne de  $a$ ,  $b$  et  $c$ .

## Modélisation sur une droite : exemple



Exemple avec A(2), B(6) et C(7)

$$l = \frac{2 + 6 + 7}{3} = \frac{15}{3} = 5$$

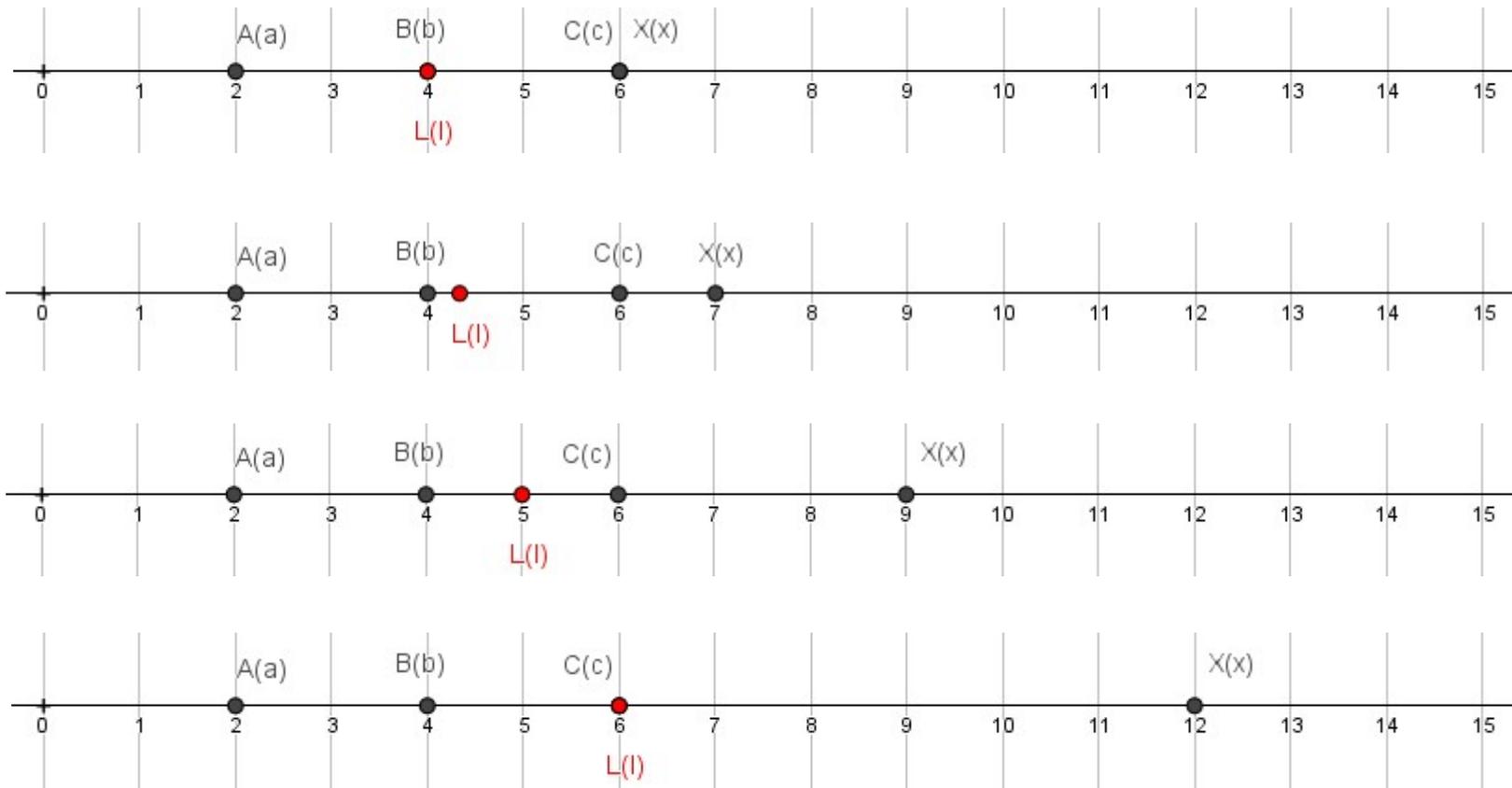
L'abscisse du point L est 5.

# 1<sup>ère</sup> Question : modélisation sur la droite

Si Clément connaît les préférences des autres, a-t'il intérêt à mentir sur la sienne ?

## Modélisation sur la droite

- Emplacement souhaité par Clément (sa maison) : point C d'abscisse  $c$
- Emplacement annoncé par Clément (son drapeau) : point X d'abscisse  $x$



## 1<sup>ère</sup> Question : modélisation par une équation

• Calcul de  $l$  si Clément est honnête :  $\frac{a+b+c}{3} = l$

• Calcul de  $l$  si Clément ment :  $\frac{a+b+x}{3} = l = c$



$$a + b + x = 3c$$



$$x = 3c - a - b$$

## 2<sup>ème</sup> Question :

Si Clément ne connaît pas les préférences des autres, mais qu'il connaît le résultat d'un sondage effectué auprès de tous les habitants, où tout le monde a été honnête, a-t'il encore intérêt à mentir ?

### Sondage :

(tout le monde est honnête)

$M$  : résultat du sondage

$$\frac{a + b + c}{3} = M$$

$$a + b + c = 3M$$

$$a + b = 3M - c$$

### Position du drapeau idéale pour Clément :

$$x = 3c - a - b$$

$$x = 3c - (a + b)$$

$$x = 3c - (3M - c)$$

$$x = 3c - 3M + c$$

$$x = 4c - 3M$$

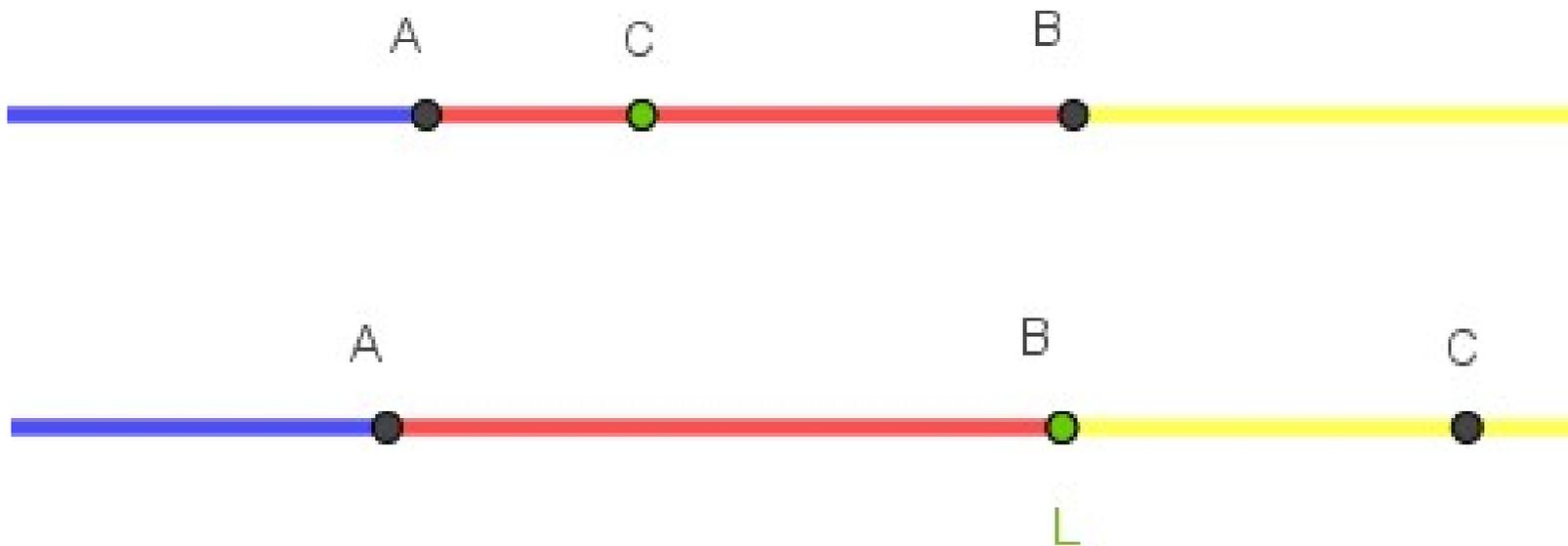
### 3<sup>ème</sup> Question :

Proposez une nouvelle méthode pour sélectionner l'emplacement de la librairie qui serait moins vulnérable face à Clément.

Proposition : **la médiane** →

Exemple :

La médiane de 2 ; 6 ; 7 est **6**



#### 4<sup>ème</sup> Question :

Généralisez les questions précédentes pour une ville avec plus d'habitants.

Moyenne pour  $n$  habitants

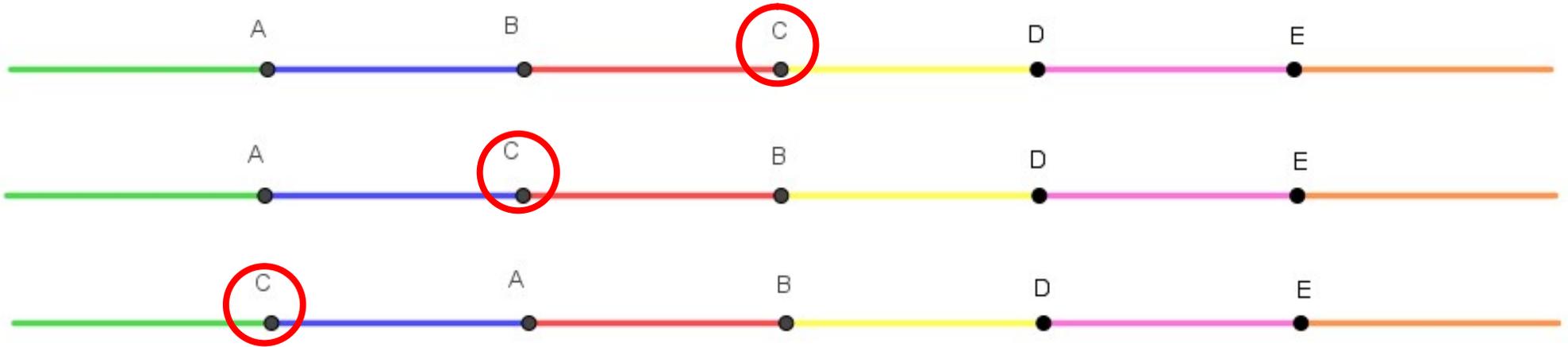
$$\overbrace{\frac{a + b + d + e + \dots + x}{n}}^{n \text{ habitant}} = c$$



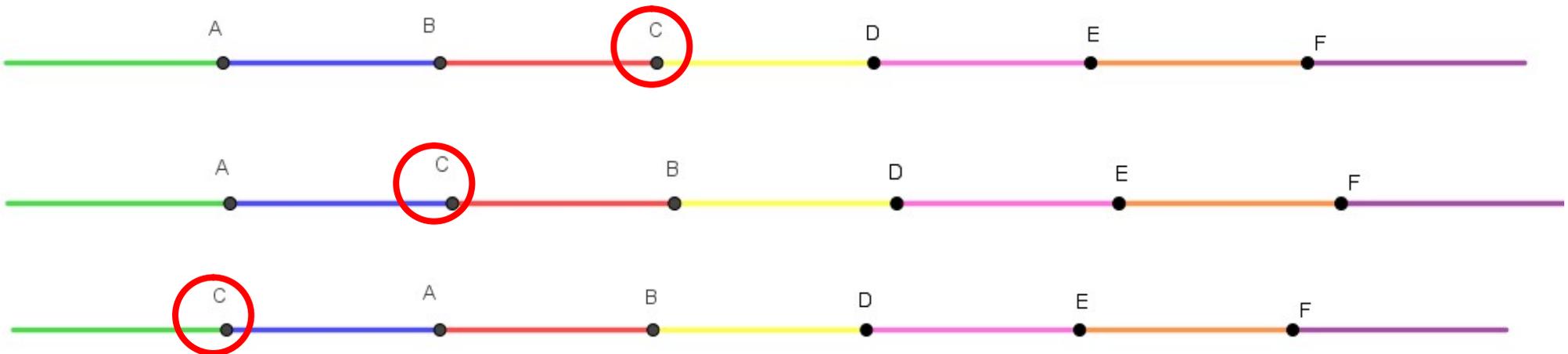
$$x = nc - (a + b + d + e + \dots)$$

## Médiane pour $n$ habitants

Nombre impair d'habitants (exemple :  $n=5$ )  $\rightarrow$  3 cas possibles



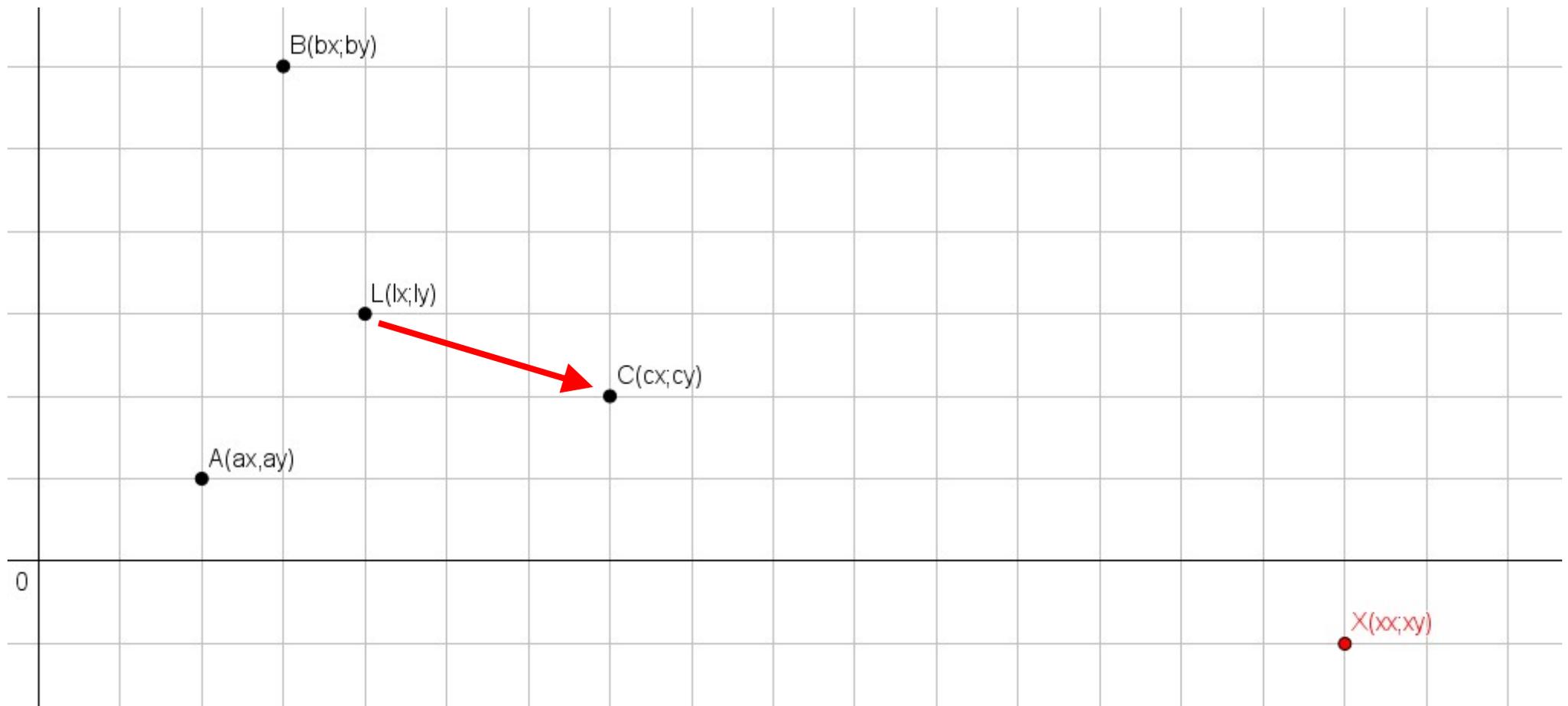
Nombre pair d'habitants (exemple :  $n=6$ )  $\rightarrow$  3 cas possibles



## 5<sup>ème</sup> Question :

En restant à 3 habitants, généralisez les questions 1 et 2 au cas où les habitants vivent non plus le long d'une route, mais dans une ville plus classique dans le plan.

Nouvelles coordonnées :  $A(a_x ; a_y)$   $B(b_x ; b_y)$   $C(c_x ; c_y)$   $X(x_x ; x_y)$   $L(l_x ; l_y)$



## 5<sup>ème</sup> Question :

En restant à 3 habitants, généralisez les questions 1 et 2 au cas où les habitants vivent non plus le long d'une route, mais dans une ville plus classique dans le plan.

Nouvelles coordonnées :  $A(a_x ; a_y)$   $B(b_x ; b_y)$   $C(c_x ; c_y)$   $X(x_x ; x_y)$   $L(l_x ; l_y)$

Coordonnées de X en 2 dimensions :

Abscisse :  $\frac{a_x + b_x + x_x}{3} = c_x \Rightarrow x_x = 3c_x - a_x - b_x$

Ordonnée :  $\frac{a_y + b_y + x_y}{3} = c_y \Rightarrow x_y = 3c_y - a_y - b_y$

# **Conclusion**

Merci de nous avoir écouté !

# Conclusion



Et merci à nos professeurs !